Relatório EP 1
MAC 210 - Laboratório de Métodos Numéricos

Renan Tiago dos Santos Silva - 9793606

30 de Abril de 2020

1 Parte 1: Método de ponto fixo

A função $g_1(x) = -\sqrt{e^x/2}$ foi encontrada da seguinte forma:

$$f(x) = e^x - 2x^2 = 0$$
$$2x^2 = e^x$$
$$x^2 = e^x/2$$
$$x = \pm\sqrt{e^x/2}$$
$$g_1(x) - \sqrt{e^x/2}$$

Essa função serve para encontrar a raiz $x'' \approx 0,539835$, quando $x_0 \lesssim 2,079$, poins nesse intervalo, $|g_1'(x)| < 1$.

No caso dessa função, uma coisa interessante que notei durante os experimentos, é que a outra função que poderia ser extraída dessa forma, $g(x) = \sqrt{e^x/2}$ não converge para a mesma raíz que g_1, mas em meus experimentos convergiram sempre para $x \approx 1.48796$. Isso foi um fator determinante para a sua escolha, uma vez que as outras funções encontradas já convergiam para as outras raízes de $f(x)$.

A função $g_2(x) = e^x - 2x^2 + x$ foi encontrada da seguinte forma:

$$f(x) = e^x - 2x^2 = 0$$

$$x = e^x - 2x^2 + x$$

$$g_2(x) = e^x - 2x^2 + x$$

Essa função serve para encontrar a raiz $x' \approx 1,48796$, quando $0,357403 \lesssim x_0 \lesssim 2.15329$, pois nesse intervalo, $|g_2'(x)| < 1$.

A função $g_3(x) = ln(2x^2)$ foi encontrada da seguinte forma:

$$f(x) = e^x - 2x^2 = 0$$

$$e^x = 2x^2$$

$$ln(e^x) = ln(2x^2)$$

$$x = ln(2x^2)$$

$$g_3(x) = ln(2x^2)$$

Essa função serve para encontrar a raiz $x''' \approx 2,61787$, quando $x_0 > 2$, pois nesse intervalo $|g_3'(x)| < 1$.

1.1 Detalhes de implementação

Como critério de parada da iteração de ponto fixo, foi utilizado um limite de iterações n e um valor ε para limitar a diferença entre a iteração anterior e a atual.

Como o as funções g convergem quando x_0 está dentro de um determinado intervalo, a escolha de qual função será usada na iteração é definida pelo código, de modo a garantir a convergência.

1.2 Exemplo experimental

Com os valores a seguir:

```
double x1 = fixed_point_iteration(-5, 0, 8000000);
double x2 = fixed_point_iteration(1.5, 0, 8000000);
double x3 = fixed_point_iteration(6, 0, 8000000);
```

O programa chega nas raízes desejadas:

```
→  ep1 gcc ponto_fixo.c -lm; ./a.out
-0.539835
1.487962
2.617867
```

2 Parte 2: Método de Newton

Para a segunda parte do EP, a seguinte função e sua derivada:

$$f(x) = x^4 + x^2 + 3$$

$$f'(x) = 4x^3 + 2x$$

2.1 Detalhes de Implementação

O critério de parada no método de newton é o mesmo utilizado na iteração de ponto fixo, ou seja, um limite de iterações n e um valor ε para limitar a diferença entre a iteração anterior e a atual.

Eu optei por utilizar Python, com as bibliotecas numpy e matplotlib para imprimir o gráfico por ter mais prática. Para imprimir o gráfico, basta executar o arquivo print_newton.py.

2.2 Exemplo experimental

Com os valores a seguir:

```
newton_basins(-2.0, 2.0, 0.01)
```

O programa gerou a seguinte imagem: