1. א. נניח בשלילה ש $P_{s,y}$ הוא לא מסלול מקצר, ומכיוון ש G הקשתות ב $P_{s,y}$ שמושיות.

אז קיים מסלול אחר $P'_{s,y}$ כך ש $w(P'_{s,y}) < w(P_{s,y})$. לכן:

הקשת האחרונה במסלול P אינה קשת אחרונה במסלול מקצר, ולכן אינה שמושית. סתירה. כלומר $P_{s,y}$ לא מסלול מקצר $\longrightarrow$ הקשת האחרונה אינה שמושית.

ב. תהי e קשת לא שמושית ב $P_{s,y}$. $e=(v,u)$, מכיוון שהיא לא מקצרית אז היא לא הקשת האחרונה במסלול מקצר, לכן (נניח בה"כ במסלול ש מגיע מ s ל v, וממשיך מ u עד y) קיים מסלול מקצר כלשהו השונה מ $P_{s,y}[s,u]$ נסמנו $P'_{s,u}$. כלומר מתקיים $w(P'_{s,u}) < w(P_{s,y}[s,u])$.

נבנה את המסלול $P'_{s,y} = P'_{s,u} + P_{s,y}[u,y]$

מכאן כי
$$w(P'_{s,y}) = w(P'_{s,u} + P_{s,y}[u,y]) = w(P'_{s,u}) + w(P_{s,y}[u,y])$$
$$< w(P_{s,y}[s,u]) + w(P_{s,y}[u,y]) = w(P_{s,y})$$

לכן $P_{s,y}$ לא יכול להיות מסלול מקצר.

ג. מסעיף א' הוכחנו שאם כל הקשתות במסלול שמושיות אז המסלול הוא מסלול מקצר, ומסעיף ב' הוכחנו שאם יש קשת לא שמושית אחת אז הוא אינו מסלול מקצר. מכיוון שהמסלול הוא כמעט מקצר - איננו מסלול מקצר, נובע שקיימת בו לפחות קשת אחת שאינה שמושית. לכן נותר רק להוכיח שאין לו יותר מקשת אחת לא שמושית.

יהי $P_{s,y}$ מסלול כמעט מקצר, ונניח בשלילה שיש לו שתי קשתות שאינן שמושיות או יותר, נסמנן $e_1=(u_1,v_1)$, $e_2=(u_2,v_2)$. נניח בה"כ ש e_2 מופיעה לפני e_1 במסלול $P_{s,y}$.

מכיוון ש e_1 אינה שמושית ולכן היא קשת אחרונה במסלול מקצר כלשהו, קיים מסלול מקצר השונה ממנו, נסמנו P'_{s,u_1}, בעל משקל נמוך יותר.

נבנה את המסלול $P^*_{s,y} = P'_{s,u_1} + P_{s,y}[u_1,y]$.

מסלול זה הוא מסלול בעל משקל נמוך יותר מהמסלול הכמעט מקצר, ולכן מסלול זה הוא בהכרח מקצר. סתירה להנחה ב', מכיוון ש e_2 עדיין במסלול ועדיין לא שמושית.

ד. יהי $P_{s,y}$ מסלול כמעט מקצר, ונסמן את הקשת הלא שמושית היחידה בו $e=(u_1,u_2)$. נתבונן במסלול $P_{s,y}[s,u_1]$. כל הקשתות בו שמושיות ולכן הוא מסלול מקצר.

באופן שקול גם עבור $P_{s,y}[u_2,y]$, ולמעשה נבדוק את כיסוי המסלול על

ה. נשתמש ונבצע את אלג' דייקסטרה למצוא את המסלול המינימלי.

לכל צומת נחזיק שני משתנים ושני שדות שיכילו ריק, בהתחלה:

$v_i \{Key_{min}, Key_{Amin}, e_{min}, e_{Amin}\}$ (1)

את האלג' הראשון שנבצע (דייקסטרה, למצוא את המסלול המינ'. לכל צומת) נבצע על הגרף בזמן $O(E\log V)$, כפי שלמדנו.

בנוסף, נסדר את כל הקשתות פחות הקשתות המצטרפות על המסלולים המינימליים שמצאנו (נקרא לגרף הזה G') מהקטן לגדול. תהליך זה ייקח $O(V)+O(E)=O(E)$ (כי אנחנו מחזיקים רק את הקשתות לכל צומת).

כמו כן, נשמור מערך של כל הקשתות המצטרפות היוצאות מכל צומת, שנמצא במטריצה לשמור במטריצה של כל אחת מהן. תהי $e_1=\{u_i,v_i\}$ הקשת שנמצאת ראשונה (מבין הקשתות הלא שימושיות, המסודרות לפי סדר מהקטן לגדול).

נתבונן בצומת v_i (שאליה מובילה הקשת e_1), ונבדוק דבר. אם יש שם ערך ב-Key_{Amin} ~~...~~ והוא גדול מאי-השוויון הבא, מתקיים

$Key_{Amin} - Key_{min} \le e_1$ ~~...~~

אם יש שם ערך ב-Key_{Amin}, ומתקיים $Key_{Amin} - Key_{min} > e_1$, או שאין

קיים שם ערך, נחליף את ערך המסלול Key_{Amin} המסומן, הכ' מסלול מצטרף:

אם $Key_{min} - w(e_{min}) + e_1$ (ערך=0)

אם קיים ערך כבר $2Key_{min} - Key_{Amin} + e_1$

כמו כן, נעדכן את הקשת e_1 בתור e_{Amin} החדשה. את התהליך הזה נבצע במעבר על כל הקשתות, היוצאות מהצומת v_i, ונעדכן את המצטרפות!

⊛ בדיוק כמו שעשינו בדייקסטרה הרגיל, נכניס גם אותן לערימה ובתור, ונכניס שכניהם.

נתונים אלו גם לשם, מהתאם לנתונים שלהם (מהקטנה לערך Key_{min}) (ומתאימים של הכל)

מכיוון שכל המסלולים המצטרפים המינימליים מושגים ע"י שינוי בקשת אחת בלבד, ואנחנו עוברים על הקשתות בסדר שנשנה קודם את המסלולים המסלולים עם קשת אחת לא שימושית, מצטרפות, כל אחד מהן לא נצטרך לעבור עליהם שוב. לכן על כל קודקוד נבצע 2 פעולות log, בהוצאתו ובהכנסתו פעם אחת בלבד. סה"כ פעולות

$O(V\log V) = O(2E\log V) = O(E\log V)$

כיוון שעוסקים ברכיבים קשירים בגרף.

בנוסף במעבר על כל הקשתות נעבור $O(E)$

לכן האלגוריתם שלמעלה רץ בזמן $O(E\log V)$

(2) יכול להיות שערך של קודקוד ישתנה פעמיים, שכן בפעם הראשונה כבר מצאנו מסלול כמסלול מצטרף אך, השינוי בקשת הבאה קטנה יותר, כלומר משקל המסלול ונקבל כבר יהיה נמוך יותר, ולכן מהרגע שנכניס כבר קודקוד לערימה הוא נשתמש בו שוב.)

Scanned by CamScanner

[illegible] (ש' (1) [illegible])

2. נעבור על כל הצלעות $E-E'$ ונחבר לחבר אותן בגרף. בגלל שנרצה שנוצר מעגל:
נמחק את הצלע הכבדה ביותר. נמשיך, כלומר שמן בין לבין עצמן תמיד יישארו
ומוכיח כי העץ הוא פורש ומינימלי ונמחק לקבוצה. צו בצד,
~~[illegible]~~ שאר T הוא בה עץ פורש מינימלי.

<u>הוכחת נכונות:</u> הוכחנו קשירה לכן עצמה וכן שני הוכחנו הם עצים
פורשים שונים ~~[illegible]~~ מינימליים)
לא נחזר הוא לך עץ פורש מינימלי. אז קיים עץ פורש אחר
[illegible] e^* היינו מוצאים עץ פורש
המינימלי מהמשקל נמוך יותר שמחובר לבם
משקל נמוך יותר של העץ הפורש המינימלי (לס תירה.)
בנוסף, בדרך בה אנו מוצאים את הקשר המינימלי (מכבד e^* בין שתי הקבוצות,
שבחרנו היה משקל עכשיו מהגרף פריה לא היינו מוניה אותו למצב.
~~[illegible] העץ הפורש,~~
~~[illegible] $O(E)$ [illegible]~~

לכן נרצה לשנות את צורת העץ שהוכחנו ~~[illegible]~~ מכיוון שזהו העלות המינימלית
של הקשירה בקבוצה.

זוהי לא הוכחת נכונות פורמלית.
חסר זמן ריצה.
לא ברור לי כלל מה האלגוריתם שאת מציעה.
0\25

$(x_1 \vee x_3 \vee \neg x_2)$ (1)

$(x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3)$ (2)

$(x_4 \vee x_1 \vee x_5)$ (3)

$(x_1 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5)$ (4)

$(x_2 \vee \neg x_4 \vee x_5)$ (5)

$(x_5 \vee \neg x_1 \vee \neg x_2)$ (7)

$(x_4 \vee \neg x_1 \vee x_6)$ (10)

$(\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3)$ (8)

$(x_3 \vee x_4 \vee x_5)$ (9)

איטרציה 1 x_1: ומסופקת T

איטרציה 2 x_2: לפי (5), (7), (8) ומחליט להיות T.

איטרציה 3 x_3: לפי (9) ומחליט להיות T

איטרציה 4 x_4: מוצא את (10) ומספק T.

איטרציה 5 x_5: מוצא את (7) ומספק T.

איטרציה 6 x_6: ניתן להניח T.

הפתרון הזה אינו מספק את הפסוקית. אולם הפתרון ש

$x_1 \to F$

$x_2 \to F$

$x_3 \to T$

$x_4 \to F$

$x_5 \to T$

כן מספק!

$D=\{depth(x) \mid x\in u\}$

$l_{d_i}=\{x \mid depth(x)=d_i\}$ x הוא עלה ב T

4. יהי φ_0 עץ T מעל u עלים.
נגדיר את D להיות קבוצת העומקים השונים של T
ונמיין מגדול לקטן את האיברים של D,
נסמן עם d את העומק הגבוה ונגדיר
ונתן $d_0=0$ לשורש העץ.
נסמן עם i את העומק הגבוה ביותר (i המקסימלי = גובה העץ h_{φ_0})
ונסכום את כל הרמות

$$l(T)=\sum_{d_i\in D} x\,|l_{d_i}|\cdot 2^{(d_h-i)}$$

השכיחות של עלים מתחתית העץ תהיה x, בקודקוד התחתית שבניה.
השכיחות של עלים בין תהיה השכיחות של הבנים שלה $\cdot 2$, ולכן הן זהות מסוימות
מצורה זו, השכיחויות של כל העלים ברמה
הין אם יש להם לצדם ובין את [illegible]
ונבנה את קוד הופמן.

$f_{x\in d_j}=x$

$f_{x\in d_i}=x2^{p_i}$

כאשר $p_i=d_j-d_i$

מכיוון ש T הוא עץ φ_0 מלא, הקודקוד הבנים של T הם קוד תחילית.
הקוד ולקודקוד שבנוי, ע"פ שיתבצע לסכום השכיחויות הוא 1

$$l(T)=\sum_{d_i\in D} x\,|l_{d_i}|\,2^{h-i}=1$$

כלומר למצוא לפי נוסחה 1 ולכן נמצא את x, ולכן סוכם את סכום
לפיו נגדיר את הקודקוד $\sum$ (כל האיברים ב φ_0) שלה ולכן להיות 1).
השכיחויות של כל האותיות

הקודקוד שבנוי עלה של קודקוד d_j ויש מעל
מכיוון שכל העלים מאותה רמה, ולכן לפי קריטריון 4.29 שבו שתי השכיחויות הן מוכלות ביותר
אותן שכיחויות, ע"פ 4.31 קיים קוד הופמן
משניכות לעלים שהם אחים ב T^*. ולכן נוכל לבחור כל שניים מבין העלים
ברמה זו, ונחבר, והשכיחויות יהיו ע"פ הופמן. ולכן נמחר כל אחים שנמצאים
ב T השכיחות הן מוכלות ביותר, ונמשיך לבנות T^*.
אם יש עוד עלים ב l_{d_j}, גם הם יהיו אחים כמובטח.

כאשר ונוכל להמשיך שאין עוד עלים ברמה זו, כל השכיחויות ברמה הבאה גם יהיו זהות
ולכן נוכל לבחור את זוגות האחים כך שיהיו זהים למבנה ב T.
לכן T^* יהיה זהה ל T, וכך נבנה בדרך בניית קוד הופמן.

זוהי לא הוכחה פורמלית.
צריך למשל להוכיח באינדוקציה.
·רעיון הבניה – 0 נק'
·הוכחה מלאה – 0 נק'
a
לא הבנתי איפה את מראה את השכיחיות. לא ברור לי בכלל אם הגדרת כאלה.