ממן 13 אלגוריתמים

# שאלה 1

## סעיף א

נציג את החישובים:

# שאלה 2

נריץ

# שאלה 2

נראה דרך מהירה יותר לחשב את xy. נסמן:

חילקנו את x ל קבוצות באורך .

נסמן .

באותו אופן:

אם נכפיל את שני הפולינומים הנ"ל, נקבל פולינום שמקדמיו מקיימים

האלגוריתם יהיה:

1. פרק את x ואת y לפולינומים כפי שצוין לעיל.
2. הכפל את הפולינומים על ידי אלגוריתם FFT (כאשר פעולת כפל בודדת לוקחת זמן).
3. חשב את תוצאת המכפלה מתוך הפולינום שהתקבל.

הוכחת נכונות:

הראנו מדוע הפולינומים שעובדים איתם שקולים למספרים.

ומכיוון שFFT עובד אז כלומר התוצאה שמתקבלת היא אכן .

זמן ריצה:

שלב 1 ו3 לוקחים זמן ליניארי, כי פשוט מחלקים את הסיביות לקבוצות בגודל שווה.

שלב 2 הוא אלגוריתם FFT שמבצע פעולות כפל בסיסיות. פעולת כפל בסיסית כאן היא כפל של מספרים בגודל שניתן לבצע ב. כלומר זמן הריצה של שלב 2 הוא:

*לכל n לכן זמן הריצה הוא*

# שאלה 3

הערך של הנגזרת הi בנקודה הוא, לפי הצמצום הסטנדרטי של עצרת:

*אם נסתכל על הפולינומים הבאים:*

*הבנייה לוקחת זמן ריצה כי ניתן לחשב את כל החזקות של ואת העצרת של כל המספרים מ0 עד n-1 ב לפני בניית הפולינומים.*

*נכפיל את שני הפולינומים בזמן על ידי FFT.*

*אז המקדם של בפולינום המכפלה הוא (לפי הגדרת מכפלה):*

*וזה בדיוק ערך הנגזרת הi בנקודה , לכן מקדמי הפולינום מייצגים את הערכים של כל הנגזרות של הפונקציה ב.*

# שאלה 4

## סעיף ד

עבור מטריצה בגודל זמן הריצה כנוסחת נסיגה הוא:

מכיוון שכל הפעולות שאינן כפל מטריצות לוקחות לכל היותר זמן ליניארי dn סה"כ, ונבחר . כלומר בכל איטרציה עם קלט בגודל , מתבצעות 7 איטרציות רקורסיביות על קלט בגודל ועוד כמות קבועה של פעולות שהן ליניאריות בגודל הקלט. לכן נוסחת הנסיגה מקיימת את תנאי 5.3 בספר ולכן לפי טענה 5.4 זמן הריצה של האלגוריתם חסום על ידי .

בנוסף, בכל איטרציה מתבצעות לפחות , כלומר , לכן חסום על ידי כלומר סה"כ הוא חסום על ידי .