לירון שלי

313576209

אלגוריתמים 20417

24/12/19

**ממ"ן 13**

**שאלה 1**

סעיף א' – הרצת FFT מסדר 4 על *.*

*FFT (-1, -3, 2, 1) ,*

*FFT (-1, 2) ,*

*FFT (-1), → return -1*

*FFT (2), → return 2*

*FFT (-3, 1) ,*

*FFT (-3), → return -3*

*FFT (1), → return 1*

סעיף ב' – הרצת INVERSE-FFT מסדר 4 על*.*

*FFT ,*

*FFT (-1,3) ,*

*FFT (-1), → return -1*

*FFT (3), → return 3*

*FFT (-3-4i, -3+4i) ,*

*FFT (-3-4i), → return -3-4i*

*FFT (-3+4i), → return -3+4i*

***שאלה 2***

***הרעיון הכללי:***

*נציג את המספרים כמקדמי פולינום* (פירוט בהוכחת הנכונות), נבדוק את ערכם בנקודות שונות באמצעות FFT, נכפיל את הנקודות שמצאנו ונשחזר באמצעות INVERSE-FFT את פולינום המכפלה שלהם. נציב את הערך הרלוונטי בפולינום זה וכך נקבל את התוצאה הרצויה.

***האלגוריתם:***

*A,B) -ערכי ב- n/k נקודות. -cמקדמי פולינום המכפלה.)*

***הוכחת נכונות:***

*האלגוריתם מקבל 2 מספרים חיוביים שלמים שהייצוג הבינארי שלהם בוא בn ביטים.*

*נחלק כל קלט (את הייצוג הבינארי שלו) ל n/k בלוקים בגודל k, כשהבלוק הראשון מכיל את k האיברים הראשונים, הבלוק השני את k הבאים וכך הלאה. לכן ניתן לרשום כל קלט a כך: . (הכפלה בבינארי של 2^k משמעותה הזזה של k איברים שמאלה).*

*לכן:* , כלומר עבור הפולינום מקבל את הערך של a, כלומר הם מקדמי הפולינום לכל .

באותו אופן עבור גם הפולינום מקבל את הערך של b.

אם נציב את בפולינום שהוא מכפלת הפולינומים , נקבל למעשה את התוצאה הרצויה של כפל המספרים ab.

כדי למצוא את הפולינום הזה נחשב ב-2n/k נקודות את וב-n/k2 נקודות גם את - באמצעות FFT.

נכפיל את אותן נקודות שקיבלנו בהתאמה ונקבל את הוקטור:  
 .

נפעיל על וקטור זה INVERSE-FFT כדי לקבל את מקדמי פולינום המכפלה ab , נסמנו c.

נציב בc את והתוצאה היא למעשה מכפלת המספרים ab.

נבחר לבסוף את גודל הבלוקים להיות k=log n.

**זמן ריצה:**

חלוקת a ו-b כל אחד ל-n/k בלוקים בגודל k – *.*

*לפי משפט 5.15 FFT מחשב את הקונוולוציה של הפולינומים a,b* ב , כאשר לפי הנחה ההכפלות הנדרשות מתבצעות בסיבוכיות *, כלומר מתקיימת נוסחת הנסיגה* .

חישוב התוצאה הסופית –n/k מקדמים וקביעת מיקומם *.*

סה"כ האלגוריתם יתבצע בסיבוכיות כנדרש.

**שאלה 3**

**הרעיון הכללי:** ישנו דפוס לצורה כללית של נגזרת k כלשהי:

באמצעות FFT נוכל לחשב את הקונבולוציה הנדרשת בין הוקטורים:

**האלגוריתם :** נחשב את ערכי הוקטורים הנדרשים לחישוב הקונבולוציה בנקודה , באמצעות FFT נקבל את מקדמי מכפלת הפולינומים.

**נכונות:** מאחר ומקדמי מכפלת הפולינומים הם ,

*כל מקדם של מכפלת הפולינומים הוא ערך הנגזרת ה-k של הפונקציה בנקודה .*

**זמן ריצה:** האלגוריתם מבצע פעולות בסיסיות בלבד,  *פעולות כאלה לפני ואחרי הקריאה לFFT. הקריאה לFFT מתבצעת בזמן . סה"כ כנדרש.*

***שאלה 4***

*בדומה לאלגוריתם של כפל מספרים שלמים, בו במקום לחשב 4 מכפלות מחשבים רק 3, ובכך מקטינים את נוסחת הנסיגה מ*

*ל -*

*כך גם כאן, במקום 8 מכפלות הנדרשות במימוש הישיר, ,*

*האלגוריתם מחשב את כפל המטריצות ב7 מכפלות בלבד ולכן*

*כמובן שנדרש עוד מספר מצומצם של פעולות חיבור וחיסור אך אינן משמעותיות ביחס לפעולות הכפל.*