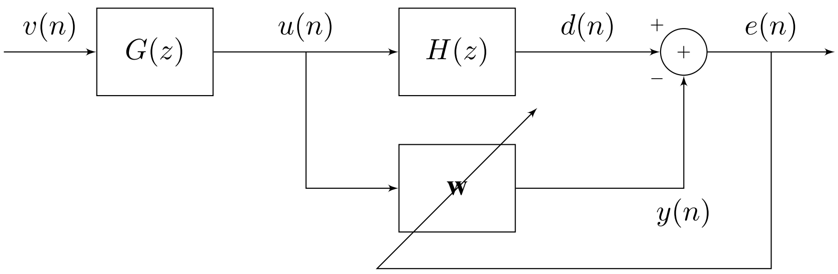
Προσαρμογή στο Πεδίο της Συχνότητας
Εργασία 2
31 Μαρτίου 2016

Το παρακάτω σχήμα περιγράφει το πρόβλημα της αναγνώρισης συστήματος. Αν το σύστημα $H(z)$ είναι άγνωστο, χρησιμοποιείστε τους αλγόριθμους *Block LMS* και *Fast Block LMS* για τον υπολογισμό των βαρών $\mathbf{w}$ του προσαρμοζόμενου φίλτρου.



$$u(n) = -0.18\,u(n-1) + v(n)$$

α) Χρησιμοποιώντας τον ορισμό του διακριτού μετασχηματισμού *fourier* (*DFT*), συμπληρώστε τον κώδικα που υπάρχει στο `fftproof.m` ώστε να επιβεβαιώσετε τους υπολογισμούς του ταχέως μετασχηματισμού *fourier* (*FFT*) $\hat{\mathbf{x}}$ για ένα σήμα $\mathbf{x}$ του οποίου το μήκος είναι δύναμη του δύο ($n = 2^q$).

$$\hat{x}_k = \sum_{j=0}^{2^q-1} x_j \overbrace{e^{-2\pi i \frac{jk}{2^q}}}^{\omega_n^{jk}} = \sum_{j=0}^{2^{q-1}-1} x_{(2j)}\, e^{-2\pi i \frac{2jk}{2^q}} + \sum_{j=0}^{2^{q-1}-1} x_{(2j+1)}\, e^{-2\pi i \frac{(2j+1)k}{2^q}}$$

$$= \underbrace{\sum_{j=0}^{2^{q-1}-1} x_{(2j)} \overbrace{e^{-2\pi i \frac{jk}{2^{q-1}}}}^{\omega_{\frac{n}{2}}^{jk}}}_{\hat{x}_k^{(1)}} + \overbrace{e^{-2\pi i \frac{k}{2^q}}}^{\omega_n^k} \underbrace{\sum_{j=0}^{2^{q-1}-1} x_{(2j+1)} \overbrace{e^{-2\pi i \frac{jk}{2^{q-1}}}}^{\omega_{\frac{n}{2}}^{jk}}}_{\hat{x}_k^{(2)}},\ k = 0, 1, \ldots, \frac{n}{2} - 1$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}^{(1)} + \Omega_n\, \hat{\mathbf{x}}^{(2)} \\ \hat{\mathbf{x}}^{(1)} - \Omega_n\, \hat{\mathbf{x}}^{(2)} \end{bmatrix},\ \Omega_n = \begin{bmatrix} \omega_n^0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \omega_n^1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ldots & 0 & \omega_n^{k-1} \end{bmatrix}$$

β) Γράψτε μια αναδρομική συνάρτηση στο `MATLAB` που να υπολογίζει τον *FFT* για μια οποιαδήποτε είσοδο της οποίας το μήκος είναι δύναμη του δύο. Ποιο είναι το υπολογιστικό κόστος για τον *DFT* και τον *FFT* σε `flops` (πρόσθεση μιγαδικών: 2 `flop`, πολλαπλασιασμός μιγαδικών: 6 `flop`); Υπολογίστε το κάνοντας χρήση της παρακάτω αναδρομικής σχέσης και επιβεβαιώστε το αποτέλεσμα με τον κώδικά σας.

$$T(n) = \frac{n}{2}\,T(2) + 6\,\frac{n}{2} + 2\,T\left(\frac{n}{2}\right)$$

γ) Το αρχείο `plant.p` περιέχει ένα άγνωστο, γραμμικό σύστημα. Χρησιμοποιήστε ένα προσαρμοζόμενο φίλτρο 3000 συντελεστών για τη μοντελοποίηση του άγνωστου συστήματος. Η προσαρμογή θα πρέπει να γίνει με τον αλγόριθμο *Block LMS*. Παρουσιάστε τις παρακάτω υλοποιήσεις του αλγορίθμου: α) Με δύο εμφωλευμένους βρόχους (*nested loops*). β) Με ένα βρόχο και πράξεις πινάκων, γ) Με προσαρμογή στο πεδίο της συχνότητας κάνοντας χρήση του *FFT*. δ) Με μη περιορισμένη (*unconstrained*) προσαρμογή στο πεδίο της συχνότητας. Ποια είναι πιο συμφέρουσα υπολογιστικά; Θεωρήστε ότι η είσοδος στο σύστημα (σήμα $v(n)$) είναι λευκός θόρυβος με διακύμανση $\sigma_v^2 = 0.27$ που καταγράφεται από τον αισθητήρα $G(z)$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Σε αυτό το ερώτημα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τη συνάρτηση `fft()` του `MATLAB`.

Παραδώστε: Τον κώδικά σας και σύντομη αναφορά (όχι πάνω από τρεις σελίδες) με διαγράμματα που να απεικονίζουν τις καμπύλες εκμάθησης (*learning curves*) του συστήματος και τα σχόλιά σας για την απόδοση και ταχύτητα σύγκλισης του κάθε αλγόριθμου.

Καταληκτική ημερομηνία: 24 Απριλίου 2016.