# Week 5. Python 데이터 분석의 기초 라이브러리 - NumPy

데이터는 수많은 숫자들로 이루어져 있다. 하나의 변수에 여러 개의 데이터를 넣는 방법으로 리스트를 사용할 수도 있지만 리스트 는 속도가 느리고 메모리를 많이 차지하는 단점 이 있다.

더 적은 메모리를 사용해서 빠르게 데이터를 처리하려면 배열(array)을 사용해야 한다.

배열은 같은 자료형의 데이터를 정해진 갯수만큼 모아놓은 것이다. 배열은 다음과 같은 점에서 리스트와 다르다.

- 모든 원소가 같은 자료형이어야 한다.
- 원소의 갯수를 바꿀 수 없다.

파이썬은 자체적으로 배열 자료형을 제공하지 않는다. 따라서 배열을 구현한 다른 패키지를 임포트해야 한다. 파이썬에서 배열을 사용하기 위한 표준 패키지는 NumPy 이다.

# NumPy 기초

NumPy 는 np 라는 이름으로 임포트하는 것이 관례이다.

배열 객체 객체는 C언어의 배열처럼 연속적인 메모리 배치를 가지기 때문에 모든 원소가 같은 자료형이어야 한다.

- Numpy(Numerical Python의 줄임말)
- 빠르고 효율적인 다차원 배열 객체 ndarray
- 배열 원소를 다루거나 배열 간의 수학 계산을 수행하는 함수
  - 데이터 개조, 정제, 부분 집합, 필터링, 변형
  - 정렬, 유일 원소 찾기, 집합연산 같은 일반적인 배열 처리 알고리즘
- 통계의 효과적인 표현과 데이터의 수집/요약
- 데이터분석에서는 알고리즘에 사용할 데이터 컨테이너의 역할
- NumPy 배열은 파이썬 기본 자료 구조보다 훨씬 효율적인 방법으로 데이터를 저장하고 다룬다.

### 기본 인덱싱

배열 객체로 구현한 다차원 배열의 원소 하나 하나는 다음과 같이 콤마(comma ,) 를 사용하여 접근할 수 있다. 콤마로 구분된 차 원을 축(axis) 이라고도 한다.

## 2차원 배열 - 행렬(matrix)

ndarray 는 N-dimensional Array의 약자이다. 이름 그대로 배열 객체는 단순 리스트와 유사한 1차원 배열 이외에도 2차원 배열, 3차원 배열 등의 다차원 배열 자료 구조를 지원

안쪽 리스트의 길이는 행렬의 열의 수 즉, 가로 크기가 되고 바깥쪽 리스트의 길이는 행렬의 행의 수, 즉 세로 크기가 된다. 예를 들어  $2 \times 3$  배열은 다음과 같이 만든다.

## 슬라이싱

배열 객체로 구현한 다차원 배열의 원소 중 복수 개를 접근하려면 일반적인 파이썬 슬라이싱(slicing)과 comma(,) 를 함께 사용하면 된다.

배열 슬라이스는 값을 복사하는게 아니다. 그러므로 배열 슬라이스의 값을 바꿔도 원본에 반영된다.

뷰 대신에 슬라이스의 복사본을 얻고 싶다면 copy 메서드를 이용

```
In [4]: a = np.array([[0, 1, 2], [3, 4, 5]])
    print(a)
    print(a[0, :]) # 첫번째 행 전체
    print(a[:, 1]) # 두번째 열 전체
    print(a[1, 1:]) # 두번째 행의 두번째 열부터 끝열까지

arr_slice_copy = a[1:3].copy() # 무조건 copy() 함수를 써야 복사가 됨
    print(arr_slice_copy)

[[0 1 2]
    [3 4 5]]
    [0 1 2]
    [1 4]
    [4 5]
    [[3 4 5]]
```

#### 벡터 연산

ndarray 배열 객체는 배열의 각 원소에 대한 연산을 한 번에 처리하는 벡터화 연산(vectorized operation)을 지원

```
In [6]: # 리스트를 사용하는 경우
a = [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
print('리스트에 2를 곱하면?', a * 2)
b = []
for ai in a:
    b.append(ai * 2)
print('실제 리스트를 이용한 a * 2:',b)
# np array 를 사용하는 경우
x = np.array(a)
b = x * 2
print('x * 2:', b)
```

```
리스트에 2를 곱하면? [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
실제 리스트를 이용한 a * 2: [0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18]
x * 2: [0 2 4 6 8 10 12 14 16 18]
```

#### 팬시 인덱싱(fancy indexing)이라고도 부르는 배열 인덱싱(array indexing)

[ 0.84147098 0.90929743 0.14112001]

사실은 데이터베이스의 질의(Query) 기능을 수행한다.

불리언(Boolean) 방식 배열 인덱싱

- True 인 원소만 선택
- 인덱스의 크기가 배열의 크기와 같아야 한다.

위치 지정 방식 배열 인덱싱

- 지정된 위치의 원소만 선택
- 인덱스의 크기가 배열의 크기와 달라도 된다.

```
In [5]: a = np.array([0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9])
idx = np.array([True, False, True, False, True, False, True, False, True, False])
print('짝수를 가져와!:',a[idx])

bool_idx = (a % 2 == 0)
print('짝수를 가져와!:',a[bool_idx])

print('짝수 - 더 간단하게:',a[a % 3 == 0])
idx = np.array([0, 2, 4, 6, 8])
print('홀수번째 component!:',a[idx])
```

짝수를 가져와!: [0 2 4 6 8] 짝수를 가져와!: [0 2 4 6 8] 짝수 - 더 간단하게: [0 3 6 9] 홀수번째 component!: [0 2 4 6 8]

## 배열연산 표현하기 (+조건절)

```
In [41]: arr = np.array([[0, 1, 2],
                      [3, 4, 5],
                      [6, 7, 8]])
        print(arr)
        print('----')
        #조건절
        print(np.where( arr > 3, 1, -1))
        # 양수는 모두 2로, 음수는 모두 -1로 변경
        print('----')
        # Cumulative sum
        print(arr.cumsum())
        # column cumulative
        print(arr.cumsum(0))
        # row cumulative
        print(arr.cumsum(1))
        print('----')
        # Cumulative product
        print(arr.cumprod(1))
        [[0 1 2]
        [3 4 5]
         [6 7 8]]
        [[-1 -1 -1]
        [-1 1 1]
         [ 1 1 1]]
```

```
[[0 1 2]
  [3 4 5]
  [6 7 8]]
-------
[[-1 -1 -1]
  [-1 1 1]
  [ 1 1 1]]
------
[ 0 1 3 6 10 15 21 28 36]
[[ 0 1 2]
  [ 3 5 7]
  [ 9 12 15]]
[[ 0 1 3]
  [ 3 7 12]
  [ 6 13 21]]
------
[[ 0 0 0]
  [ 3 12 60]
  [ 6 42 336]]
```

# NumPy 배열 초기화

#### 배열 생성

앞에서 파이썬 리스트를 NumPy의 ndarray 객체로 변환하여 생성하려면 array 명령을 사용하였다. 그러나 보통은 이러한 기본 객체없이 다음과 같은 명령을 사용하여 바로 ndarray 객체를 생성한다.

- **zeros, ones** : 크기가 정해져 있고 모든 값이 0 (ones 인 경우 1) 인 배열
- zeros\_like, ones\_like : 특정한 배열 혹은 리스트와 같은 크기의 배열을 생성
- empty: 생성만 하고 초기화를 하지 않는 empty 명령
- arange: NumPy 버전의 range 명령. 특정한 규칙에 따라 증가하는 수열
- linspace, logspace : 선형 구간 혹은 로그 구간을 지정한 구간의 수만큼 분할
- rand(uniform dist.), randn(gaussian dist.) : 임의의 난수를 생성.시드(seed)값을 지정하려면 seed

```
In [57]: # zeros, ones
        print(np.zeros(5))
        print(np.ones(5))
        print(np.zeros((5, 2), dtype="f8"))
        print('----')
        [0. 0. 0. 0.]
        [ 1. 1. 1. 1. ]
        [[ 0. 0.]
         [ 0. 0.]
         [ 0. 0.]
         [ 0. 0.]
         [ 0. 0.]]
In [60]: # zeros_like, ones_like
        e = range(10)
        print(list(e))
        print(np.ones_like(e, dtype="int"))
        print('----')
        [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
        [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1]
In [61]:
        # empty
        print(np.empty((4,3)))
        print('----')
        [[ 1.50690911e-312 0.00000000e+000
                                            8.76794447e+2521
           2.15895723e+227 1.14428494e+243
                                            1.35617218e+248]
           2.78225511e+296 9.80058441e+252
                                            1.23971686e+224]
           1.41066534e+232 1.16070543e-028
                                            4.05919345e-317]]
```

```
In [62]: # arange
       print(np.array(range(10)))
       print(np.arange(10)) # 0 .. n-1
       print(np.arange(3, 21, 2)) # 시작, 끝(포함하지 않음), 단계
       print('----')
       [0 1 2 3 4 5 6 7 8 9]
       [0 1 2 3 4 5 6 7 8 9]
       [ 3 5 7 9 11 13 15 17 19]
In [22]: # linspace
       print(np.linspace(0, 100, 5)) # 시작, 끝(포함), 갯수
       print('----')
          0. 25. 50. 75. 100.]
       # rand, randn
In [80]:
       np.random.seed(0)
       print(np.random.rand(4))
       print(np.random.random(4))
       print(np.random.randn(4))
       [-0.10321885 0.4105985
                          0.14404357 1.45427351]
```

## 선형대수 연산

## 대각합 (trace)

```
    tr(kA) = k * tr(A)
    tr(A + B) = tr(A) + tr(B)
```

tr(A') = tr(A)tr(AB) = tr(BA)

## 행렬식 (deteminant)

- |A'| = |A|
- |AB| = |A||B|
- 대각행렬 A 이면, |A| = a11a22 ... amm 이다. (대각의 곱)
- 한 행이라도 모두 0 이면 |A| = 0
- 두 행 또는 두 열이 동등하면 |A| = 0

```
In [83]: print(np.linalg.det(A))
```

6.66133814775e-16

## 계수 (rank) 와 비특이행렬 (nonsingular matrix)

- 만약 |S| = 0 이면,
- S는 특이행렬(singular matrix) 이고,
- |S|!= 0 이면 비특이행렬 (nonsingular matrix) 이라고 한다.

```
In [84]: S = np.array([[1,2],[2,4]]) print (np.linalg.matrix_rank(S)) # rank 계수가 1 != 2 print(np.linalg.det(S)) # 행렬식 = 0 => 특이행렬이다.
```

0.0

## 선형종속 (linear dependence)

- n 개의 벡터{x1, x2, .. xn} 과 n 개의 스칼라 {k1, k2, .. kn}에서 k1x1 + k2x2 + ... + knxn = 0 을 충족하는 0이 아닌 스칼라 집합이 있다면 선형종속이다.
- 쉽게 말해, 어떤 벡터 xi 는 다른 벡터의 조합으로 나타낼 수 있을 경우. 그렇지 않은 경우를 선형독립 (linear independence) 라고 한다.

```
In [85]: # determinant로 검증
# 선형종속 => det(X) = 0 => 특이행렬 singular matrix
round(np.linalg.det(X))
```

```
NameError Traceback (most recent call last)
<ipython-input-85-709e139af061> in <module>()
    1 # determinant로 검증
    2 # 선형종속 => det(X) = 0 => 특이행렬 singular matrix
----> 3 round(np.linalg.det(X))

NameError: name 'X' is not defined
```

```
In [86]: #### 역행렬 (inverse matrix)
        A = np.array([[1,2],[3,4]])
        print(A)
        inv_A = np.linalg.inv(A)
        print (inv_A)
        print('----')
        ##선형등식체계 해
        A = np.array([[3,5],
                     [4,2]])
        h = np.array([[13],[8]])
                                     # 역행렬 존재여부 확인
        np.linalg.det(A)
                                    # 역행렬
        inv_A = np.linalg.inv(A)
        print(np.dot(inv_A, h))
                                    \# x = inv(A) * h
        [[1 2]
        [3 4]]
        [[-2. 1.]
         [ 1.5 -0.5]]
        [[ 1.]
         [ 2.]]
```

### 고유값과 고유행렬

A 라는 행렬을 일종의 변환행렬이라고 생각할때, 그 변환에 대해서 (크기만 변화) 방향이 변하지 않는 벡터이기 때문에 고유벡터라고 한다.

Ax = Lx

Ax - Lx = 0

(A - LI)x = 0 # 스칼라값 L 에 항등행렬 I 를 곱해 행렬뺄셈을 한다.

여기서 (A - LI) 행렬이 비특이행렬(역행렬 존재)하면, x = 0 이라는 자명해(trivial solution) 만 존재하고, 고유벡터는 없다.

(A - LI) 가 특이행렬(역행렬X) 이면, x = 0 이외의 비자명해(nontrivial solution) 을 가지게 된다.

(A - LI) 의 행렬식 deteminant 값이 0 이 되도록 하는 L 값을 계산해서 나오는 값이 고유값이다.

```
In [6]: A = np.array([[1,2],[3,4]])

v, m = np.linalg.eig(A)
print(v)
print(m)

[-0.37228132    5.37228132]
[[-0.82456484    -0.41597356]
        [ 0.56576746    -0.90937671]]
```

## 벡터 및 행렬 norm

```
print(x)
          print(np.linalg.norm(x))
          [0 1 2 3]
          3.74165738677
통계 - 최대최소
 • 최대/최소: min , max , argmin , argmax
 • 통계: sum , mean , median , std , var
 • 불리언: all , any
  In [10]: x = np.array([1, 2, 3, 4])
          y = np.array([[1, 1], [2, 2]])
          # sum
          print(np.sum(x), x.sum())
          print('y 열합계:', y.sum(axis=0)) # 열 합계
          print('y 행합계:', y.sum(axis=1)) # 행 합계
          print('----')
          #min, max
          print(x.min(), x.max())
          print('----')
          # argmin
          print(x.argmin(), x.argmax())
          print('----')
          # mean, median
          print(x.mean(), np.median(x))
          10 10
          y 열합계: [3 3]
          y 행합계: [2 4]
          -----
          2.5 2.5
```

In [89]: x = np.array([0, 1, 2, 3])

확률변수(random variables) 집합의 공분산행렬 (covariance matrix)

```
In [94]: import numpy as np
# 두 개의 변수, x_0 과 x_10 완전히 상관관계가 있고, 방향은 반대라고 하자(부적상관)
x_0 = np.array([0, 1, 2])
x_1 = np.array([2, 1, 0])
X = np.vstack((x_0, x_1))

print(X)
print(np.cov(X))
print(np.cov(x_0, x_1))

[[0 1 2]
[2 1 0]]
[[1. -1.]
[-1. 1.]]
[-1. 1.]]
```

#### 진합

## 배열 수정

### 배열 변형

• reshape : 형태만 바꾸기

● | transpose |: 전치

flatten : 무조건 1차원 배열로 펼침
 newaxis : 차원 늘리기(1차원 증가)

```
In [54]: # reshape
       a = np.arange(12)
       print(a)
       print('----')
       b = a.reshape(3, 4)
       print(b)
       print('----')
       # transpose
       print(b.transpose())
       [0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11]
       [[0 1 2 3]
       [4567]
       [ 8 9 10 11]]
       [[ 0 4 8]
        [159]
        [ 2 6 10]
        [ 3 7 11]]
```

사용하는 원소의 갯수가 정해저 있기 때문에 reshape 명령의 형태 튜플의 원소 중 하나는 -1이라는 숫자로 대체할 수 있다. -1을 넣으면 해당 숫자는 다른 값에서 계산되어 사용된다.

### 배열 연결/분리

행의 수나 열의 수가 같은 두 개 이상의 배열을 연결(concatenate)하여 더 큰 배열을 만들 때는 다음과 같은 명령을 사용한다.

- hstack: 행의 수가 같은 두 개 이상의 배열을 옆으로 연결하여 열의 수가 더 많은 배열합친다.
- vstack: 열의 수가 같은 두 개 이상의 배열을 위아래로 연결하여 행의 수가 더 많은 배열을 만든다.
- dstack: 제3의 축 즉, 행이나 열이 아닌 깊이(depth) 방향으로 배열을 합친다.
- stack : 새로운 차원(축으로) 배열을 연결. axis 인수(디폴트 0)를 사용하여 연결후의 회전 방향을 정한다. 연결하고자 하는 배열들의 크기가 모두 같아야 한다.
- r\_
- c\_
- | tile |: 동일한 배열을 반복하여 연결
- split : 배열을 분리

```
In [4]: # dstack
        print(np.dstack([a1, a2]))
        print('----')
        # stack
        print(np.stack([a1, a2], axis=1))
        print('----')
        [[[ 1. 0.]
         [ 1. 0.]
          [ 1. 0.]]
         [[ 1. 0.]
         [ 1. 0.]
          [ 1. 0.]]]
        [[[ 1. 1. 1.]
         [ 0. 0. 0.]]
         [[ 1. 1. 1.]
         [ 0. 0. 0.]]]
In [8]: # tile
        b1 = np.array([1,2,3])
        print(np.tile(b1, 3))
        print(np.tile(b1, (2,3)))
        print('----')
        #split
        arr = np.random.randn(5, 5)
        first, second, third = np.split(arr, [1, 3], axis=1)
        print(first)
        print(second)
        print(third)
        [1 2 3 1 2 3 1 2 3]
        [[1 2 3 1 2 3 1 2 3]
        [1 2 3 1 2 3 1 2 3]]
        [[ 1.93076351]
         [ 0.81512242]
         [ 1.18248718]
         [-0.674037 ]
         [ 2.54432997]]
        [[-0.79106612 0.46377816]
         [ 0.73086931 -1.58905706]
         [ 0.81096935 -0.12806666]
         [ 2.24701399 -0.70540449]
         [ 0.34714922 -1.06184133]]
        [[-1.49795446 -2.70362831]
         [-0.68646859 0.05736132]
         [ 0.87660029 -0.36260088]
         [ 0.29207287  0.22563171]
         [-1.14705908 -0.14950814]]
```

#### 그리드 생성

함수의 그래프를 그리거나 표를 작성하려면 많은 좌표를 한꺼번에 생성하여 각 좌표에 대한 함수 값을 계산

x, y 라는 두 변수를 가진 함수에서 x가 0부터 2까지, y가 0부터 4까지의 사각형 영역에서 변화하는 과정을 보고 싶다면 이 사각형 영역 안의 다음과 같은 (x,y) 쌍 값들에 대해 함수를 계산해야 한다.

```
(x,y)=(0,0),(0,1),(0,2),(0,3),(0,4),(1,0),\cdots,(2,4)
```

이러한 과정을 자동으로 해주는 것이 NumPy의 meshgrid 명령이다. meshgrid 명령은 사각형 영역을 구성하는 가로축의 점들과 세로축의 점을 나타내는 두 벡터를 인수로 받아서 이 사각형 영역을 이루는 조합을 출력한다. 단 조합이 된 (x,y)쌍을 x값만을 표시하는 행렬과 y값만을 표시하는 행렬 두 개로 분리하여 출력한다.

```
In [ ]: x = np.arange(3)
y = np.arange(5)

X, Y = np.meshgrid(x, y)
[zip(x, y) for x, y in zip(X, Y)]

import matplotlib.pylab as plt
plt.scatter(X,Y, linewidth= 10);
plt.show()
```

## 정렬

sort 명령이나 메서드를 사용하여 배열 안의 원소를 크기에 따라 정렬하여 새로운 배열을 만들 수도 있다.

2차원 이상인 경우에는 마찬가지로 axis 인수를 사용하여 방향을 결정한다.

```
In [69]: a = np.array([[4, 3, 5], [1, 2, 1]])
    print(a)
    np.sort(a)
    print(a)

[[4 3 5]
      [1 2 1]]
    [[4 3 5]
      [1 2 1]]
```

## 계산!

NumPy는 코드를 간단하게 만들고 계산 속도를 빠르게 하기 위한 벡터화 연산(vectorized operation)을 지원한다. 벡터화 연산이란 반복문( loop )을 사용하지 않고 선형 대수의 벡터 혹은 행렬 연산과 유사한 코드를 사용하는 것을 말한다.

In [95]: # 리스트로 연산
import numpy as np
x = np.arange(1, 100001)
y = np.arange(100001, 200001)

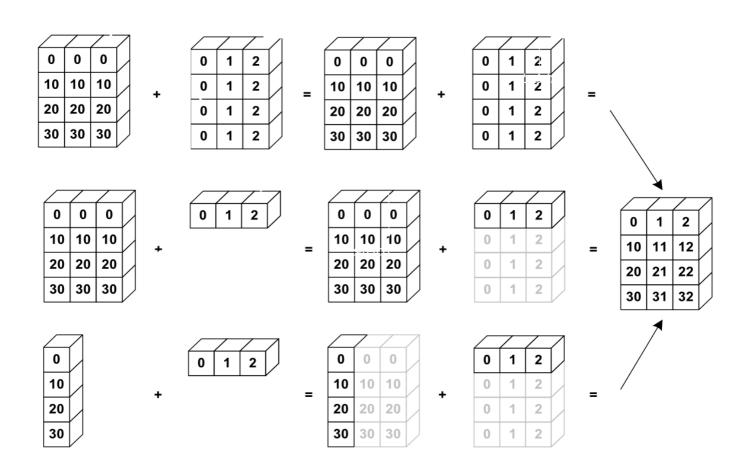
1000 loops, best of 3: 398 μs per loop

In [97]: %%timeit
a = x + y

The slowest run took 6.39 times longer than the fastest. This could mean that an intermediate result is being cached.

10000 loops, best of 3: 65.6 μs per loop

### 브로드캐스팅



```
In [55]: a = np.tile(np.arange(0, 40, 10), (3, 1)).transpose()
        print(a)
        print('----')
        b = np.array([0, 1, 2])
        print(b)
        print('----')
        # 방법 1
        print('a+b:', a + b)
        print('----')
        # 방법 2
        a = np.arange(0, 40, 10)[:, np.newaxis]
        print('a+b:', a + b)
        [[0 0 0]]
         [10 10 10]
         [20 20 20]
         [30 30 30]]
        [0 1 2]
        a+b: [[ 0 1 2]
         [10 11 12]
         [20 21 22]
         [30 31 32]]
        a+b: [[ 0 1 2]
         [10 11 12]
         [20 21 22]
         [30 31 32]]
```

# nparray 읽기/쓰기