



BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

Öğr. Gör. Dr. Alper VAHAPLAR
2013 – 2014

Geçen Hafta...

- Sayı Sistemleri
 - 10'luk sayı sistemi (Decimal, 10-based)
 - 2'lik sayı sistemi (Binary system)
 - Octal (8'lik sistem)
 - Hexadecimal (16'lık sistem)

Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

2

Alıştırma

- Bir öğretmen sınıftaki 100 öğrenciden 24'ünün erkek ve 32'sinin kız olduğunu söylüyor. Sayı sistemini ve 10'luk karşılıklarını bulunuz...

Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

3

Alıştırma

21	17	24	27
30	26	19	18
23	20	31	25
16	28	22	29
1			

13	24	14	15
26	29	31	25
12	27	8	30
9	28	11	10
2			

4	13	5	22
28	23	12	20
30	6	21	29
15	31	14	7
3			

22	11	23	26
27	15	2	30
3	14	31	7
18	10	6	19
4			

5	3	27	15
29	1	23	31
7	25	9	13
19	17	21	11
5			

Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

4

Mimarî'ye Giriş

Boolean Algebra

Logic Gates

Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

5

Boolean Algebra

- Sembolik matematiksel mantık sistemi.
- Dijital devre tasarımının temelini oluşturur.
- George Boole (1854)
- “Doğru” ya da “Yanlış” değerlerini alan mantıksal önergelerin kullanıldığı bir sistem.
- 3 işlemci var:
 - NOT (Değil)
 - AND (ve),
 - OR (veya),

Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

6

Boolean Algebra

- Ör: Önerme
- “Eğer yağmur yağıyorsa VEYA hava kapalı ise, Şemsiye al.



Boolean Algebra

- Ör: Önerme
- “Eğer yağmur yağıyorsa VEYA hava kapalı ise, VE arabalı DEĞİLSEN, Şemsiye al.



Boolean Algebra

- A ve B, iki önerme olsun.
- “Doğru” veya “Yanlış” değerlerini alabilirler.

			(\bar{A})					(\bar{A})				
			A	A DEĞİL				A	A DEĞİL			
$(A \wedge B)$			Yanlış	Doğru	$(A \vee B)$			0	1			
			Doğru	Yanlış				1	0			
A	B	A VE B				A	B	A VEYA B				
Yanlış	Yanlış	Yanlış	Yanlış	Doğru	Yanlış	Yanlış	Yanlış	Yanlış	0	0	0	
Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Yanlış	Doğru	Doğru	Doğru	0	1	0	
Doğru	Yanlış	Yanlış	Doğru	Doğru	Doğru	Yanlış	Doğru	Doğru	1	0	0	
Doğru	Doğru	Doğru	Doğru	Doğru	Doğru	Doğru	Doğru	Doğru	1	1	1	

Boolean Algebra

- A ve B, iki önerme olsun.
- “0” veya “1” değerlerini alabilirler.

			(\bar{A})					(\bar{A})				
			A	A DEĞİL				A	A DEĞİL			
$(A \cdot B)$			0	1	$(A + B)$			0	1			
			1	0				1	0			
A	B	A VE B				A	B	A VEYA B				
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	
1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	

Boolean Algebra - Teoremler

- Commutative Rule (Değişme Özelliği)
 $X + Y = Y + X$ $X \cdot Y = Y \cdot X$
- Associative Rule (Birleşme Özelliği)
 $X + Y + Z = (X + Y) + Z = X + (Y + Z)$
 $X \cdot Y \cdot Z = (X \cdot Y) \cdot Z = X \cdot (Y \cdot Z)$
- Distributive Rule (Dağılıma Özelliği)
 $X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$
 $X \cdot (Y + Z) = (X \cdot Y) + (X \cdot Z)$

Boolean Algebra - Teoremler

- Idempotence Rule
 $X + X = X$ $X \cdot X = X$
- AND Rule
 $X \cdot 1 = X$ $X \cdot 0 = 0$
- OR Rule
 $X + 1 = 1$ $X + 0 = X$
- Complementation Rule (Tümlleme)
 $X + \bar{X} = 1$ $X \cdot \bar{X} = 0$

Boolean Algebra - Teoremler

- Negation of Negation

$$\overline{\overline{X}} = X \quad \overline{\overline{X+Y}} = X+Y \quad \overline{\overline{X \cdot Y}} = X \cdot Y$$

- De Morgan Rule

$$\overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y} \quad \overline{X+Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$$

- Absorption Rule

$$X + X \cdot Y = X \quad X \cdot (X + Y) = X$$

Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

13

Boolean Algebra

- Alıştırma: F'in eşdeğerini bulunuz.

$$F = A \cdot (A + \overline{B})$$

$$F = A \cdot A + A \cdot \overline{B} \quad A \cdot A = A$$

$$F = A + A \cdot \overline{B}$$

$$F = A \cdot (1 + \overline{B}) \quad 1 + \overline{B} = 1$$

$$F = A \cdot 1$$

$$F = A$$

Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

14

Boolean Algebra

- Alıştırma:

$$F = A \cdot B + A \cdot \overline{B}$$

$$F = A \cdot (B + \overline{B}) \quad B + \overline{B} = 1$$

$$F = A \cdot (1)$$

$$F = A$$

Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

15

Boolean Algebra

- Alıştırma:

$$F = X \cdot Y + \overline{X} \cdot Y + \overline{Y}$$

$$F = Y \cdot (X + \overline{X}) + \overline{Y}$$

$$F = Y + \overline{Y}$$

$$F = 1$$

Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

16

Boolean Algebra

- Alıştırma:

$$F = X \cdot Y \cdot Z + X \cdot Y \cdot \overline{Z} + \overline{X} \cdot Y$$

$$F = X \cdot Y \cdot (Z + \overline{Z}) + \overline{X} \cdot Y$$

$$F = X \cdot Y + \overline{X} \cdot Y$$

$$F = Y \cdot (X + \overline{X})$$

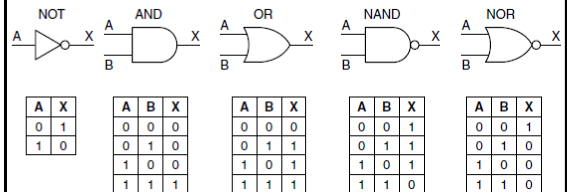
$$F = Y$$

Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

17

Mantık Kapıları – Logic Gates



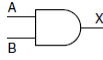
Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

18

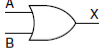
Logic Gates and Truth Tables

$$X = A \cdot B$$



A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$X = A + B$$



A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

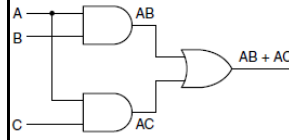
Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

19

Logic Gates and Truth Tables

- $X = AB + AC$ 'nin devresini çiziniz



A	B	C	AB	AC	AB + AC
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

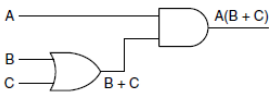
Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

20

Logic Gates and Truth Tables

- $X = A(B+C)$ 'nin devresini çiziniz



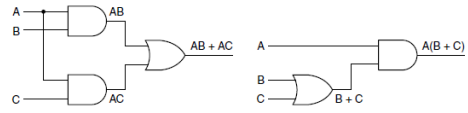
A	B	C	A	B + C	A(B + C)
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

21

Logic Gates and Truth Tables



A	B	C	AB	AC	AB + AC
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

A	B	C	A	B + C	A(B + C)
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Alper

22

Logic Gates and Truth Tables

- De Morgan kuralını Truth table ile ispatlayınız.

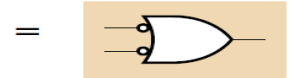
$$\overline{X + Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$$

$$\overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y}$$

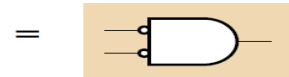
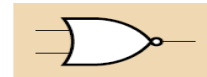
X	Y	X + Y	$\overline{X \cdot Y}$	$\overline{X} \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} + \overline{Y}$
0	0	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	1	0

23

$$\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$$



$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$



Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

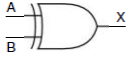
24

Logic Gates – XOR, XNOR

XOR (Exclusive OR)

$$X = A \oplus B$$

$$= \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$$

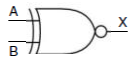


A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

XNOR

$$X = \overline{A \oplus B} = A \otimes B$$

$$= A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$$



A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

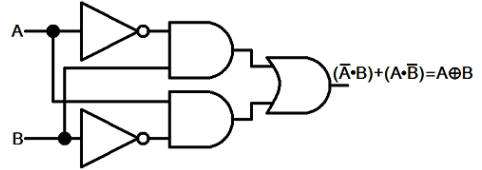
Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

25

Logic Gates

- Devrenin matematiksel karşılığı?



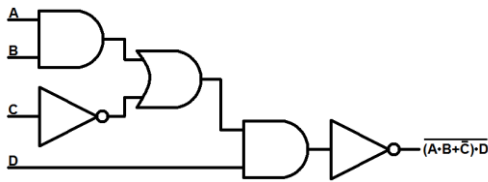
Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

26

Logic Gates

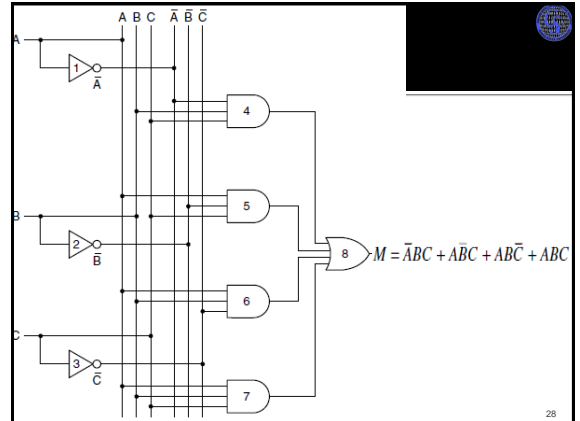
- Devrenin matematiksel karşılığı?



Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

27



28

Logic Gates – Özet

Buffer



0	0
1	1

Inverter



0	1
1	0

AND



·	0	1
0	0	0
1	0	1

NAND



·	0	1
0	1	1
1	1	0

OR



+	0	1
0	0	1
1	1	1

NOR



+	0	1
0	1	0
1	0	0

XOR



⊕	0	1
0	0	1
1	1	0

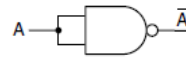
XNOR



⊕	0	1
0	1	0
1	0	1

Logic Gates

- Sadece NAND gate kullanarak NOT gate oluşturun.



- Sadece NOR gate kullanarak NOT gate oluşturun.



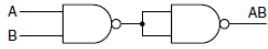
Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

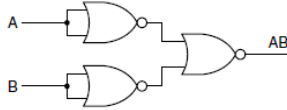
30

Logic Gates

- Sadece NAND gate kullanarak AND gate oluşturun.



- Sadece NOR gate kullanarak AND gate oluşturun.



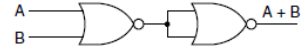
Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

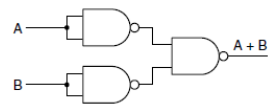
31

Logic Gates

- Sadece NOR gate kullanarak OR gate oluşturun.



- Sadece NAND gate kullanarak OR gate oluşturun.



Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

32

Logic Gate Simulator

- <http://www.neuroproductions.be/logic-lab/>
- <http://www.indiabix.com/electronics-circuits/>

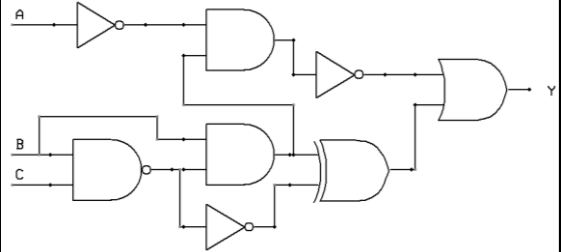
Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

33

Logic Gates – Ödev-1

- Y=? (Truth Table ile birlikte)



Logic Gates – Ödev-2

- Aşağıdaki önermeyi basitleştirip diyagramını çiziniz.

$$F = (\overline{X} + X \cdot Y) \cdot (\overline{Y} + X \cdot Y)$$

- Evinizin her odasındaki her pencereden sinyal alıp bir müdahale durumunda alarmı çalıştıracak olan devreyi çiziniz.

Alper VAHAPLAR

BİL2007 Bilgisayar Mimarisi

35