

# Compito di Algoritmi e strutture dati

Corso di Laurea in Informatica

Appello Giugno 2004

Domanda 1 – (20 punti)

Si consideri la procedura Magic, che dato in input un vettore non ordinato  $x_1, x_2, \dots, x_n$  restituisce l'elemento mediano  $x$ . Ovvero quell'elemento che ha  $n/2$  elementi maggiori di se stesso ed altrettanti minori o uguali. Si assuma che il vostro Corpo Docente dia ampie assicurazioni che Magic prende  $O(n)$  tempo. Si usi Magic come subroutine per ottenere una procedura di Quicksort il cui caso pessimo sia  $O(n \log n)$ . Si dia l'analisi.

Domanda 2 – (5 punti)

Si dia un algoritmo che, dato in input un grafo non orientato, stabilisce se esso e' connesso.

Domanda 3 – (5 punti)

L'algoritmo che costituisce la vostra risposta alla Domanda 2 funziona anche per il caso diretto? ovvero per testare se un grafo e' fortemente connesso?

Domanda 4 – (15 punti)

Sia  $F$  una formula booleana in Forma Congiuntiva Normale (CNF). Il problema della soddisfattibilita di  $F$  e' NP-Completo. Utilizzando tale risultato, si dimostri che il problema resta NP-Completo quando ogni clausola ha almeno tre letterali.

Domanda 5 – (5 punti)

Si consideri di nuovo la Domanda 3. Cosa succede nel caso in cui ogni clausola ha al più due letterali?

Domanda 6 – (20 punti)

Dare un algoritmo che dato un grafo diretto  $G = (V, E)$  verifichi se è aciclico.

Domanda 7 – (15 punti)

Risolvere la seguente ricorrenza

$$C_N = C_{N/2} + N^2,$$

per  $N > 1$  e con  $C_1 = 0$ . Supporre  $N = 2^n$ .

Domanda 8 – (5 punti)

Dato il grafon non diretto  $G = (V, E)$ , con

$$V = \{a, b, c, d, e, f, g, h\},$$

$$E = \{(a, b), (a, c), (b, c), (c, e), (d, e), (e, f), (e, g), (f, h), (g, h)\}$$

determinare tutte le sue componenti biconnesse.

Domanda 9 – (5 punti)

Sia  $G = (V, E)$  un grafo connesso e aciclico. Sapete dire qualcosa sulla cardinalità di  $E$ .

Domanda 10 – (5 punti)

Definire un tipo di dato astratto per i numeri complessi. Dare solo la definizione per le funzioni.