

# Compito di Algoritmi e Strutture Dati

Corso di Laurea in Informatica

Appello Febbraio 2006

**Domanda 1 – (15 punti)**

Date  $n$  matrici  $M_1, \dots, M_n$  tali che  $M_i$  ed  $M_{i+1}$  sono compatibili per il prodotto, si dia un algoritmo polinomiale che calcola il modo ottimo di fare il prodotto  $M_1 \times M_2 \times \dots \times M_n$ .

**Domanda 2 – (10 punti)**

Si provi che l'altezza di un albero 2-3 con  $n$  foglie è  $O(\log n)$ .

**Domanda 3 – (20 punti)**

Per carnevale i docenti del corso di Algoritmi hanno ricevuto in omaggio un oracolo che, preso in input una espressione booleana in CNF, produce un'assegnazione di valori di verità ai letterali tale da soddisfare la formula se e soltanto se questa è soddisfattibile. Altrimenti l'oracolo risponde no. Si dia un algoritmo polinomiale che stabilisce se l'oracolo dice la verità quando restituisce una soluzione.

**Domanda 4 – (15)**

Risolvere la seguente formula ricorsiva esattamente, ovvero, identificare la funzione  $T(n)$  che la soddisfa. Verificare inoltre l'esattezza della soluzione trovata.

$$\begin{cases} T(n) = T(\frac{n}{2}) + \log_2(n) & n > 1 \\ T(1) = 0 \end{cases}$$

**Domanda 5 – (10 punti)**

Sia dato il grafo  $G = (V, E)$  con

$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$E = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 1), (5, 6), (6, 7), (7, 5)\}$ .

Considerato  $G$  diretto dire se esso è fortemente connesso, e nel caso in cui non lo sia, elencare tutte le sue componenti fortemente connesse. Motivare la risposta.

**Domanda 6 – (10 punti)**

Considerato il grafo  $G = (V, E)$  dell'esercizio precedente come non diretto, dire se esso è biconnesso, e nel caso in cui non lo sia, elencare tutte le sue componenti biconnesse. Motivare la risposta.

**Domanda 7 – (20 punti)** Sia dato un nastro di backup di dimensione  $L$  e siano  $p_1, \dots, p_n$  programmi di dimensione  $l_1, \dots, l_n$  rispettivamente tali che  $\sum_{i=1}^n l_i \leq L$ . Si dia un algoritmo che trovi la sequenza  $p_{i_1}, \dots, p_{i_n}$  di programmi da memorizzare sul nastro, in modo tale che il tempo medio di lettura di tutti i programmi sia minimo.