

- 小问 4 求解算法：多目标优化
 - 1. 算法一：非支配排序遗传算法 II (NSGA-II)
 - 1.1 原理概述
 - 1.2 适用场景
 - 1.3 优缺点分析
 - 2. 算法二：多目标粒子群算法 (MOPSO)
 - 2.1 原理概述
 - 2.2 适用场景
 - 2.3 优缺点分析
 - 3. 推荐求解方法
 - 推荐算法：非支配排序遗传算法 II (NSGA-II)

小问 4 求解算法：多目标优化

针对小问 4 建立的 **能耗与时间多目标优化模型**，该问题包含两个互相冲突的目标（能耗 E_{total} vs 时间 T ）以及非线性约束。这是一个典型的 **多目标优化问题 (Multi-objective Optimization Problem, MOP)**。推荐以下两种求解算法。

1. 算法一：非支配排序遗传算法 II (NSGA-II)

1.1 原理概述

NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II) 是目前应用最广泛的多目标进化算法。其核心机制包括：

- 快速非支配排序**：将种群根据支配关系分为不同的等级 (Pareto Fronts)，等级越低越优。
- 拥挤度距离 (Crowding Distance)**：在同一等级内，优先选择周围比较稀疏的个体，以保持解集的多样性。
- 精英保留策略**：父代和子代合并筛选，保证优秀解不丢失。

1.2 适用场景

- **2-3 个目标函数**：本题只有 2 个目标（能耗、时间），非常适合。
- **求帕累托前沿 (Pareto Front)**：需要给出多组解供决策者权衡（Trade-off）。
- **离散/连续混合变量**：对变量类型不敏感。

1.3 优缺点分析

- **优点**：
 - **分布性好**：能得到分布均匀的帕累托前沿，给出一系列丰富的选择方案。
 - **收敛性好**：精英策略保证了算法快速收敛到真实前沿。
 - **无需权重**：不需要像加权求和法那样预先指定目标权重，避免了主观性。
- **缺点**：
 - **计算复杂度**：随着目标数量增加 (>3)，非支配排序效率下降（但在本题 2 目标下不是问题）。
 - **高维困难**：如果决策变量维度极高，收敛变慢。

2. 算法二：多目标粒子群算法 (MOPSO)

2.1 原理概述

MOPSO 将粒子群算法 (PSO) 扩展到多目标领域。

- **外部档案 (External Archive)**：用于存储搜索过程中发现的非支配解（全局最优粒子的备选池）。
- **全局最优引导 (Global Guide)**：粒子从外部档案中选择一个非支配解作为 *gbest* 来引导飞行方向（通常基于网格法选择，以维持多样性）。

2.2 适用场景

- **快速收敛需求**：PSO 机制通常比 GA 收敛更快。
- **连续变量优化**：PSO 本质上适合连续空间搜索。

2.3 优缺点分析

- **优点**：

- **实现简单**：参数较少，代码逻辑比 NSGA-II 简单。
- **收敛速度快**：具有记忆功能，粒子能快速向帕累托前沿聚集。
- **缺点**：
 - **分布性较差**：容易出现早熟收敛，导致帕累托前沿断裂或分布不均。
 - **档案维护复杂**：需要额外的策略来维护外部档案的大小和分布。

3. 推荐求解方法

推荐算法：非支配排序遗传算法 II (NSGA-II)

推荐理由：

- 帕累托前沿质量高**：本题的最终目标是“选择最优方案”，这依赖于我们能否向决策者展示一条分布均匀、覆盖面广的 Pareto 曲线（例如：展示出“牺牲 0.1s 时间能节省 10% 能耗”的临界点）。NSGA-II 在维持解的多样性方面优于 MOPSO，能画出更漂亮的 Pareto 前沿图。
- 鲁棒性**：NSGA-II 是多目标优化的基准算法（Benchmark），性能稳定，不易受参数影响。
- 约束处理**：小问 4 中包含多个硬约束（ $\omega \leq 5^\circ/s$ 等）。NSGA-II 的受约束支配关系（Constrained-Domination）处理机制非常成熟，能有效处理不可行解。
- 数据支持**：本题变量仅为 3 个（ ω_1, T_2, ω_3 ），维度低，NSGA-II 可以在极短时间内（几百代）获得非常完美的收敛结果。

求解结果展示预期：

- 输出一张 X 轴为时间 T ，Y 轴为能耗 E 的散点图（Pareto Front）。
- 图上每个点代表一个可行的控制参数组合。
- 选取图中“拐点”位置的解作为最终推荐方案。