

- 小问 4 求解算法：多目标优化
 - 1. 算法一：非支配排序遗传算法 II (NSGA-II)
 - 1.1 原理概述
 - 1.2 适用场景
 - 1.3 优缺点分析
 - 2. 算法二：多目标粒子群算法 (MOPSO)
 - 2.1 原理概述
 - 2.2 适用场景
 - 2.3 优缺点分析
 - 3. 推荐求解方法
 - 推荐算法：非支配排序遗传算法 II (NSGA-II)

小问 4 求解算法：多目标优化

针对小问 4 建立的 能耗与时间多目标优化模型，该问题包含两个互相冲突的目标（能耗 E_{total} vs 时间 T ）以及非线性约束。这是一个典型的 多目标优化问题 (Multi-objective Optimization Problem, MOP)。推荐以下两种求解算法。

1. 算法一：非支配排序遗传算法 II (NSGA-II)

1.1 原理概述

NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II) 是目前应用最广泛的多目标进化算法。其核心机制包括：

1. 快速非支配排序：将种群根据支配关系分为不同的等级 (Pareto Fronts)，等级越低越优。
2. 拥挤度距离 (Crowding Distance)：在同一等级内，优先选择周围比较稀疏的个体，以保持解集的多样性。
3. 精英保留策略：父代和子代合并筛选，保证优秀解不丢失。

1.2 适用场景

- **2-3 个目标函数**: 本题只有 2 个目标 (能耗、时间)，非常适合。
- **求帕累托前沿 (Pareto Front)**: 需要给出多组解供决策者权衡 (Trade-off)。
- **离散/连续混合变量**: 对变量类型不敏感。

1.3 优缺点分析

- **优点:**
 - **分布性好**: 能得到分布均匀的帕累托前沿，给出一系列丰富的选择方案。
 - **收敛性好**: 精英策略保证了算法快速收敛到真实前沿。
 - **无需权重**: 不需要像加权求和法那样预先指定目标权重，避免了主观性。
 - **缺点:**
 - **计算复杂度**: 随着目标数量增加 (>3)，非支配排序效率下降 (但在本题 2 目标下不是问题)。
 - **高维困难**: 如果决策变量维度极高，收敛变慢。
-

2. 算法二：多目标粒子群算法 (MOPSO)

2.1 原理概述

MOPSO 将粒子群算法 (PSO) 扩展到多目标领域。

- **外部档案 (External Archive)**: 用于存储搜索过程中发现的非支配解 (全局最优粒子的备选池)。
- **全局最优引导 (Global Guide)**: 粒子从外部档案中选择一个非支配解作为 $gbest$ 来引导飞行方向 (通常基于网格法选择，以维持多样性)。

2.2 适用场景

- **快速收敛需求**: PSO 机制通常比 GA 收敛更快。
- **连续变量优化**: PSO 本质上适合连续空间搜索。

2.3 优缺点分析

- **优点:**

- **实现简单**: 参数较少, 代码逻辑比 NSGA-II 简单。
 - **收敛速度快**: 具有记忆功能, 粒子能快速向帕累托前沿聚集。
 - **缺点**:
 - **分布性较差**: 容易出现早熟收敛, 导致帕累托前沿断裂或分布不均。
 - **档案维护复杂**: 需要额外的策略来维护外部档案的大小和分布。
-

3. 推荐求解方法

推荐算法: 非支配排序遗传算法 II (NSGA-II)

推荐理由:

1. **帕累托前沿质量高**: 本题的最终目标是“选择最优方案”, 这依赖于我们能否向决策者展示一条分布均匀、覆盖面广的 Pareto 曲线 (例如: 展示出“牺牲 0.1s 时间能节省 10% 能耗”的临界点)。NSGA-II 在维持解的多样性方面优于 MOPSO, 能画出更漂亮的 Pareto 前沿图。
2. **鲁棒性**: NSGA-II 是多目标优化的基准算法 (Benchmark), 性能稳定, 不易受参数影响。
3. **约束处理**: 小问 4 中包含多个硬约束 ($\omega \leq 5^\circ/S$ 等)。NSGA-II 的受约束支配关系 (Constrained-Domination) 处理机制非常成熟, 能有效处理不可行解。
4. **数据支持**: 本题变量仅为 3 个 (ω_1, T_2, ω_3), 维度低, NSGA-II 可以在极短时间内 (几百代) 获得非常完美的收敛结果。

求解结果展示预期:

- 输出一张 X 轴为时间 T , Y 轴为能耗 E 的散点图 (Pareto Front)。
- 图上每个点代表一个可行的控制参数组合。
- 选取图中“拐点”位置的解作为最终推荐方案。