

- 小问 4：电机损耗模型 + 多目标遗传算法优化
 - 1. 变量定义
 - 2. 假设条件
 - 3. 公式推导
 - 3.1 电机瞬时功率模型
 - 3.2 总能耗模型
 - 3.3 多目标优化模型 (NSGA-II)
 - 3.4 求解步骤
 - 4. 建模流程图

小问 4：电机损耗模型 + 多目标遗传算法优化

1. 变量定义

变量符号	变量名称	变量类型	单位	取值范围/备注
E_{total}	总能耗	目标变量 (min)	J	-
T_{max_cycle}	最大动作周期	目标变量 (min)	s	-
ω_1	小问1伸展速度	优化变量	°/s	≤ 5
T_2	小问2运动时间	优化变量	s	≤ 6
ω_3	小问3画圆角速度	优化变量	rad/s	$\leq 10^\circ/s$
P_{Cu}	铜损功率	中间变量	W	-
P_{Fe}	铁损功率	中间变量	W	-
P_{mech}	机械损耗功率	中间变量	W	-
$I(t)$	电机电流	中间变量	A	-
R	电机绕组电阻	参数	Ω	已知常数
K_t	转矩常数	参数	N · m/A	已知常数

2. 假设条件

- 热稳态假设：**假设电机在运行过程中温度保持恒定，忽略温度变化对电阻 R 和磁路特性的影响。
 - 合理性：**动作时间较短，温升效应不显著。
- 参数解耦假设：**假设铜损、铁损、机械损耗相互独立，总损耗为三者线性叠加。
 - 合理性：**工程上常用的电机损耗估算模型，误差在可接受范围内。
- 电源理想假设：**假设电池电压恒定为 67.2V，内阻忽略不计。
 - 合理性：**电池容量较大 (15Ah)，短时间放电电压降较小。
- 轨迹缩放假设：**假设改变动作速度（如 ω_1 ）仅改变时间轴的缩放，动作的空间轨迹保持不变。
 - 合理性：**简化优化变量，避免重新进行复杂的轨迹规划。

3. 公式推导

3.1 电机瞬时功率模型

对于每一个关节电机，瞬时总输入功率 $P_{in}(t)$ 由输出机械功率和内部损耗组成：

$$P_{in}(t) = P_{out}(t) + P_{loss}(t)$$

其中：

- 机械输出功率：**

$$P_{out}(t) = \tau(t) \cdot \omega(t)$$

- 铜损 (Copper Loss)：**

$$P_{Cu}(t) = I(t)^2 R = \left(\frac{\tau(t)}{K_t} \right)^2 R$$

- 铁损 (Iron Loss)：**通常与转速的高次幂相关，根据题目模型：

$$P_{Fe}(t) = k_3 \cdot \omega(t)^4$$

- 机械摩擦损耗：**

$$P_{mech}(t) = k_2 \cdot \omega(t)$$

3.2 总能耗模型

对所有 N 个关节在时间 T 内积分求和：

$$E_{total} = \sum_{j=1}^N \int_0^T (\tau_j(t) \omega_j(t) + \frac{\tau_j(t)^2 R}{K_t^2} + k_3 \omega_j(t)^4 + k_2 \omega_j(t)) dt$$

3.3 多目标优化模型 (NSGA-II)

优化变量：

$$X = [\omega_1, T_2, \omega_3]$$

目标函数：

$$\begin{cases} \min f_1(X) = E_{total}(X) & (\text{能耗最小}) \\ \min f_2(X) = \max(T_1, T_2, T_3) & (\text{最大周期最小/效率最高}) \end{cases}$$

约束条件：

$$s.t. \begin{cases} \omega_1 \leq 5^\circ/s \\ T_2 \leq 6s \\ \omega_3 \leq 10^\circ/s \\ \text{Error}_{traj} \leq 2\% \text{ (轨迹跟踪误差)} \end{cases}$$

3.4 求解步骤

- 初始化：生成包含 N_{pop} 个个体的种群，每个个体对应一组 $(\omega_1, T_2, \omega_3)$ 。
- 评估：将个体参数代入动力学模型，计算 E_{total} 和时间 T 。
- 非支配排序 (Non-dominated Sorting)：根据 f_1, f_2 确定个体的帕累托等级。
- 拥挤度计算：在同一等级内计算拥挤距离，保持多样性。
- 进化：通过选择、交叉、变异生成子代。
- 收敛：迭代达到预设代数，输出 Pareto 前沿。

4. 建模流程图





