

- 小问 3：多体动力学 + 强化学习协同控制模型

- 1. 变量定义
- 2. 假设条件
- 3. 公式推导
  - 3.1 多体动力学方程
  - 3.2 强化学习 (DQN/PPO) 框架
  - 3.3 协同控制策略
- 4. 建模流程图

## 小问 3：多体动力学 + 强化学习协同控制模型

### 1. 变量定义

变量符号	变量名称	变量类型	单位	取值范围/备注
$S_t$	状态向量	输入变量	-	维度 30+
$A_t$	动作向量	决策变量	度 ( $^{\circ}$ )	维度 11 (关节调整量)
$R_t$	奖励值	目标变量	-	标量
$q_i, \dot{q}_i$	关节 $i$ 角度/角速度	状态分量	rad, rad/s	-
$P_{CoM}$	身体重心坐标	状态分量	m	$(x_g, y_g, z_g)$
$\tau_i$	关节力矩	物理量	N · m	由动力学反解
$\Delta G$	重心偏移量	中间变量	m	\$
$\theta_{target}$	目标轨迹角度	参考量	rad	来自小问1/2

### 2. 假设条件

1. 环境简化假设：假设地面为刚性且摩擦系数恒定（库伦摩擦模型），忽略地面微观形变。

- 合理性：标准物理引擎通用设定，减少接触力解算的复杂度。

2. **时间离散假设**: 将连续时间的物理过程离散化为固定时间步长 (如  $\Delta t = 0.01s$ ) 的决策过程。
  - 合理性: 符合强化学习 (RL) 马尔可夫决策过程 (MDP) 的框架要求。
3. **关节驱动响应假设**: 假设关节电机能瞬间响应指令给定的角度或力矩变化, 忽略机电感延迟。
  - 合理性: 控制指令周期通常远大于电机电气常数, 可视为瞬态响应。
4. **无外界干扰假设**: 假设训练和运行环境中无风力、外力推搡等随机干扰。
  - 合理性: 聚焦于机器人自身的协同控制能力。

## 3. 公式推导

---

### 3.1 多体动力学方程

将机器人视为由 11 个刚体组成的系统 (躯干+2×上臂+2×前臂+2×大腿+2×小腿+2×脚)。基于拉格朗日法建立动力学方程:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau - J^T F_{ext}$$

其中:

- $q$ : 广义坐标 (各关节角度)
- $L = T_{kin} - V_{pot}$ : 拉格朗日量 (动能 - 势能)
- $\tau$ : 关节驱动力矩
- $F_{ext}$ : 外部接触力 (地面反作用力)

### 3.2 强化学习 (DQN/PPO) 框架

#### 状态空间 (State Space)

$$S_t = \{q_1, \dots, q_{11}, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_{11}, P_{CoM}, V_{CoM}, \text{contact}_{feet}\}$$

包含所有关节的角度、角速度、整体重心位置及速度、足端接触状态。

#### 动作空间 (Action Space)

$$A_t = \{\Delta \theta_1, \dots, \Delta \theta_{11}\}$$

动作为各关节目标角度的增量, 范围限制在  $[-2^\circ, +2^\circ]$  之间, 以保证动作平滑。

**奖励函数 (Reward Function)** 设计奖励函数引导机器人保持平衡并完成动作：

$$R_t = w_1 \cdot R_{survive} - w_2 \cdot |\Delta G| - w_3 \cdot \sum // \theta_t - \theta_{ref} //^2$$

- $R_{survive}$ : 存活奖励 (未摔倒则给正分, 如 +1)。
- $|\Delta G|$ : 重心偏移惩罚, 要求重心保持在支撑域内。
- $// \theta_t - \theta_{ref} //$ : 轨迹跟踪误差惩罚,  $\theta_{ref}$  为小问1、2规划的理想轨迹。

### 3.3 协同控制策略

利用深度神经网络近似 Q 值函数 (DQN) 或 策略函数 (PPO)：

$$\pi^*(S_t) = \arg \max_a Q(S_t, a; \Theta)$$

网络结构：

- Input: 30+ 维状态
- Hidden: 256 x 2 全连接层 (ReLU)
- Output: 11 维动作值

### 4. 建模流程图

```
Parse error on line 1:  
flowchart TD  
    sub
```

Expecting 'NEWLINE', 'SPACE', 'GRAPH', got 'ALPHA'