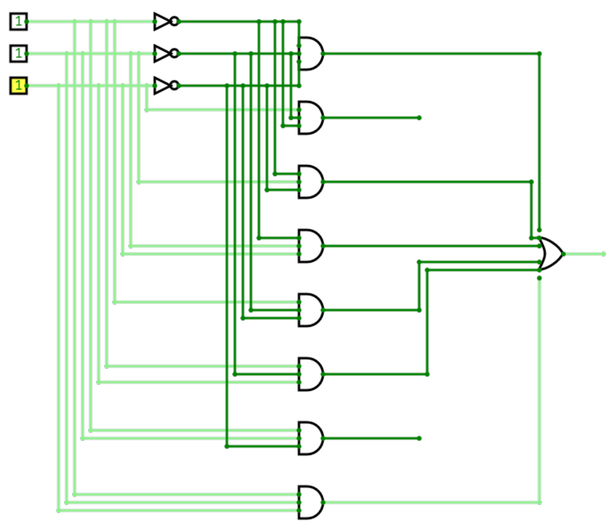
Logika Cyfrowa

Jakub Gałaszewski

March 25, 2024

1 Pokaż, jak zaimplementować funkcję $f(x, y, z) = \sum m(0, 2, 3, 4, 5, 7)$ przy użyciu dekodera 3 do 8 oraz bramki OR.

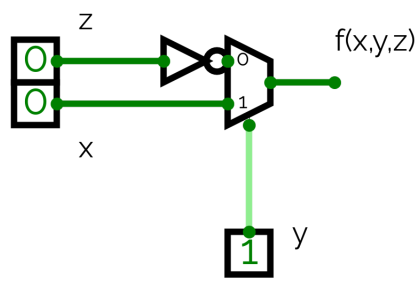
dekoder to zbiór bramek logicznych, które konwertują liczbę w one hot.



2 Wykorzystaj tabelki logiczne, aby skonstruować obwód wykorzystujący multiplekser dwuwejściowy, który implementuje funkcję $f(x, y, z) = \bar{y}\bar{z} + xy$.

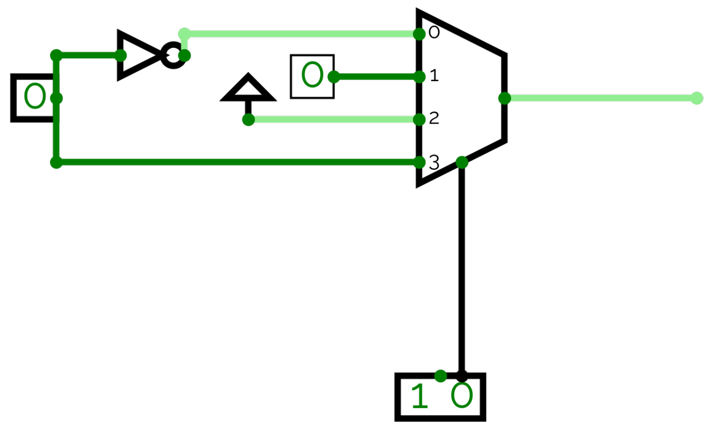
multiplekser to taki układ cyfrowy, gdzie jedno wejście decyduje o tym jakie wyjście chcemy zwrócić.

x	y	z	$\bar{y}\bar{z} + xy$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

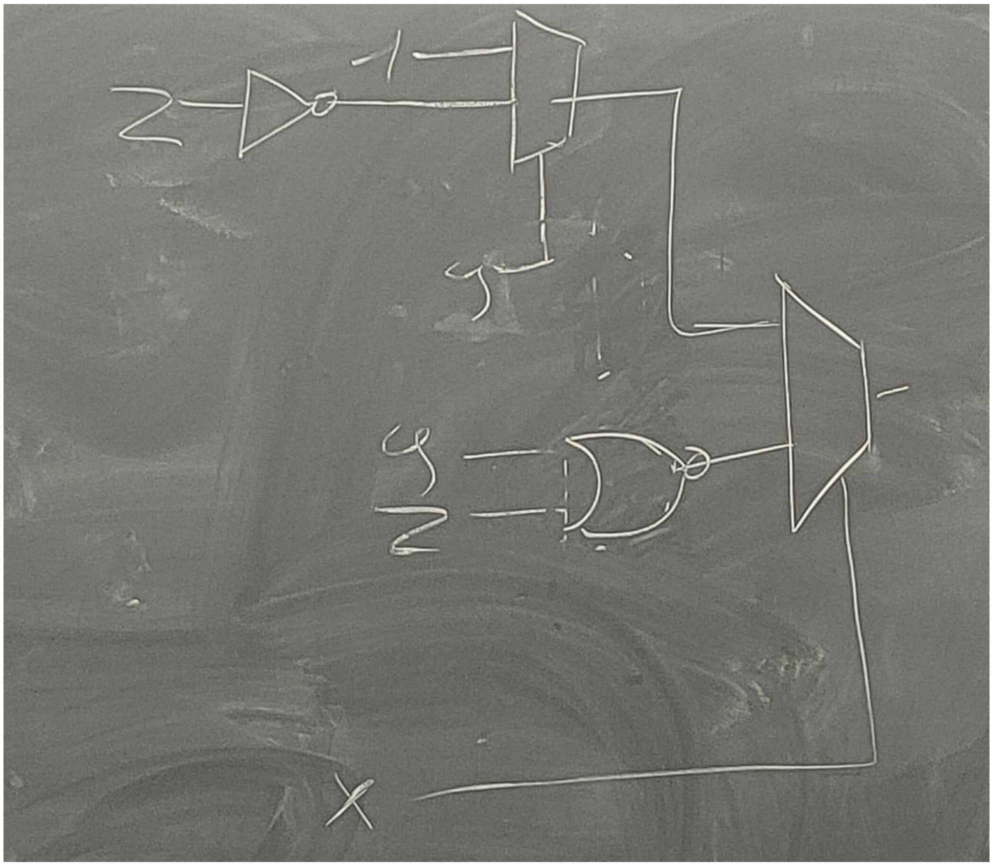


3 Wykorzystaj rozwinięcie Shannona, aby skonstruować układ implementujący funkcję $f(x, y, z) = \sum m(0, 4, 6, 7)$ wykorzystujący multiplekser dwuwejściowy i ewentualne bramki pomocnicze.

$f(x, y, z) = \sum m(0, 4, 6, 7) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + xy\bar{z} + xyz$
$f(x, y, z) = \sum m(0, 4, 6, 7) = xf(1, y, z) + \bar{x}f(0, y, z) = xyf(1, 1, z) + x\bar{y}f(1, 0, z) + \bar{x}yf(0, 1, z) + \bar{x}\bar{y}f(0, 0, z)$



błąd, prosili nas w zadaniu o multiplekser dwuwejściowy.



4 Pokaż, jak wylistować wszystkie mintermy funkcji $f(x,y,z) = \bar{y} + \bar{x}\bar{z} + xz$ używając rozwinięcia Shannona

$f(x,y,z) = \bar{y} + \bar{x}\bar{z} + xz = xf(1,y,z) + \bar{x}f(0,y,z) = x(yf(1,1,z) + \bar{y}f(1,0,z)) + \bar{x}(yf(0,1,z) + \bar{y}f(0,0,z)) = x(y(zf(1,1,1) + \bar{z}f(1,1,0)) + \bar{y}(zf(1,0,1) + \bar{z}f(1,0,0))) + \bar{x}(y(zf(0,1,1) + \bar{z}f(0,1,0) + \bar{y}(zf(0,0,1) + \bar{z}f(0,0,0))) = xyz + xy\bar{z} + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

5 Udowodnij twierdzenie o rozwinięciu Shannona (w dowolnej z dwóch dualnych wersji).

$\Phi = x \wedge \Phi[x/1] \vee \neg x \wedge \Phi[x/0]$
rozpatrujemy dwa przypadki:
dla x = 1, $\Phi = 1 \wedge \Phi[x/1] \vee \neg 1 \wedge \Phi[x/0] = \Phi[x/1]$
dla x = 0, $\Phi = 0 \wedge \Phi[x/1] \vee \neg 0 \wedge \Phi[x/0] = \Phi[x/0]$

6 Układ przesuwający to układ implementujący funkcję $f(a_{N-1:0}, k_{M-1:0}) = a_{N-1:0} \ll k_{M-1:0}$ (lub analogiczną, dla operatorów $\gg, \lll, \ggg$). Pokaż, jak skonstruować układ przesuwający używając tylko $Nlog_2N$ multiplekserów dwuwejściowych.

TODO

7 Napisz minimalne wyrażenia w DNF dla wyjść d, e, f , g dekodera dla wyświetlaczy 7-segmentowych.

"Zapożyczone" od zeszłotygodniowego Kuby:

AB\CD	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	1	0	1
11	X	X	X	X
10	1	1	X	X

$$d = \bar{B}\bar{D} + \bar{B}C + B\bar{C}D + C\bar{D} + A$$

AB\CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	1
11	X	X	X	X
10	1	0	X	X

$$e = \bar{B}\bar{D} + C\bar{D}$$

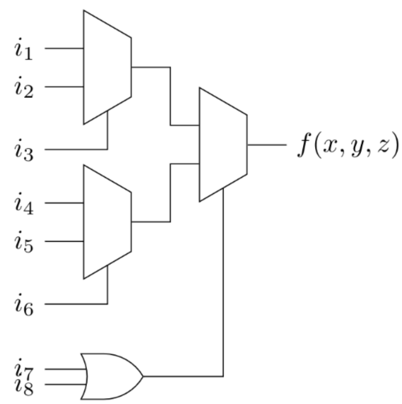
AB\CD	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	1	0	1
11	X	X	X	X
10	1	1	X	X

$$f = \bar{C}\bar{D} + B\bar{C} + B\bar{D} + A$$

AB\CD	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	1	0	1
11	X	X	X	X
10	1	1	X	X

$$g = \bar{B}C + B\bar{C} + A + B\bar{D}$$

8 Pokaż, jak zaimplementować funkcję $f(x,y,z) = y\bar{z} + xz + \bar{y}z$ używając pojedynczej instancji poniższego obwodu. Do wejść obwodu można dołączyć tylko wejścia, nie można – stałych lub dodatkowych obwodów.



kolejno: $i_1 = z, i_2 = y, i_3 = y, i_4 = y, i_5 = x, i_6 = z, i_7 = x, i_8 = y$
$i_1 = z, i_2 = z, i_3 = z, i_4 = y, i_5 = x, i_6 = z, i_7 = y, i_8 = y$ ustalmy że biorę multipleksery kolumnami (lewy górny to pierwszy, lewy dolny to drugi, prawy to trzeci)
lewy górny multiplekser to: $y + \bar{y}z$
lewy dolny multiplekser to: $\bar{z}y + zx$
prawy multiplekser to: $\neg(x+y)(y+\bar{y}z)+(x+y)(\bar{z}y+zx) = \bar{x}\bar{y}(y+\bar{y}z)+(x\bar{z}y+zx+\bar{z}y+xyz) = \bar{x}\bar{y}z + x\bar{z}y + zx + \bar{z}y + xyz = \bar{x}\bar{y}z + zx + \bar{z}y + xyz$
lewy górny multiplekser to: z
lewy dolny multiplekser to: $\bar{z}y + zx$
prawy multiplekser to: $\bar{y}z + y(\bar{z}y + zx) = \bar{y}z + \bar{z}y + xyz = \bar{y}z + \bar{z}y + xz$

9 Udowodnij o i-tym kodzie Graya, że $G(i) = i \oplus (i \gg 1)$.

Możemy to zrobić dowodem indukcyjnym, podstawa indukcji:

Krok indukcyjny: To co będziemy robili to doklejali na początku kolejną liczbę. Rozpatrzymy na 2 przypadki:
1. doklejamy 0
$G(0w) = 0(w \oplus (w \gg 1) = (0w \oplus (0w \gg 1)$
zgodnie z definicją, zmieni się wyłącznie 1 bit. 2. doklejamy 1
$G(1w) = 1(w \oplus (w \gg 1) = 1(\bar{w} \oplus \neg(w \gg 1) = 1(\bar{w} \oplus (1\bar{w} \gg 1)$