

# Logika Cyfrowa

Jakub Gałaszewski

March 11, 2024

- 1 Za pomocą przekształceń algebry Boole'a znajdź najmniejsze wyrażenie w dysjunkcyjnej postaci normalnej równoważne  $x\bar{y}\bar{z} + xyw + x\bar{y}z\bar{w}$ .

**dysjunkcyjna postać normalna** inaczej DNF to alternatywa koniunkcji literalów.

$$x\bar{y}\bar{z} + xyw + x\bar{y}z\bar{w} = x\bar{y}(\bar{z} + z\bar{w}) + xyw = x\bar{y}(\bar{z} + \bar{w}) + xyw = x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}\bar{w} + xyw$$
$$X + \bar{X}Y = X(1 + Y) + \bar{X}Y = X + Y(X + \bar{X}) = X + Y$$

- 2 a pomocą przekształceń algebry Boole'a znajdź najmniejsze wyrażenie w koniunkcyjnej postaci normalnej równoważne  $(x + z + w)(x + \bar{y} + z)(x + \bar{y} + \bar{z} + w)$ .

**koniunkcyjna postać normalna** inaczej CNF to koniunkcja alternatyw literalów.

$$(x + z + w)(x + \bar{y} + z)(x + \bar{y} + \bar{z} + w) = x + (z + w)(\bar{y} + z)(\bar{y} + \bar{z} + w) =$$
$$x + (z + w)(\bar{y} + z(\bar{z} + w)) = x + (z + w)(\bar{y} + zw) = x + (z + w)(\bar{y} + z)(\bar{y} + w) =$$
$$(x + z + w)(x + \bar{y} + z)(x + \bar{y} + w)$$

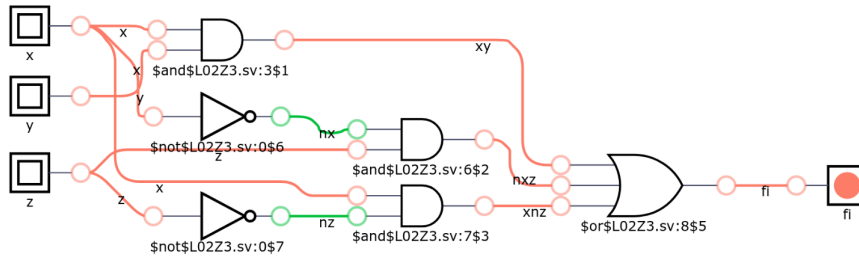
- 3 zaprojektuj najprostszy obwód typu suma iloczynów implementujący funkcję  $f(x, y, z) = \sum m(1, 3, 4, 6, 7)$

skorzystam z tabeli Karnaugh'a w celu określenia minimalnej sumy iloczynów:

$n$	$x$	$y$	$z$	$\phi$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

$x \backslash yz$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	0	1	1

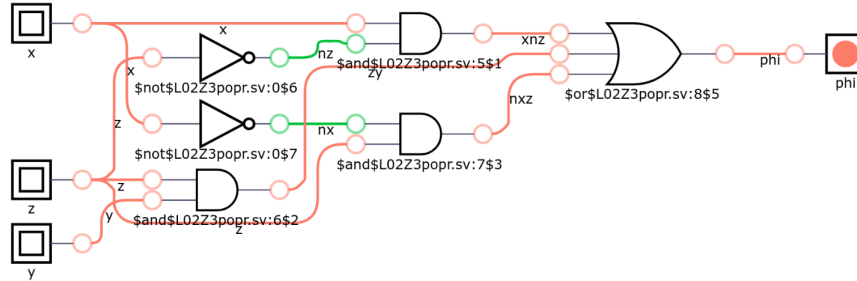
$$\phi = \bar{x}z + xy + x\bar{z}$$



można złapać prościej:

x\yz	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	0	1	1

$$\phi = x\bar{z} + zy + \bar{x}z$$

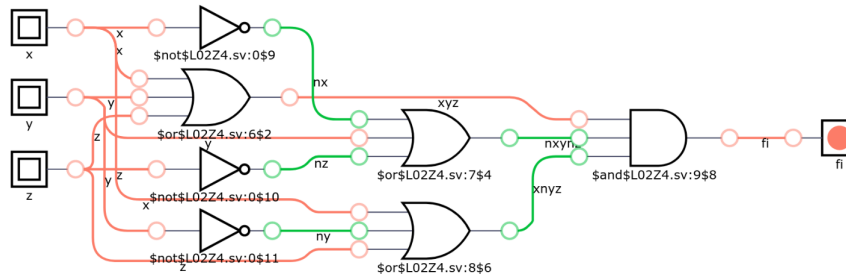


- 4 Zaprojektuj najprostszy obwód typu iloczyn sum implementujący funkcję  $f(x, y, z) = \prod M(0, 2, 5)$ .

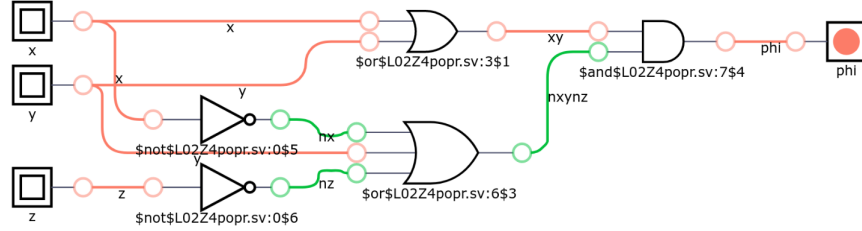
n	x	y	z	$\phi$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	0	1	1

$$\phi = (x + y + z)(\bar{x} + y + \bar{z})(x + \bar{y} + z)$$



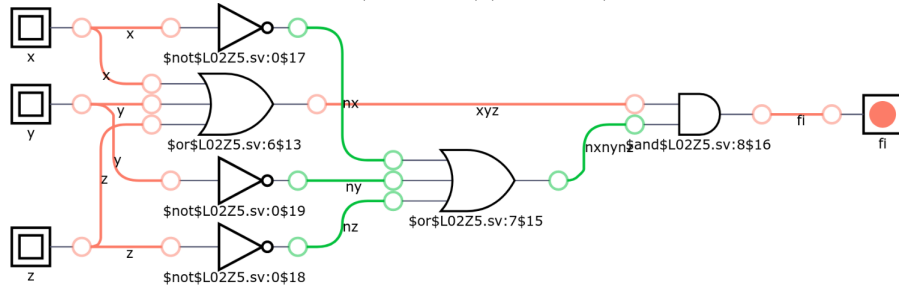
można prościej:  $\phi = (x + z)(\bar{x} + y + \bar{z})$



- 5 Zaprojektuj najprostszy obwód o trzech wejściach i jednym wyjściu, który produkuje wyjście 1 wtedy i tylko wtedy, gdy dokładnie jedno lub dwa wejścia mają wartość 1, w przeciwnym wypadku produkuje wyjście 0.

x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	1	0	1

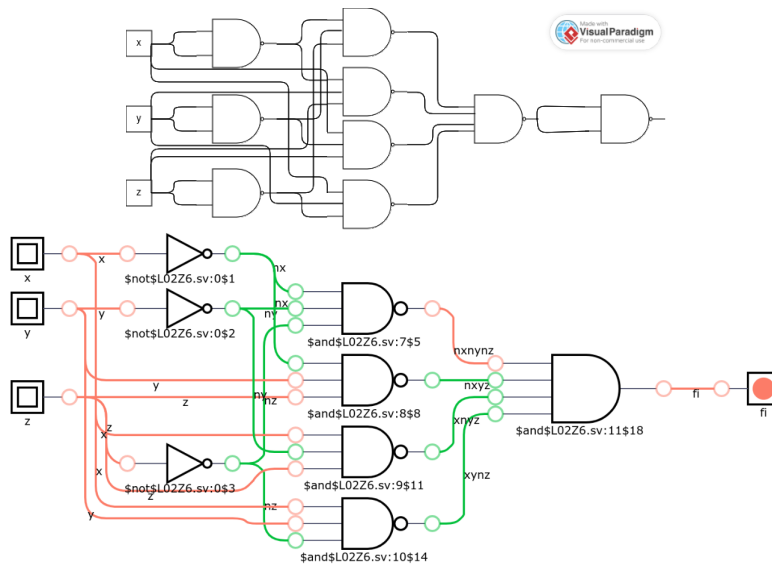
$$\phi = (x + y + z)(\bar{x} + \bar{y} + \bar{z})$$



- 6 Zaimplementuj funkcję opisaną poniższą tabelką logiczną używając wyłącznie bramek NAND

x	y	z	Φ
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$\Phi = (x + y + z)(x + \bar{y} + \bar{z})(\bar{x} + y + \bar{z})(x + \bar{y} + z) = \neg(\bar{x}\bar{y}\bar{z})\neg(\bar{x}yz)\neg(x\bar{y}z)\neg(xyz)$$



można zbić o jedną negację na wyjściu

- 7 Napisz najmniejsze wyrażenie odpowiadające poniższej tabelce logicznej. Pamiętaj o wykorzystaniu wartości don't care.

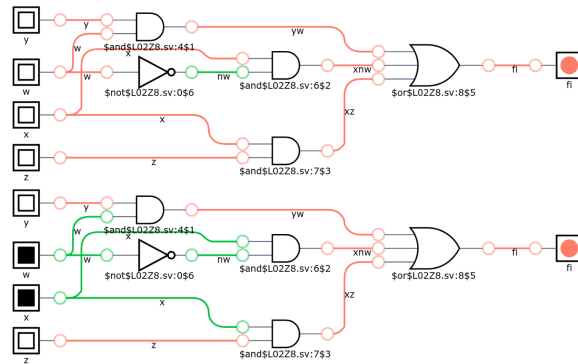
$x$	$y$	$z$	$w$	$\Phi$
0	0	0	0	x
0	0	0	1	x
0	0	1	0	x
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	x
0	1	1	0	0
0	1	1	1	x
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	x
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	x
1	1	1	1	1

$xy \backslash zw$	00	01	11	10
00	x	x	0	x
01	0	x	x	0
11	1	1	1\1	x\1
10	1	0	x	x\1

$$\Phi = yw + x\bar{w} + xz$$

- 8 Czy w układzie odpowiadającym wyrażeniu z poprzedniego zadania może wystąpić glitch? Jeśli nie, wyjaśnij dlaczego. Jeśli tak, pokaż, jak zmodyfikować układ, aby wyeliminować glitch

**glitch** polega na zmianie wartości zmiennej które zmienia choć nie powinno wyniku (albo odwrotnie) mój układ nie jest odporny na to, wystarczy równocześnie zapalić w i x.



można w inny sposób odczytać to wszystko, aby się zabezpieczyć przed glitchem:

xy \ zw	00	01	11	10
00	x	x/x	0	x
01	0	x	x	0
11	1	1	1	x
10	1	0	1	x

$$\Phi = x(z + y + \bar{w})$$

warto wiedzieć, że glitche występują na "granicach" bloków o ile nie są połączone.