Instituto Politécnico Nacional
Unidad Profesional Interdisiplinaria de
Ingenierias campus Zacatecas

Probabilidad Y Estadistica

Unidad 3 Tarea 4

Gerardo Ayala Juárez
Olando Odiseo Belmonte Flores
Lucía Monserrat López Méndez
Oscar Iván Palacios Ulloa
José Mauricio Juanes Martínez

Maestro:
Rosendo Vasquez Bañuelos

November 12, 2019

2. Encuentre el valor de z si el área bajo la curva normal estándar

a) a la derecha de z es 1.43

$z = 1.07$

b) a la izquierda de z es 0.1131

$z = -1.21$

c) entre 0 y z, con $z \geq 0$, es 0.4838

$P(z \leq Z) = 0.4838 + P(Z \leq 0) = 0.4838 + 0.5 = 0.9838$

$z = 2.24$

d) entre $-z$ y z, con $z \geq 0$, es 0.9500

$$P(0 \leq z \leq Z) = \frac{0.9500}{2} = 0.475$$

$P(z \leq Z) = 0.475 + P(Z \leq 0) = 0.475 + 0.5 = 0.975$

$z = 1.96$

4. dada una distribución normal con $\mu = 30$ y $\sigma = 6$, encuentre

a) el área de la curva normal a la derecha de $x = 17$

$$z = \frac{17 - 30}{6} = -2.16$$

$P(z \geq -2.16) = P(z \leq 2.16) = 0.9846$

b) el área de la curva normal a la izquierda de $x = 22$

$$z = \frac{22 - 30}{6} = -1.33$$

$P(z \leq -1.33) = 0.0918$

c) el área de la curva normal entre $x = 32$ y $x = 41$

$$z_1 = \frac{32 - 30}{6} = 0.33$$

$$z_2 = \frac{41 - 30}{6} = 1.83$$

$$P(0.33 \leq z \leq 1.83) = P(z \leq 1.83) - P(z \leq 0.33) = 0.9664 - 0.6293 = 0.3371$$

d) el valor de x que tiene el 80% del área de la curva normal a la izquierda

$$z \simeq 0.48$$

$$x = 0.48 * 6 + 30 = 32.88$$

e) los valres de x que contienen un intervalo central de 75% de la mitad del área de la curva normal

6. De acuerdo con el teorema de Chebyshev, la probabilidad de que cualquier variable aleatoria asuma un valor dentro de 3 desviaciones estándar de la media es al menos 8/9. Si se sabe que la distribución de probabilidad de una variable aleatoria X es normal con media μ y varianza σ^2, ¿cuál es el valor exacto de $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma)$?

$$z_1 = \frac{(\mu - 3\sigma) - \mu}{\sigma} = \frac{-3\sigma}{\sigma} = -3$$

$$z_2 = \frac{(\mu + 3\sigma) - \mu}{\sigma} = \frac{3\sigma}{\sigma} = 3$$

$$P(-3 \leq z \leq 3) = P(z \leq 3) - P(z \leq -3) = 0.9987 - 0.0013 = 0.9974$$

$$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) = 0.9974$$

8. Las piezas de pan del centro distribuidas a las tiendas locales por una cierta pasteleria tienen una longitud promedio de $30cm$ y una desviación estándar de $2cm$. Suponiendo que las longiudes están normalmente distribuidas, ¿qué porcentaje de las piezas son

a) de mas de 31.7 centímetros de longitud?

$$z = \frac{31.7 - 30}{2} = 0.85$$

$$p(z \geq 0.85) = p(z \leq -0.85) = 0.1977$$

b) entre 29.3 y 33.5 centímetros de longitud?

$$z_1 = \frac{29.3 - 30}{2} = -0.35$$

$$z_2 = \frac{33.5 - 30}{2} = 1.75$$

$p(-0.35 \leq z \leq 1.75) = p(z \leq 1.75) - p(z \leq -0.35) = 0.9599 - 0.3632 = 0.5967$

c) de una longitud menor que 25.5 centímetros?

$$z = \frac{25.5 - 30}{2} = -2.25$$

$p(z \leq -2.25) = 0.0122$

10. El diámetro interno ya terminado de un anillo de pistón está normalmente distribuido con una media de 10 centímetros y una desviación estándar de 0.03 centímetros.

a) ¿Qué proporcion de los anillos tendrá un diámetro interno que exceda de 10.075 centímetros?

$$z = \frac{10.075 - 20}{0.03} = 2.5$$

$p(z \geq 2.5) = p(z \leq -2.5) = 0.0062$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un anillo de pistón tenga un diámetro interno entre 9.97 y 10.03 centímetros?

$$z_1 = \frac{9.97 - 10}{0.03} = -1$$

$$z_2 = \frac{10.03 - 10}{0.03} = 1$$

$p(-1 \leq z \leq 1) = p(z \leq 1) - P(z \leq -1) = 0.8413 - 0.1587 = 0.6826$

c) ¿Abajo de qué valor de diámetro interno caerá el 15% de los anillos de pistón?

$z \simeq -1.04$

$x = -1.04 * 0.03 + 10 = 9.9688 \simeq 9.97$

12. Si un conjunto de calificaciónes de un examen de estadística se aproxima a una distribución normal con una media de 74 y una desviación estándar de 7.9, encuentre

a) la calificación más baja de pase si al 10% de los estudiantes más bajos se le dio una NA (No Acreditado)

$z \simeq -1.28$

$x = -1.28 * 7.9 + 74 = 63.888 \simeq 63.89$

b) la B (Bien) más alta si al 5% superior de los estudiantes se le dio MB (Muy Bien)

$z \simeq 1.65$

$x = 1.65 * 7.9 + 74 = 87.035 \simeq 87$

c) La B más baja si al 10% superior de los estudiantes se le dio MB y al siguiente 25% se le dio B

$p(z \leq -z_2) = 0.25 + P(z \leq 0) = 0.25 + 0.5 = 0.75$

$-z_2 \simeq 0.67$

$z_2 \simeq -0.67$

$x_2 = -0.67 * 7.9 + 74 \simeq 68.7$

14. Las estaturas de 1000 estudiantes están normalmente distribuidas con una media de 174.5 centímetros y una desviación estándar de 6.9 centímetros. Suponiendo que las alturas se registran cerrando los valores a los mdios centímetros, ¿cuántos estudiantes tendrían estaturas

a) menores que 160.0 centímetros?

$$z = \frac{160 - 174.5}{6.9} = -2.1$$

$p(z \leq -2.1) = 0.0179$

b) entre 171.5 y 182.0 centímetros inclusive?

$$z_1 = \frac{171.5 - 174.5}{6.9} = -0.43$$

$$z_2 = \frac{182 - 174.5}{6.9} = 1.08$$

$p(-0.43 \leq z \leq 1.08) = p(z \leq 1.08) - p(z \leq -.43) = 0.8599 - 0.3336 = 0.5254$

c) de 175.0 centímetros?

$$z_1 = \frac{174.5 - 174.5}{6.9} = 0$$

$$z_2 = \frac{175.5 - 174.5}{6.9} = 0.14$$

$p(0 \leq z \leq 0.14) = p(z \leq 0.14) - p(z \leq 0) = 0.5557 - 0.5 = 0.0557$

d) mayores que o iguales a 188.0 centímetros?

$$z = \frac{188 - 174.5}{6.9} = 1.95$$

$p(z \geq 1.95) = p(z \leq -1.95) = 0.256$

16. Los pesos de un número grande de perros de lana miniatura están dstribuidos aproximadamente de forma normal con una media de 8 kilogramos y una desviación estándar de 0.9 kilogramos. Si se registran mediciones y se cierran a décimas de kilogramo, encuentre la fracción de éstos perros de lana con pesos

a) arriba de 9.5 kilogramos

$$z = \frac{9.5 - 8}{0.9} = 1.6$$

$p(z \geq 1.6) = p(z \leq -1.6) = 0.548$

b) cuando mucho 8.6 kilogramos

$$z = \frac{8.6 - 8}{0.9} = 0.66$$

$p(\leq\leq 0.66) = 0.7454$

c) entre 7.3 y 9.1 kilogramos inclusive

$$z_1 = \frac{7.3 - 8}{0.9} = -0.77$$

$$z_2 = \frac{9.1 - 8}{0.9} = 1.22$$

$p(-0.77 \leq\leq\leq 1.22) = p(z \leq 1.22) - p(\leq\leq -0.77) = 0.8888 - 0.2206 = 0.6682$

18. Si un conjunto de observaciones están normalmente distribuidas, ¿qué porcentaje de éstas difiere de la media en

a) más de 1.3σ?

$p(z \geq 1.3) = p(z \leq -1.3) = 0.968$

b) menos de 0.52σ?

$$p(z \leq 0.52) = 0.6985$$

20. La precipiación pluvial promedio, registrada hasta centécimas de milímetro, en Roanoke, Virginia, en el mes de Marzo es de 9.22 centímetros. Suponiendo que se trata de una distribución normal con una desviación estándar 2.83 centímetros, encuentre la probabilidad de que el próximo marzo Roanoke tenga

a) menos de 1.84 centímetros de lluvia

$$z = \frac{1.84 - 9.22}{2.83} = -2.6$$

$$p(z \leq -2.6) = 0.0047$$

b) más de 5 centímetros pero no más de 7 de lluvia

$$z = \frac{5 - 9.22}{2.83} = -1.49$$

$$p(z \geq -1.49) = p(z \leq 1.49) = 0.9319$$

c) más de 13.8 centímetros de lluvia

$$z = \frac{13.8 - 9.22}{2.83} = 1.61$$

$$p(z \geq 1.61) = p(z \leq -1.61) = 0.537$$

22. Una moneda se lanza 400 veces. Utilice la aproximación de la curva normal para encontrar la probabilidad de obtener

a) entre 185 y 210 caras inclusive

$$\mu = 0.5 * 400 = 200; \sigma = \sqrt{0.5 * 0.5 * 400} = \sqrt{100} = 10$$

$$z_1 = \frac{185 - 200}{10} = -1.5$$

$$z_2 = \frac{210 - 200}{10} = 1$$

$$p(-1.5 \leq z \leq 1) = p(z \leq 1) - p(z \leq -1.5) = 0.8413 - 0.0668 = 0.7745$$

b) exactamente 205 caras

$$z_1 = \frac{204.5 - 200}{10} = 0.45$$

$$z_2 = \frac{205.5 - 200}{10} = 0.55$$

$$p(0.45 \leq z \leq 0.55) = p(z \leq 0.55) - p(z \leq 0.45) = 0.7088 - 0.6736 = 0.0352$$

c) menos de 176 o más de 227 caras

$$z_1 = \frac{176 - 200}{10} = -2.4$$

$$z_2 = \frac{227 - 200}{10} = 2.7$$

$$p(-2.4 \leq z \leq 2.7) = p(z \leq 2.7) - p(z \leq -2.4) = 0.9965 - 0.0082 = 0.9878$$

24. Un proceso produce un 10% de artículos defectuosos. Si se seleccionan del proceso 100 artículos aleatoriamente, ¿cuál es la probabilidad de que el número de defectuosos

a) exceda de 13?

$$\mu = 100 * 0.1 = 10; \sigma = \sqrt{100 * 0.1 * 0.9} = \sqrt{9} = 3$$

$$z = \frac{13 - 10}{3} = 1$$

$$p(1 \geq z) = p(z \leq -1) = 0.1587$$

b) sea menor de 8?

$$z = \frac{8 - 10}{9} = -0.66$$

$$p(z \leq -0.66) = 0.2546$$

26. Investigadores de la George Washington University y el National Institute of Helath reportan que aproximadamente 75% de las personas creen que "los tranquilizantes funcionan muy bien para que una persona esté más tranquila y relajada". De las siguientes 80 personas entrevistadas, ¿cuál es la probabilidad de que

a) al menos 50 sean de la misma opinión?

$\mu = 80 * 0.75 = 60$; $\sigma = \sqrt{80 * .75 * .25} = \sqrt{15} = 3.87$

$$z = \frac{50 - 60}{3.87} = -2.58$$

$p(-2.58 \geq z) = p(z \leq 2.58) = 0.9951$

b) más de 56 sean de la misma opinión?

$$z = \frac{56 - 60}{3.87} = -1.03$$

$p(z \geq -1.03) = p(z \leq 1.03) = 0.8485$

28. Un fabricante de medicamentos sostiene que cierta medicina cura una enfermedad de la sangre en el 80% de los casos. Para verificarlo, los ispectores del gobierno utilizan el medicamento en una muestra de 100 individuos y deciden aceptar dicha afirmación si se curan 75 o más

a) ¿Cuál es la probabilidad de que lo que se dice sea rechazado cuando la probabilidad de curación sea, en efecto, 0.8?

$\mu = 100 * 0.8 = 80$; $\sigma = \sqrt{100 * .80 * .20} = \sqrt{16} = 4$

$$z = \frac{75 - 80}{4} = -1.25$$

$p(z \geq -1.25) = p(z \leq 1.25) = 0.8944$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la afirmación sea aceptada por el gobierno cuando la probabilidad de curación sea menor a 0.7

$\mu = 100 * 0.7 = 70$; $\sigma = \sqrt{100 * 0.7 * 0.3} = \sqrt{21} = 4.58$

$$z = \frac{75 - 70}{4.58} = 1.09$$

$p(z \geq 1.09) = p(z \leq -1.09) = 0.1379$

30. Una compañia farmacéutica sabe que aproximadaente 5% de sus píldoras para el control natal tiene un ingrediente que está por debajo de la dosis mínima, lo que vuelve ineficaz la píldora. ¿Cuál es la probabilidad de que menos de 10 en una muestra de 200 sea ineficaz?

$\mu = 200 * 0.05 = 10$; $\sigma = \sqrt{200 * .05 * .95} = \sqrt{9.5} = 3.08$

$$z = \frac{10 - 10}{3.08} = 0$$

$p(z \leq 0) = 0.5$