Esame di Probabilità e Statistica [3231]

Esame di Calcolo delle Probabilità e Statistica [2959]

Corso di Studi di Ingegneria Gestionale (D.M.270/04) (L)

Dipartimento di Meccanica, Matematica e Management Politecnico di Bari

Cognome:	 Docente: Gianluca Orlando
Nome:	 Appello: luglio 2023 - turno 2
Matricola:	 Data: 20/07/2023

Esercizio 1. (6 punti) I seguenti dati mettono in relazione il numero di unità di un bene che sono state ordinate in funzione del prezzo del bene in sei diverse località:

1. Rappresentare i dati in uno scatterplot.

Tempo massimo: 2 ore.

- 2. Determinare (derivando le formule) la retta di regressione lineare e rappresentarla.
- 3. Determinare il coefficiente di correlazione lineare.

Esercizio 2. (8 punti) La prova scritta di un esame molto difficile è costituita da 4 esercizi. Uno studente si reca all'esame senza aver studiato, sperando di copiare. La probabilità di riuscire a copiare bene un singolo esercizio dipende da quanto è stanco il professore.

- Se il professore è poco stanco, la probabilità di copiare bene un singolo esercizio è del 2%.
- Se il professore è molto stanco, la probabilità di copiare bene un singolo esercizio è del 5%.
- Il professore è molto stanco con il 20% di probabilità.

Si assuma che la copia di un esercizio non influenzi la copia di un altro esercizio. Lo studente supera la prova se riesce a copiare bene almeno 2 esercizi.

- 1. Il professore annuncia all'inizio della prova: "Oggi sono molto stanco!". Con che probabilità lo studente supera la prova?
- 2. Il professore non dice nulla all'inizio della prova e non sappiamo se è poco stanco o molto stanco. Finisce l'esame e lo studente supera la prova! Con che probabilità il professore era molto stanco?

Esercizio 3. (8 punti) Devi viaggiare su un treno che percorre il seguente tragitto:

$$A \to B \to C$$
.

Assumiamo che:

- nella tratta $A \to B$ il treno accumuli un ritardo medio di 2 min e che questo ritardo sia distribuito con legge esponenziale;
- nella tratta $B \to C$ il treno accumuli un ritardo medio di 2 min e che questo ritardo sia distribuito con legge esponenziale;
- il ritardo accumulato nella tratta $A \to B$ e il ritardo accumulato nella tratta $B \to C$ siano indipendenti.

Rispondere ai seguenti quesiti:

- 1. Qual è la probabilità che nella tratta $A \to B$ il treno accumuli un ritardo compreso tra 4 min e 12 min?
- 2. In media, qual è il ritardo accumulato nell'intero viaggio $A \to B \to C$? Motivare la risposta.
- 3. Qual è la varianza del ritardo accumulato nell'intero viaggio $A \to B \to C$? Motivare la risposta.
- 4. Considerare la probabilità che il ritardo accumulato nell'intero viaggio $A \to B \to C$ sia maggiore di 10 min. Stabilire se questa probabilità è maggiore o minore di 5%.

Esercizio 4. (7 punti) Un'auto è pubblicizzata come avente un consumo medio di benzina inferiore a 4.3 $\ell/100$ km (litri per 100 km) nella guida in autostrada. Si misura il consumo in un campione e si ottengono i seguenti dati ($\ell/100$ km):

```
5.5
              5.0
                   3.2
                         3.9
                                             5.3
    3.3
                                    4.1
                                         5.3
3.7
    5.7
          5.5
               5.6
                    5.7
                         5.1
                              4.9
                                   4.5
                                         3.1
                                              5.6
3.1
    4.8
          5.5
               5.1
                    6.4
                         3.5
                              5.6
                                   6.4
                                         4.4
                                              4.6
    3.8
         4.2
               5.4
                    3.0 	 4.2
                              5.7
                                   6.0
4.8
                                        4.3
                                              4.4
```

La media calcolata sul campione risulta essere 4.7 $\ell/100$ km. Si sa che la deviazione standard dei consumi è 1.0 $\ell/100$ km.

- 1. I dati sono significativi al 10% per non credere alla pubblicità?
- 2. Assumiamo che la pubblicità dica il vero. Vengono misurati i dati di campioni della stessa ampiezza di quello precedente tante volte e ogni volta viene effettuato un test come nel punto 1. In media, dopo quanti tentativi osserveremo dei dati significativi al 10% per non credere alla pubblicità?

Quesito teorico 1. (4 punti) Che fenomeni descrive la legge di Poisson? Motivare la risposta enunciando e dimostrando un teorema.

Quesito teorico 2. (2 punti) Calcolare la funzione di distribuzione cumulativa di una variabile aleatoria distribuita con legge uniforme in un intervallo.