Esame di Probabilità e Statistica [3231]

Esame di Calcolo delle Probabilità e Statistica [2959]

Corso di Studi di Ingegneria Gestionale (D.M.270/04) (L)

Dipartimento di Meccanica, Matematica e Management Politecnico di Bari

| Cognome: | Docente: Gianluca Orlando |
|------------|---------------------------|
| Nome: | Appello: aprile 2023 |
| Matricola: | Data: 03/04/2023 |
| | |

Tempo massimo: 2 ore.

Esercizio 1. (6 punti) La tabella seguente mostra i dati sul consumo medio annuo di vino pro capite e sul numero di morti dovute a malattie cardiache in un campione casuale di 10 paesi:

- 1. Rappresentare i dati in uno scatterplot.
- 2. Determinare (derivando le formule) la retta di regressione lineare e rappresentarla.
- 3. Determinare il coefficiente di correlazione lineare.

Esercizio 2. (7 punti) Un produttore di un componente elettronico sa che un componente prodotto è difettoso con una probabilità del 10% (si assumano i difetti dei componenti indipendenti tra loro).

1. Il produttore vende a un cliente una confezione con 20 componenti. Qual è la probabilità che la confezione contenga almeno 18 (18 incluso) componenti non difettose?

Il prezzo di vendita di una confezione da 20 pezzi è di $15 \in$. Se il cliente riceve una confezione con almeno 18 componenti non difettose, non fa un reclamo. Altrimenti, il cliente fa un reclamo e chiede al produttore di inviare una nuova confezione (senza pagare nuovamente i $15 \in$). Questa operazione si ripete finché il cliente non riceve una confezione con almeno 18 componenti sane.

2. In media, quante volte farà reclamo il cliente?

Per il produttore, il costo di produzione di una confezione da 20 pezzi è di 6€. Ogni volta che spedisce una confezione (la prima volta e per ogni eventuale reclamo), paga 2€ di costi di spedizione.

3. Qual è la probabilità che il produttore abbia una perdita per via dei ripetuti reclami dovuti ai difetti di una confezione?

Esercizio 3. (8 punti) Consideriamo una persona che sta svolgendo l'esame di Probabilità e Statistica. Se la persona ha studiato, il tempo (in minuti) che impiega a svolgere tutti gli esercizi del compito è distribuito con legge uniforme con media 90 min e varianza 12 min². Se la persona non ha studiato, il tempo (in minuti) che impiega a svolgere tutti gli esercizi del compito è distribuito con legge uniforme nell'intervallo [90, 120]. Il 70% delle persone che si presentano all'esame ha studiato.

- 1. Consideriamo una persona che sappiamo che non ha studiato. Con che probabilità impiegherà più di 100 minuti a svolgere il compito?
- 2. Consideriamo una persona che sappiamo che ha studiato. Con che probabilità impiegherà più di 90 minuti a svolgere il compito?
- 3. Consideriamo una persona che svolge l'esame (non sappiamo se ha studiato o se non ha studiato). Vediamo che ha terminato tutti gli esercizi del compito in meno di 95 minuti. Sapendo questo fatto, con che probabilità la persona ha studiato?

(I dati sono inventati.)

Esercizio 4. (7 punti) Uno studio statistico ha riferito che precedentemente gli/le adolescenti trascorrevano in media 3 ore al giorno con lo smartphone. Si vuole mostrare con un'evidenza statistica che la media è diventata più alta. Ad alcuni/e adolescenti scelti casualmente è stato chiesto quante ore al giorno trascorrono con lo smartphone. I dati (in ore) sono i seguenti:

 $3.4 \quad 2.8 \quad 4.9 \quad 3.5 \quad 4.8 \quad 4.1 \quad 4.0 \quad 3.2 \quad 5.5 \quad 3.2 \quad 4.4 \quad 5.3 \quad 5.3 \quad 4.7 \quad 4.3$

(I dati sono inventati.) Si assuma che la popolazione abbia una distribuzione normale.

- 1. I dati sono significativi al 10% per stabilire che la media è davvero più alta?
- 2. In quale dei seguenti intervalli si posiziona il più piccolo livello di significatività per cui i dati portano a stabilire che la media è davvero più alta? [0%, 0.5%), [0.5%, 1%), [1%, 2.5%), [2.5%, 5%), [5%, 10%), [10%, 100%]?

Quesito teorico 1. (3 punti) Si enunci e dimostri il teorema di approssimazione della legge binomiale con legge di Poisson.

Quesito teorico 2. (3 punti) Siano $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$ e $X = Z^2$. Calcolare esplicitamente la densità di X. Che legge ha X?