

Esame di Calcolo delle Probabilità e Statistica [2959]

Corso di Studi di Ingegneria Gestionale (D.M.270/04) (L)

Dipartimento di Meccanica, Matematica e Management
Politecnico di Bari

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Corso di studi: _____

A.A.: 2021/2022

Docente: Gianluca Orlando

Appello: aprile 2022

Data: 22/04/2022

È richiesto di risolvere *al massimo* 3 dei 5 esercizi in un tempo massimo di 90 minuti.

Il punteggio massimo di ogni esercizio è di 10 punti.

Si può scegliere di rispondere a uno dei due quesiti teorici facoltativi. Il punteggio massimo per i quesiti teorici è di 6 punti.

Indicare esplicitamente sulla traccia gli esercizi e il quesito teorico da valutare.

Esercizio 1. Nella progettazione del propellente composito per un razzo si analizza un campione di ampiezza $n = 9$ di leganti polimerici. Il punto di fusione medio calcolato sul campione di leganti è $67.5^\circ C$ (gradi Celsius). Si sa che il punto di fusione ha distribuzione normale con deviazione standard $1.8^\circ F$ (Attenzione: espressa in gradi Fahrenheit!)

1. Ricordando che $x^\circ F$ corrispondono a $(x - 32)\frac{5}{9}^\circ C$, qual è la deviazione standard della distribuzione normale espressa in gradi Celsius $^\circ C$? (Suggerimento: utilizzare le proprietà della varianza di una variabile aleatoria X per determinare come viene modificata in seguito a trasformazioni del tipo $X + b$ e aX con $a, b \in \mathbb{R}$)
2. Testare l'ipotesi $H_0 : \mu = 68^\circ C$ contro $H_1 : \mu \neq 68^\circ C$ con un livello di significatività dell'1%.
3. Quanto dovrebbe essere grande l'ampiezza del campione n per rifiutare l'ipotesi H_0 con significatività del 5%? (Si assuma che la media calcolata sul campione sia sempre 67.5)

Esercizio 2. Si consideri il seguente campione di dati:

8, 18, 28, 1, 9, 21, 36, 15, 22, 30, 54, 1, 61, 58.

Calcolare i quartili, determinare eventuali dati anomali e sospetti e tracciare un box-plot. Se non ci sono dati anomali, aggiungere al campione un nuovo dato con il più piccolo valore che risulti anomalo (specificato in aula: più grande di 61).

Esercizio 3. Una variabile aleatoria X rappresenta il peso in grammi di un articolo e ha densità

$$f(x) = \begin{cases} x - 8 & \text{se } 8 \leq x \leq 9, \\ 10 - x & \text{se } 9 < x \leq 10, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

1. Calcolare media e varianza di X .
 2. Il produttore vende questi articoli a 2 euro l'uno, con la garanzia di restituire i soldi a tutti i clienti che ne trovano uno da meno di 8.25 grammi. Il suo costo di produzione è legato al peso x del pezzo dalla relazione $x/15 + 0.35$. Determina il guadagno medio.
-

Esercizio 4. Un pronto soccorso in un certo ospedale riceve una media di un paziente all'ora. Si assuma che il numero di pazienti ricevuti in un'ora sia distribuito secondo una legge di Poisson e i numeri di pazienti ricevuti in ore distinte siano indipendenti.

1. Un medico vuole conoscere la probabilità che il pronto soccorso riceva almeno 4 pazienti nel suo turno di 8 ore. Determinarla.
 2. Sapendo che nella prima ora del turno non ci sono stati pazienti al pronto soccorso, qual è la probabilità di ricevere esattamente 2 pazienti nell'arco delle prime due ore?
 3. Calcolare la varianza della variabile aleatoria che descrive il numero di pazienti ricevuti in 8 ore.
-

Esercizio 5. Ci sono tre forzieri. Ogni forziere contiene delle palline. Il primo forziere ha 13 palline rosse e 12 palline blu. Il secondo ha 20 palline rosse e 3 blu. Il terzo ha 12 palline rosse e 10 palline blu.

1. Viene scelto uno dei tre forzieri a caso e da questo vengono estratte con reinserimento e indipendentemente 5 palline. Qual è la probabilità che 4 siano rosse e 1 blu?
 2. Viene scelto uno dei tre forzieri a caso e da questo vengono estratte con reinserimento e indipendentemente 6 palline, di cui 4 risultano essere rosse. Qual è la probabilità che il forziere scelto fosse il secondo?
-

Quesito teorico 1. Enunciare e dimostrare le disuguaglianze di Markov e di Chebyshev.

Quesito teorico 2. Sia X una variabile aleatoria distribuita con legge geometrica di parametro p . Calcolare (con dimostrazione) il valore atteso di X . Chi è la varianza di X ?
