

## Esame di Probabilità e Statistica [3231]

## Esame di Calcolo delle Probabilità e Statistica [2959]

Corso di Studi di Ingegneria Gestionale (D.M.270/04) (L)

Dipartimento di Meccanica, Matematica e Management  
Politecnico di Bari

Cognome: \_\_\_\_\_  
Nome: \_\_\_\_\_  
Matricola: \_\_\_\_\_

Docente: Gianluca Orlando  
Appello: settembre 2023 - II  
Data: 19/09/2023

Tempo massimo: 2 ore.

---

**Esercizio 1.** (6 punti) Il numero di veicoli venduti da un importante showroom di auto in un giorno è stato registrato per 10 giorni lavorativi. I dati sono i seguenti:

20 15 18 3 10 17 21 19 25 28

1. Determinare i quartili (esclusivi) dei dati.
2. Determinare eventuali dati anomali e sospetti.
3. Tracciare un box plot.

---

**Esercizio 2.** (7 punti) Si consideri un vettore aleatorio  $(X_1, X_2)$  avente funzione di probabilità congiunta descritta dalla seguente tabella:

$X_1$	1	2	3
$X_2$			
1	$a_{11}$	$a_{21}$	$a_{31}$
2	$a_{12}$	$a_{22}$	$a_{32}$
3	$a_{13}$	$a_{23}$	$a_{33}$

con  $a_{11}, a_{21}, a_{31}, a_{12}, a_{22}, a_{32}, a_{13}, a_{23}, a_{33} > 0$ .

1. Calcolare il range dei possibili valori che possono essere assunti dalla variabile aleatoria  $Y = \min\{X_1 + X_2, X_1 \cdot X_2\}$  (valore più piccolo tra  $X_1 + X_2$  e  $X_1 \cdot X_2$ ).

Si assuma che i valori nel range di  $Y$  siano equiprobabili.

2. Determinare i valori di  $a_{11}, a_{22}, a_{33}$ .

Si assuma che:

- $\mathbb{P}(\{X_1 = 2\} \cap \{X_2 = 1\}) = \frac{1}{12}$ .

- $\mathbb{P}(\{X_1 = 3\} \cap \{X_2 = 1\}) = \mathbb{P}(\{W < \frac{1}{12}\})$  dove  $W \sim U(0, 1)$ .
  - $\mathbb{P}(\{X_1 = 3\}|\{X_2 = 2\}) = \frac{1}{4}$ .
3. Determinare i valori rimanenti  $a_{21}, a_{31}, a_{12}, a_{32}, a_{13}, a_{23}$ .
  4. Stabilire se  $X_1$  e  $X_2$  sono indipendenti.

**Esercizio 3.** (8 punti) Alice e Bob fanno un gioco. Chiamano un numero verde e attendono che un/a operatore/trice risponda. Il tempo di attesa per la risposta è distribuito con legge esponenziale. Se la risposta avviene entro i 10 minuti vince Alice, altrimenti vince Bob. Supponiamo che il gioco sia equo (Alice vince con il 50% di probabilità).

1. In media, dopo quanto tempo risponde l'operatore/trice?
2. Calcolare la probabilità che la risposta avvenga tra 5 minuti e 10 minuti.
3. Alice e Bob chiamano il numero verde. Hanno aspettato 5 minuti e ancora nessuno ha risposto. Come viene aggiornata la probabilità che Bob vinca? Motivare la risposta.

Alice e Bob giocano 2 volte in sequenza. Appena qualcuno risponde, chiudono la chiamata e richiamano. Si assumano i tempi di attesa indipendenti.

4. Calcolare la varianza della durata dell'intera sequenza di chiamate.
5. Calcolare la probabilità che l'intera sequenza di chiamate duri più di 30 min. (Suggerimento: integrare per parti)

**Esercizio 4.** (7 punti) Supponiamo di eseguire uno studio immunologico in un campione di individui, studiando la reazione all'antigene nel punto di inoculo. Viene misurato il diametro in  $mm$  dell'alone cutaneo in un campione, ottenendo i seguenti dati:

21   21   40   36   32   25   8   27

Si assuma che la distribuzione del diametro sia normale.

1. Si può stabilire con significatività del 5% che la media del diametro è diversa da 30  $mm$ ?
2. Si può stabilire con significatività del 5% che la varianza del diametro è superiore a 100  $mm^2$ ?

In entrambi i casi, derivare le formule utilizzate per rispondere.

**Quesito teorico 1.** (4 punti) Enunciare il Teorema del Limite Centrale e spiegare come può essere utilizzato per approssimare la legge binomiale.

**Quesito teorico 2.** (2 punti) Calcolare la media di una variabile aleatoria distribuita con legge di Poisson.