

Esame di Calcolo delle Probabilità e Statistica [2959]

Corso di Studi di Ingegneria Gestionale (D.M.270/04) (L)

Dipartimento di Meccanica, Matematica e Management
Politecnico di Bari

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Corso di studi: _____

A.A.: 2020/2021

Docente: Gianluca Orlando

Appello: gennaio

Data: 25/01/2022

È richiesto di risolvere *al massimo* 3 dei 5 esercizi in un tempo massimo di 90 minuti.

Il punteggio massimo di ogni esercizio è di 10 punti.

Si può scegliere di rispondere a uno dei due quesiti teorici facoltativi. Il punteggio massimo per i quesiti teorici è di 6 punti.

Indicare esplicitamente sulla traccia gli esercizi e il quesito teorico da valutare.

Consegna: Scansionare la traccia svolta tramite un'app di scansione e inviare un unico file pdf nominato Cognome_Nome.pdf all'indirizzo gianluca.orlando@poliba.it

Esercizio 1. Per lo studio dell'inquinamento di un corso d'acqua, si misura la concentrazione della sostanza inquinante in 5 siti con diverse distanze dalla sorgente inquinante. Nella tabella seguente si presentano le misure effettuate:

km dalla sorgente inquinante	2	4	6	8	10
concentrazione	11.5	10.2	10.3	9.68	9.32

1. Rappresentare i dati in un diagramma a dispersione (scatterplot).
2. Determinare la retta di regressione lineare.
3. Disegnare la retta di regressione lineare.
4. Calcolare il coefficiente di correlazione lineare.

Esercizio 2. Un campione di ampiezza 17 viene estratto da una popolazione avente densità normale con media μ e varianza σ^2 . La realizzazione della varianza campionaria risulta uguale a 25.

1. Determinare un intervallo di confidenza al 95% per la varianza σ^2 .

Supponiamo di sapere in aggiunta che la media campionaria del campione sia uguale a 9.

2. Determinare un intervallo di confidenza al 99% per la media μ .

Esercizio 3. Sia X una variabile aleatoria continua avente la seguente funzione di densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x| + k} & \text{se } |x| < a, \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

dove $k > 0$ e $a > 0$.

1. Determinare il valore dei parametri k e a per cui f sia una densità di probabilità tale che X soddisfi a $\mathbf{P}(X > 1) = 1/3$.
2. Calcolare valore atteso e varianza di X . (Si consiglia di effettuare i conti sostituendo il valore esplicito di k e a solo alla fine.)
3. Calcolare la probabilità che $X < 1$ sapendo che si è verificato l'evento $X > 0$.

Esercizio 4. Un'urna contiene 20 palline. Tre delle palline sono bianche, le restanti sono nere.

1. Si supponga di pescare casualmente 1 pallina. Qual è la probabilità di pescare una pallina bianca?
2. Si supponga di pescare casualmente 3 palline (senza reinserimento). Qual è la probabilità che le 3 palline pescate siano bianche?

3. Si supponga di pescare casualmente 4 palline (senza reinserimento). Qual è la probabilità di pescare 3 palline bianche?
-

Esercizio 5. Bob ha deciso di non studiare il programma di Probabilità ma di provare a passare l'esame comunque. Ad ogni appello ha il 10% di probabilità di passare l'esame (indipendentemente dalle prove svolte precedentemente). Prova e riprova l'esame finché non lo passa.

1. Qual è la probabilità che passi l'esame entro il terzo appello?
 2. Entro quale appello può passare l'esame almeno con il 50% di probabilità?
-

Quesito teorico 1. Sia x_1, \dots, x_n un campione di dati e sia S_n la deviazione standard campionaria del campione. Sia x_{n+1} un nuovo dato e si supponga che la deviazione standard campionaria del nuovo campione di ampiezza $n+1$ resti invariata, ovvero $S_{n+1} = S_n$. Esprimere i possibili valori della media campionaria \bar{X}_{n+1} del campione di ampiezza $n+1$ in funzione di S_n e x_{n+1} . Applicare la formula nel caso in cui $n = 5$, $S_5 = 2$, $x_6 = 4$ per calcolare i possibili valori di \bar{X}_6 .

Quesito teorico 2. Sia X_1, \dots, X_n un campione estratto da una v.a. X distribuita secondo una legge di Poisson con parametro λ incognito. Calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza di λ in funzione di X_1, \dots, X_n . È uno stimatore corretto?