

Esame di Probabilità e Statistica [3231]

Esame di Calcolo delle Probabilità e Statistica [2959]

Corso di Studi di Ingegneria Gestionale (D.M.270/04) (L)

Dipartimento di Meccanica, Matematica e Management
Politecnico di Bari

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Corso di studi: _____

A.A.: 2022/2023

Docente: Gianluca Orlando

Appello: novembre 2022

Data: 11/11/2022

Tempo massimo: 2 ore.

Esercizio 1. (6 punti) I voti ottenuti dagli studenti e dalle studentesse a un appello dell'esame di Probabilità e Statistica¹ sono i seguenti:

26 8 28 5 27 30 26 18 28 26 25 20 22 30 20 21

1. Determinare i quartili.
2. Determinare eventuali dati anomali o sospetti.
3. Tracciare un box-plot.

Esercizio 2. (7 punti) Un ristorante studia i suoi clienti fissi e gli effetti della nuova campagna di marketing adottata dal ristorante tramite *ad* su un *social network*. Gli *ad* risultano efficaci su una certa proporzione p dei clienti. Lo studio porta a queste conclusioni:

- Per un cliente che è influenzato dagli *ad*, il numero di visite annue al ristorante è distribuito con una legge di Poisson con una media di 7 visite all'anno;
- Per un cliente che non è influenzato dagli *ad* (nella restante proporzione della popolazione $1 - p$), il numero di visite annue al ristorante è distribuito con una legge di Poisson con una media di 4 visite all'anno.

Rispondere ai seguenti quesiti:

1. Determinare (in funzione di p) la probabilità che il numero di visite annue di un cliente sia uguale a un dato numero $k = 0, 1, 2, \dots$
2. Un'analisi mostra che il 50% dei clienti visita il ristorante almeno 5 volte all'anno. (Si legga: la probabilità che il numero di visite di un cliente sia maggiore o uguale a 5 è il 50%.) Ricavare in questo caso la proporzione p dei clienti che viene influenzata dagli *ad*.

¹I dati sono generati casualmente e non si riferiscono a fatti realmente accaduti.

Esercizio 3. (7 punti) L'ufficio informazioni di una compagnia ha due numeri verdi distinti. I tempi di attesa per parlare con gli operatori sono, per entrambi i numeri, variabili aleatorie distribuite con legge esponenziale con media 10 minuti. Inoltre i due tempi di attesa si possono considerare indipendenti. Avendo a disposizione due telefoni, decidi di chiamare contemporaneamente i due numeri.

1. Qual è la probabilità che qualcuno risponda dal primo numero dopo 5 minuti? E che qualcuno risponda dal secondo numero dopo 5 minuti?
2. Qual è la probabilità di attendere meno di 5 minuti fino alla risposta da uno dei due numeri (non importa quale dei due)?
3. (Domanda bonus con punteggio extra) Quanto tempo aspetterai in media fino alla risposta da uno dei due numeri?

Esercizio 4. (8 punti) Si vuole studiare l'effetto della delaminazione sulla frequenza naturale delle travi realizzate con laminati compositi. Si effettua il seguente esperimento statistico: si considera un campione di otto travi delaminate, le si sottopongono a carichi e se ne misurano le frequenze risultanti (in Hertz). Per un esperimento statistico si osservano i seguenti dati:

230.66 233.05 232.58 229.48 232.58 235.76 229.43 234.13

Si supponga che i dati provengano da una popolazione distribuita con legge normale.

1. Calcolare sui dati un intervallo di confidenza bilaterale al 90% sulla frequenza naturale media della popolazione.
2. Supponiamo di effettuare 20 esperimenti statistici indipendenti (ottenendo per ogni esperimento statistico nuovi valori) e di calcolare sui dati di ogni esperimento statistico un intervallo di confidenza bilaterale al 90% come nel punto precedente. Qual è la probabilità che almeno 4 volte la frequenza naturale media della popolazione sia fuori dall'intervallo di confidenza calcolato sui dati?

Quesito teorico 1. (3 punti) Calcolare valore atteso e varianza di una variabile aleatoria distribuita con una legge normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, motivando la risposta.

Quesito teorico 2. (3 punti) Enunciare e dimostrare la proprietà di assenza di memoria per variabili aleatorie distribuite con legge geometrica.