# Esame di Probabilità e Statistica [3231]

# Esame di Calcolo delle Probabilità e Statistica [2959]

**Corso di Studi di Ingegneria Gestionale (D.M.270/04) (L)**

**Dipartimento di Meccanica, Matematica e Management**
**Politecnico di Bari**

| | |
|---|---|
| Cognome: ________________________ | A.A.: 2021/2022 |
| Nome: ________________________ | Docente: Gianluca Orlando |
| Matricola: ________________________ | Appello: settembre 2022 - I |
| Corso di studi: ________________________ | Data: 07/09/2022 |

Tempo massimo: 2 ore.

---

**Esercizio 1.** (6 punti) Un'azienda produce un dispositivo elettronico da utilizzare in un intervallo di temperatura molto ampio. L'azienda sa che l'aumento della temperatura riduce il tempo di vita del dispositivo, e quindi viene eseguito uno studio in cui il tempo di vita è determinato in funzione della temperatura. Si trovano i seguenti dati:

| temperatura in $^\circ C$ | tempo di vita in ore |
|---|---|
| 10 | 400 |
| 20 | 370 |
| 30 | 275 |
| 40 | 215 |
| 50 | 172 |
| 60 | 108 |
| 70 | 61 |
| 80 | 40 |
| 90 | 9 |

1. Rappresentare i dati in uno scatterplot.
2. Determinare (derivando le formule dei coefficienti) e rappresentare la retta di regressione lineare.
3. Calcolare il coefficiente di correlazione.

---

**Esercizio 2.** (7 punti) Una compagnia aerea ha osservato che su una certa tratta la probabilità che un passeggero che ha acquistato un biglietto non si presenti al momento dell'imbarco è del 5% (si supponga che i passeggeri siano indipendenti). L'aereo ha in tutto 96 posti, ma la compagnia prevede *overbooking* (sovrapprenotazione), quindi vende fino a 100 biglietti (supponiamo che la compagnia venda tutti i biglietti). Quindi non è detto che un posto a sedere sull'aereo sia garantito a tutti i passeggeri che hanno acquistato un biglietto e si presentano all'imbarco.

1. Qual è la probabilità che tutti i passeggeri che hanno acquistato il biglietto e si presentano all'imbarco abbiano un posto a sedere? (Suggerimento: considerare la variabile aleatoria che descrive il numero di passeggeri che hanno acquistato il biglietto e si presentano all'imbarco. Che distribuzione ha?)

2. La compagnia ricava 200€ da ogni biglietto acquistato, mentre deve pagare un risarcimento di 600€ ai passeggeri che si sono presentati all'imbarco ma per cui non erano disponibili posti. Qual è il guadagno atteso per questo volo considerando i risarcimenti dovuti? (Suggerimento: scrivere il guadagno in funzione della variabile aleatoria del punto 1.)

---

**Esercizio 3.** (7 punti) Sia $X$ una variabile aleatoria assolutamente continua con la seguente densità

$$f(x) = \frac{1}{2b} e^{-\frac{|x-\mu|}{b}} \qquad x \in \mathbb{R}\,,$$

dove $\mu \in \mathbb{R}$ e $b > 0$ sono parametri da determinare.

1. Controllare che effettivamente $\int_{\mathbb{R}} f(x)\,\mathrm{d}x = 1$. (Suggerimenti: effettuare un cambio di variabile per traslazione, spezzare l'integrale in due e riscalare la variabile).

2. Determinare $\mu$ e $b$ tali che $\mathbb{E}(X) = 0$ e $\mathrm{Var}(X) = 1$. (Suggerimenti: per $\mathbb{E}(X)$, effettuare un cambio di variabile per traslazione e utilizzare il punto 1.; per $\mathrm{Var}(X)$, utilizzare il valore di $\mu$ trovato, spezzare l'integrale in due, riscalare la variabile e integrare per parti)

3. Per i valori trovati, calcolare la probabilità che $X \leq 1$ sapendo che si è verificato l'evento $X \geq 0$.

---

**Esercizio 4.** (8 punti) Si sa che la percentuale di titanio in una lega utilizzata nelle fusioni aerospaziali è distribuita con legge normale. Nelle domande seguenti per "esperimento statistico" intendiamo la misurazione della percentuale di titanio in 20 campioni selezionati casualmente.

1. Si fa un esperimento statistico e la deviazione standard calcolata sul campione risulta essere 0.37. Calcolare sui dati un intervallo di confidenza unilaterale sinistro (ovvero un limite superiore di confidenza) al 95% per la varianza. N.B.: derivare le formule!

2. È vero o falso che la varianza della popolazione appartiene all'intervallo calcolato nel punto precedente con il 95% di probabilità? Motivare la risposta.

3. Si ripetono tanti esperimenti statistici indipendenti. In media, dopo quanti esperimenti accade per la prima volta che la varianza della popolazione è fuori dall'intervallo di confidenza unilaterale sinistro al 95%?

---

**Quesito teorico 1.** (3 punti) Siano $X$ e $Y$ due variabili aleatorie indipendenti distribuite con leggi di Poisson con parametri $\lambda$ e $\mu$ rispettivamente. Dimostrare che $X + Y$ è una variabile aleatoria distribuita con una legge di Poisson. Con che parametro?

---

**Quesito teorico 2.** (3 punti) Enunciare e dimostrare la legge dei grandi numeri.