

Esame di Probabilità e Statistica [3231]

Esame di Calcolo delle Probabilità e Statistica [2959]

Corso di Studi di Ingegneria Gestionale (D.M.270/04) (L)

Dipartimento di Meccanica, Matematica e Management
Politecnico di Bari

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Corso di studi: _____

A.A.: 2021/2022

Docente: Gianluca Orlando

Appello: settembre 2022 - II

Data: 20/09/2022

Tempo massimo: 2 ore.

Esercizio 1. (6 punti) In un'indagine sui consumi di nuove auto a benzina è stata osservata la distribuzione dei litri consumati per 100 km. I dati sono rappresentati raggruppati in intervalli di classi nella seguente tabella:

intervallo	frequenze assolute
$[4, 4.5)$	15
$[4.5, 5.5)$	40
$[5.5, 6)$	30
$[6, 7)$	25
$[7, 9)$	10

1. Rappresentare un istogramma delle densità di frequenze assolute.
2. Determinare la classe modale.
3. Calcolare un'approssimazione della media e della deviazione standard dei dati.
4. Calcolare un'approssimazione della mediana dei dati.

Esercizio 2. (8 punti) L'azienda per cui lavori offre ogni anno un corso di aggiornamento facoltativo. Il numero di persone che fa domanda per il corso è una variabile aleatoria distribuita con una legge di Poisson e, in media, 5 persone fanno domanda per seguire il corso. L'azienda deve decidere se offrire il corso in streaming oppure in presenza (e in tal caso deve organizzarsi per tempo per procurarsi un'aula). Se il numero di partecipanti è (strettamente) minore di 4, il corso è offerto in streaming, altrimenti il corso è offerto in presenza. (Chiarimento: "persone che fanno domanda" = "partecipanti")

1. Qual è la probabilità che il corso venga offerto in presenza?

2. L'azienda viene a conoscenza del numero dei primi iscritti e sa che il corso verrà offerto in presenza. Deve quindi prenotare un'aula. Se l'azienda vuole che la probabilità di far sedere tutti i partecipanti sia almeno del 90%, sono sufficienti 6 posti a sedere? Se no, quanti ne servono?
3. La seguente affermazione è vera oppure falsa? "Grazie all'assenza di memoria possiamo affermare che la probabilità che il numero di partecipanti sia maggiore di 15 sapendo che il numero di partecipanti è maggiore di 10 è uguale alla probabilità che il numero di partecipanti sia maggiore di 5." (N.B.: non sono richiesti i calcoli, ma si deve motivare la risposta)

Esercizio 3. (7 punti) Sia (X_1, X_2) un vettore aleatorio con funzione di probabilità congiunta descritta dalla seguente tabella:

X_1	1	2	3
X_2			
-1	1/6	a	b
1	b	1/6	a

dove $a, b \geq 0$.

1. Determinare i valori di a e b per cui $\text{Cov}(X_1, X_2) = 0$.
2. Per i valori di a e b determinati nel punto 2., si ha che X_1 e X_2 sono indipendenti?
3. Si vuole osservare una successione di realizzazioni indipendenti del vettore aleatorio (X_1, X_2) . Qual è la probabilità di dover attendere (strettamente) più di 10 osservazioni perché si verifichi $X_1 = 1$?

Esercizio 4. (7 punti) Un produttore sostiene che le sue batterie abbiano una durata di almeno 100 ore. Si sa che la deviazione standard per questo tipo di batterie è di $\sigma = 10$ ore. Un cliente, insospettito dall'affermazione del produttore, fa una prova: acquista e testa 40 campioni, osservando una media campionaria di 96.5 ore.

1. L'osservazione del cliente è significativa al 5% per destare sospetti sull'effettiva qualità delle batterie?
2. Qual è il più piccolo livello di significatività per cui i dati osservati permettono di contestare l'affermazione del produttore?

Quesito teorico 1. (3 punti) Siano $X \sim B(n, p)$ e $Y \sim B(m, p)$ indipendenti. Mostrare che anche $X + Y$ ha distribuzione binomiale. Con che parametri?

Quesito teorico 2. (3 punti) Sia $X \sim \text{Gamma}(\alpha, \lambda)$. Calcolare $\mathbb{E}(X)$ e $\text{Var}(X)$.