

Esame di Probabilità e Statistica [3231]

Esame di Calcolo delle Probabilità e Statistica [2959]

Corso di Studi di Ingegneria Gestionale (D.M.270/04) (L)

Dipartimento di Meccanica, Matematica e Management
Politecnico di Bari

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Corso di studi: _____

A.A.: 2021/2022

Docente: Gianluca Orlando

Appello: gennaio 2023

Data: 26/01/2023

Tempo massimo: 2 ore.

Esercizio 1. (6 punti) I seguenti dati indicano la relazione tra velocità di lettura (parole al minuto) e il numero di settimane trascorse in un programma di lettura veloce per 10 studenti:

settimane	2	3	8	11	4	5	9	7	5	7
velocità di lettura	21	42	102	130	52	57	105	85	62	90

1. Rappresentare i dati in uno scatterplot.
2. Determinare (derivando le formule dei coefficienti) e rappresentare la retta di regressione lineare.
3. Calcolare il coefficiente di correlazione.

Esercizio 2. (8 punti) Si consideri un vettore aleatorio discreto (X_1, X_2) con funzione di probabilità congiunta data dalla seguente tabella:

X_1	0	1	2	3
X_2				
0	$a_{00}/8$	$a_{10}/8$	$a_{20}/8$	$a_{30}/8$
1	$a_{01}/8$	$a_{11}/8$	$a_{21}/8$	$a_{31}/8$

dove $a_{00}, a_{10}, a_{20}, a_{30}, a_{01}, a_{11}, a_{21}, a_{31} \geq 0$.

1. Trovare i valori espliciti di a_{ij} nella tabella sapendo che:
 - X_1 ha legge binomiale $B(n, p)$ con parametri $n = 3$ e $p = \frac{1}{2}$.
 - X_2 ha legge di Bernoulli $Be(q)$ con parametro $q = \frac{7}{8}$ ($1 = \text{successo}$).
 - $\mathbb{P}(\{X_1 = 3\}|\{X_2 = 1\}) = \frac{1}{14}$.

- $\mathbb{P}(\{X_1 + X_2 = 1\}) = \frac{1}{8}$.
- $\mathbb{P}(\{X_1 = 2\}, \{X_2 = 0\}) = \frac{1}{16}$.

(Suggerimento: usare le condizioni nell'ordine in cui sono fornite.)

2. Calcolare la covarianza di X_1 e X_2 .
3. Le variabili aleatorie X_1 e X_2 sono indipendenti?

Esercizio 3. (7 punti) Un'azienda produce uno smartphone con una vita media di 4 anni, dopodiché si rompe. Assumiamo che la vita dello smartphone (misurata in anni) sia una variabile aleatoria con legge esponenziale.

1. Acquisti uno smartphone. Qual è la probabilità che funzioni per più di 6 anni?
2. Acquisti uno smartphone. Passano 3 anni e funziona ancora. Qual è la probabilità che funzioni in tutto per più di 6 anni, sapendo che è successo il fatto precedente?
3. Acquisti tre smartphone (assumiamo che le vite dei tre smartphone siano indipendenti). qual è la probabilità che almeno due dei tre funzionino per più di 6 anni?
4. (**Bonus**) Acquisti due smartphone (assumiamo che le vite dei due smartphone siano indipendenti). Ne usi solo uno, finché si rompe (assumiamo che intanto lo smartphone non utilizzato non perda anni di vita). Poi inizi a usare l'altro (che ha una vita media di 4 anni). Chiamiamo vita cumulata la somma delle vite dei due smartphone. Qual è la probabilità che la vita cumulata sia più di 12 anni?

Esercizio 4. (7 punti) Un'azienda produce una margarina dietetica per cui si sa, fino a prova contraria, che il livello di acidi grassi polinsaturi (in percentuale) ha una deviazione standard di 1.2. È stata proposta una nuova tecnica di produzione del prodotto, che tuttavia comporta un costo aggiuntivo. La direzione autorizzerà un cambiamento nella tecnica di produzione se si riesce a mostrare che la deviazione standard del livello di acidi grassi polinsaturi con il nuovo processo è significativamente inferiore a 1.2. Un campione del lotto ottenuto con il nuovo metodo ha prodotto le seguenti percentuali di livello di acidi grassi polinsaturi:

16.8 17.2 17.4 16.9 16.5 17.1 18.2 16.8 15.7 16.1

Si assuma che i dati siano distribuiti con legge normale.

1. I dati sono significativi al 5% per decidere di cambiare il metodo di produzione? (N.B.: Derivare le formule)
2. Siamo interessati al più piccolo livello di significatività per cui i dati porterebbero a decidere di cambiare il metodo di produzione. In quale di questi intervalli si colloca tale valore: $[0.5\%, 1\%)$, $[1\%, 2.5\%)$, $[2.5\%, 5\%)$, $[5\%, 10\%)$? (N.B.: Non è richiesto il calcolo esplicito del più piccolo livello di significatività)

Quesito teorico 1. (3 punti) Sia X una variabile aleatoria con legge geometrica di parametro p . Calcolarne media e varianza.

Quesito teorico 2. (3 punti) Enunciare il Teorema del Limite Centrale e discuterne un'applicazione.