

Esame di Probabilità e Statistica [3231]

Esame di Calcolo delle Probabilità e Statistica [2959]

Corso di Studi di Ingegneria Gestionale (D.M.270/04) (L)

Dipartimento di Meccanica, Matematica e Management
Politecnico di Bari

Cognome: _____
Nome: _____
Matricola: _____

Docente: Gianluca Orlando
Appello: giugno 2023 - turno 2
Data: 26/06/2023

Tempo massimo: 2 ore.

Esercizio 1. (6 punti) Si studia il tempo di vita di una batteria per smartphone. I dati misurati (in anni) vengono raccolti in intervalli e si contano le osservazioni negli intervalli:

intervalli (anni)	frequenza assoluta
$[0, 3)$	3
$[3, 4)$	4
$[4, 5)$	6
$[5, 7)$	10
$[7, 12)$	8

1. Rappresentare un istogramma delle densità di frequenze relative.
2. Determinare la classe modale.
3. Calcolare un'approssimazione della media e della varianza dei dati.
4. Calcolare un'approssimazione della mediana dei dati.

Esercizio 2. (7 punti) Sia (X_1, X_2) un vettore aleatorio con probabilità congiunta descritta dalla seguente tabella:

X_1	-1	0	1
X_2			
0	a	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{4}$	b	c

dove a, b, c sono parametri da determinare. Si assuma che

- $\mathbb{E}(X_2) = \frac{1}{2}$
- $\text{Var}(X_1 + X_2) = \frac{1}{4}$ (Suggerimento: conviene ricordare la formula per la varianza della somma)

1. Determinare il valore di a utilizzando la condizione $\mathbb{E}(X_2) = \frac{1}{2}$.
2. Determinare il valore di b, c .
3. Stabilire se le variabili aleatorie X_1 e X_2 sono indipendenti per i valori di a, b, c trovati.

Esercizio 3. (8 punti) Il tempo necessario per un certo impiegato allo sportello delle poste per servire un cliente è distribuito con legge esponenziale. In media, il tempo in cui termina di servire il cliente è 7 minuti.

1. Qual è la probabilità che siano necessari più di 10 minuti per servire un cliente?
2. L'impiegato allo sportello inizia a servire un cliente alle 10:00. Passa del tempo, guardiamo l'orologio, sono le 10:10 e l'impiegato non ha ancora terminato di servire il cliente. Qual è la probabilità che il cliente finisca di essere servito dopo le 10:20?
3. Ci sono in tutto 8 clienti da servire. Si assuma che i tempi necessari per servire ciascun cliente siano indipendenti. Qual è la probabilità che l'impiegato termini di servire almeno 3 clienti in più di 10 minuti?

Esercizio 4. (7 punti) Un produttore di acciaio INOX sostiene che il carico di rottura medio del materiale da lui prodotto è $730 \text{ MPa} = N/mm^2$. Si vuole stabilire se la media è in realtà più bassa. Si misura il carico di rottura su un campione casuale e si osservano i seguenti risultati:

732	723	729	715	712	721	730	724
749	710	708	691	723	693	734	749
733	715	708	742	728	720	734	708
725	762	729	722	705	730	712	698

La media calcolata sui dati di questo campione risulta essere 722.31. Si supponga che la distribuzione del carico di rottura abbia deviazione standard $\sigma = 20$.

1. I dati sono significativi al 5% per stabilire che la media è effettivamente più bassa di 730?
2. Qual è il più piccolo livello di significatività per cui i dati permettono di affermare che la media è più bassa di 730?

Quesito teorico 1. (3 punti) Calcolare media e varianza di una variabile aleatoria distribuita con legge uniforme in un intervallo.

Quesito teorico 2. (3 punti) Siano $X \sim P(\lambda)$ e $Y \sim P(\mu)$ due variabili aleatorie indipendenti distribuite con legge di Poisson. Che legge ha $X + Y$? Motivare la risposta.