

Esame di Probabilità e Statistica [3231]

Esame di Calcolo delle Probabilità e Statistica [2959]

Corso di Studi di Ingegneria Gestionale (D.M.270/04) (L)

Dipartimento di Meccanica, Matematica e Management
Politecnico di Bari

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Corso di studi: _____

A.A.: 2021/2022

Docente: Gianluca Orlando

Appello: febbraio 2023

Data: 09/02/2023

Tempo massimo: 2 ore.

Esercizio 1. (6 punti) Viene esaminata in un campione la resistenza alla compressione del calcestruzzo quando miscelato con la cenere volante (una miscela di silice, allumina, ossido di ferro, e altri elementi). Vengono riportati i seguenti dati in megapascal:

22.4 50.2 30.4 14.2 28.9 30.5 25.8 18.4 15.3 21.1

1. Calcolare i quartili dell'insieme dei dati.
2. Determinare eventuali dati anomali o sospetti.
3. Disegnare un box-plot.

Esercizio 2. (7 punti) Alice e Bob fanno un gioco. Alice lancia consecutivamente un dado a 6 facce non truccato tante volte (i lanci sono indipendenti). Se entro il quarto lancio (compreso) esce un 6, vince Bob, altrimenti vince Alice.

1. Alice e Bob giocano una partita. Con che probabilità vince Alice?

Alice però è molto brava nel calcolo delle probabilità e si rende conto che c'è qualcosa che va a suo sfavore nelle regole di questo gioco... Decide allora di truccare il dado, all'insaputa di Bob. Dopo aver giocato alcune partite, Bob si rende conto che Alice vince con il 70% di probabilità. Inoltre, il 6 esce per la prima volta, in media, troppo tardi. Quindi l'accusa di aver barato.

2. Cosa ha fatto esattamente Alice al dado?
3. In media, dopo quale lancio esce il 6 con questo dado truccato?

Esercizio 3. (7 punti) Il tempo necessario per un/a tecnico/a dell'assistenza per cambiare l'olio in un'auto è una variabile aleatoria. Se l'auto non presenta problemi, è distribuita uniformemente tra 10 e 20 minuti. Se l'auto presenta dei problemi, è distribuita uniformemente con media 20 minuti e varianza 12 min^2 . In media, il 90% delle auto non presenta problemi.

1. Viene riparata un'auto. Sapendo che il tempo impiegato per cambiare l'olio è stato maggiore di 18 minuti, qual è la probabilità che l'auto avesse dei problemi?
2. Vengono riparate 2 auto (si assumano i tempi di cambio dell'olio per le due auto indipendenti). Qual è la probabilità che il cambio d'olio più rapido duri meno di 18 minuti?

Esercizio 4. (8 punti) Il/la docente di Probabilità e Statistica vuole un'evidenza significativa del fatto che in questo anno accademico l'esame sia stato più difficile per gli studenti e le studentesse.¹ Negli anni accademici precedenti, la media dei voti era 24. In un appello di questo anno accademico, invece, sono stati registrati i seguenti voti:

21 26 23 25 18 24 18 28 23 26 20 20 18 20 21 20
30 25 19 23 26 26 26 26 29 28 25 18 21 26 18 27

1. I voti assegnati nell'ultimo appello sono significativi al 5% per concludere che la media è effettivamente più bassa rispetto agli anni precedenti? (N.B.: ricavare le formule)
2. In questo anno accademico si svolgono 8 appelli, come programmato. Dopo ciascun appello si registrano i voti come nel punto precedente. A volte si conclude che la media è più bassa rispetto agli anni precedenti, altre volte no. Assumendo che la media di questo anno accademico sia rimasta 24, qual è la probabilità di commettere un errore (strettamente) meno di 6 volte arrivando a conclusioni con l'analisi precedente?

Quesito teorico 1. (3 punti) Sia X una variabile aleatoria distribuita con legge esponenziale. Calcolarne valore atteso e varianza.

Quesito teorico 2. (4 punti) Sia $X = (X_1, X_2)$ un vettore aleatorio con densità congiunta

$$f_{(X_1, X_2)}(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_1^2}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_2^2}{2}}.$$

Si consideri la variabile aleatoria $|X|^2$ data dalla norma al quadrato di X , ovvero $|X|^2 = (X_1)^2 + (X_2)^2$. Che legge ha $|X|^2$? Motivare la risposta.

¹L'esercizio è inventato e ogni riferimento a persone o fatti realmente accaduti è puramente casuale.