

Problema F

Número de Homer

Arquivo fonte: numerohomer.{ c | cpp | java | py }

Autor: Prof. Me. Sérgio Luiz Banin (Fatec São Paulo)

Na cidade Springfield o Número de Homer, sigla HS , é um número real maior que zero muito usado para expressar o tempo necessário para que um homem adulto coma ND donuts (rosquinhas doces recheadas e com cobertura - muito populares em Springfield). A relação entre ND e HS é dada pela equação

$$ND = HS^{HS}$$

Por representar uma quantidade de rosquinhas, deve-se saber que, na prática, ND é um número inteiro maior que zero. Porém, neste problema faremos alguns cálculos como se esse número fosse um real. Você não deve se importar com isso, pois trata-se apenas de um método de cálculo, necessário à solução do problema.

A fórmula do Número de Homer foi estabelecida a partir de dados estatísticos disponíveis em Springfield referentes a um eminente cidadão adulto residente na cidade.

Devido à importância do Número de Homer para a economia de Springfield, o prefeito Joe Quimby contratou dois profissionais, você e eu, para desenvolver um método automatizado para calcular o tempo HS a partir de um número de rosquinhas fornecido ND .

Eu desenvolvi o método de cálculo, que explico a seguir. E você tem a incumbência de escrever um programa aplicando esse método. É importante ressaltar que o **cálculo computacional** de tudo que será apresentado a seguir deve ser feito usando números reais **em precisão dupla**.

O método

É fácil saber que:

- se $ND = 1$, então $HS = 1$ minuto, pois $1^1 = 1$
- se $ND = 4$, então $HS = 2$ minutos, pois $2^2 = 4$
- se $ND = 27$, então $HS = 3$ minutos, pois $3^3 = 27$

Vejamos um caso de maior complexidade: se $ND = 7$, quanto vale HS ?

Como 7 está entre 4 e 27 sabemos que o tempo HS estará no intervalo entre 2 e 3 minutos. Agora o trabalho consiste em fazer uma série de aproximações partindo do intervalo (2, 3) estreitando esse intervalo até um limite considerado razoavelmente bom. Faremos o seguinte:

Dado o intervalo, calculamos seu termo médio e assumimos que seja HS , portanto:

$$HS = (2 + 3)/2 = 2.5 \text{ e usando esse valor calculamos:}$$

$$ND = 2.5^{2.5} = 9.88212 \text{ rosquinhas: uma diferença de } 2.88212$$

É aqui que surgem os números reais usados para representar rosquinhas, como mencionado antes. Não importa, use-os assim mesmo pois o objetivo é calcular o tempo.

Veja que neste tempo $HS = 2.5$ podem ser comidas 2.88212 rosquinhas a mais do que o desejado. Como apenas 7 rosquinhas serão comidas, conclui-se que o tempo deve ser menor. Em seguida, atualizamos o intervalo para: (2, 2.5) minutos e repetimos o processo.

Com isso teremos:

$$HS = (2 + 2.5)/2 = 2.25 \text{ e usando esse valor calculamos:}$$

$$ND = 2.25^{2.25} = 6.20027 \text{ rosquinhas: uma diferença de } -0.79973$$

Desta vez o tempo ficou muito baixo, com uma diferença **a menor** de 0.79973. Então atualizamos o intervalo para (2.25, 2.5) e repetimos mais uma vez. O quadro a seguir demonstra o panorama geral desse cálculo:

```
intervalo (2, 3) -> metade = 2.5
  rosquinhas comidas = 9.88212 diferença para 7 = 2.88212 (a maior)
intervalo (2, 2.5) -> metade = 2.25
  rosquinhas comidas = 6.20027 diferença para 7 = 0.79973 (a menor)
intervalo (2.25, 2.5) -> metade = 2.375
  rosquinhas comidas = 7.80191 diferença para 7 = 0.80191 (a maior)
intervalo (2.25, 2.375) -> metade = 2.3125
  rosquinhas comidas = 6.94927 diferença para 7 = 0.05073 (a menor)
intervalo (2.3125, 2.375) -> metade = 2.34375
  rosquinhas comidas = 7.36172 diferença para 7 = 0.36172 (a maior)
intervalo (2.3125, 2.34375) -> metade = 2.328125
  rosquinhas comidas = 7.15215 diferença para 7 = 0.15215 (a maior)
intervalo (2.3125, 2.328125) -> metade = 2.3203125
  rosquinhas comidas = 7.04989 diferença para 7 = 0.04989 (a maior)
intervalo (2.3125, 2.3203125) -> metade = 2.31640625
  rosquinhas comidas = 6.99937 diferença para 7 = 0.00063 (a menor)
```

Figura F.1: Exemplo de cálculo do Número de Homer

Note no quadro que a magnitude (ignoramos o sinal) da diferença entre o ND desejado e o ND obtido vai caindo e pode-se provar (mas não vamos nos preocupar com isso agora) que esse método é convergente. Vamos estipular que quando essa diferença for menor que 0.001 (um milésimo) chegamos ao resultado desejado. Essa diferença menor que 0.001 é a precisão do nosso cálculo.

Neste exemplo o tempo $HS = 2.31640625$ minutos é o resultado desejado. O programa deve apresentar na tela esse tempo no formato minuto:segundo:milésimo, ou seja, o formato será 0:00:000, no qual os segundos devem ter dois dígitos e os milésimos devem ter 3 dígitos.

Assim, para $HS = 2.31640625$ deve ser apresentado $HS = 2 : 18 : 984$.

Outra possibilidade de solução para este problema é você usar logaritmos neperianos e a função W de Lambert. Porém, se essa for sua escolha você sabe bem o que está fazendo, então é com você... faz aí !!

Entrada

A entrada contém diversas linhas, sendo que na última haverá o valor 0 (zero) indicando o final da entrada. Cada linha contém um inteiro ND que é a quantidade de rosquinhas a serem comidas.

Saída

Para cada ND maior que zero da entrada deve ser calculado o tempo HS . Na saída esse tempo será mostrado no formato minuto:segundo(com dois dígitos):milésimo(com 3 dígitos), ou seja, formato 0:00:000. E não se esqueça de quebrar a linha na última saída.

Exemplo de Entrada 1

1
2
3
4
5
6
7
15
27
30
0

Exemplo de Saída 1

1:00:000
1:33:574
1:49:526
2:00:000
2:07:763
2:13:908
2:18:984
2:42:788
3:00:000
3:03:001