ESEMPIO ZAINO 08/11/2023

$$\begin{cases} \max\limits_{x} \; z = 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 8x_4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 \leq 20 \\ x_4 \leq 3 \\ x_3 \geq 1 \\ x \geq 0 \, , \, x \end{cases}$$

È UN PROBLEMA DELLO ZAINO PERCHÈ I COEFFICIENTI SONO TUTTI POSITIVI E C'È UN VINCOLO CHE COMPRENDE TUTTE LE VARIABILI
È ANCHE DI MAX

$\frac{3}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{8}{4}$

1,5 1,33 1 2

x_1 x_2 x_3 x_4

y_2 y_3 y_4 y_1

SI TRASFERISCONO ANCHE I VINCOLI

$y^{*T} = [3\ 3\ 0\ 1\ 0]$

$z^*_{PLI} = 35$

$x^{*T} = [3\ 0\ 2\ 3]$

$y_4^* = s_4 + 1 = 1 + 1 = 2$

$y^*_{PLI} = [3\ 3\ 0\ 2\ 0]$

$$PL \begin{cases} \max\limits_{y} \; z = 8y_1 + 3y_2 + 4y_3 + y_4 \\ 4y_1 + 2y_2 + 3y_3 + y_4 + y_5 = 20 \\ y_1 \leq 3 \\ y_4 \geq 1 \qquad y \geq 0 \end{cases}$$

$y_4 \geq 1 \Longrightarrow \underset{\geq 0}{y_4 - s_4} = 1 \rightarrow y_4 = 1 + s_4$ QUESTO VINCOLO CI SARÀ IN OGNI SOTTOPROBLEMA

$$\begin{cases} \max\limits_{y,s} \; z = 8y_1 + 3y_2 + 4y_3 + s_4 + 1 \\ 4y_1 + 2y_3 + 3y_3 + s_4 + y_5 = 20 - 1 = 19 \\ y_1 \leq 3 \; ; \; y \geq 0 \; ; \; s_4 \geq 0 \end{cases}$$

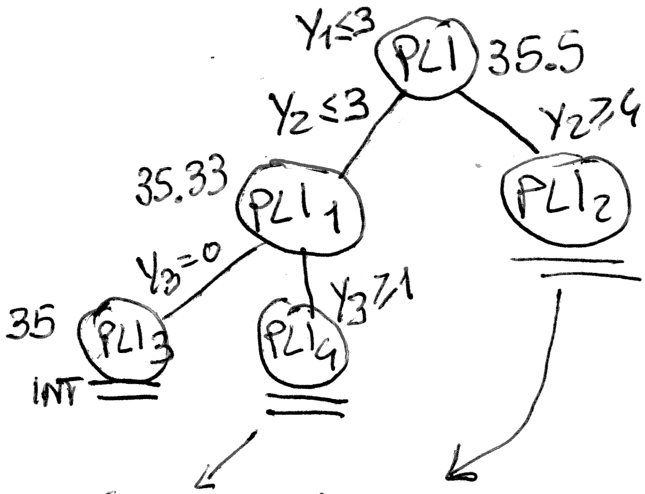
RISCRITTO IN FORMA STANDARD

LA s_4 HA GLI STESSI COEFFICIENTI DI x_4 SIA IN Z CHE NEI VINCOLI

$y_1^* = 3$ $\quad 2y_2 + 3y_3 + s_4 + y_5 = 7$

$y_2 = \frac{7}{2}$ $\quad y_3 = s_4 = y_5 = 0$

$y^{*T}_{PL} = [3\ \frac{7}{2}\ 0\ 0\ 0]$ $\quad z^*_{PL} = 35.5$ NON È INTERA



SOLO PERCHÈ I COEFFICIENTI DI COSTO SONO INTERI SI OTTERREBBE AL MASSIMO 35 DI NUOVO

$$\bar{Y}^T = [3 \; 3 \; 0 \; 0 \; 0] \qquad \bar{z} = 34 \leftarrow \text{C'È IL +1 DI } S_4$$

S_4

$\lfloor 3/7 \rfloor$

$$PL_1 \begin{cases} Y_1 \leq 3 \\ Y_2 \leq 3 \end{cases}$$

$Y_1^* = 3 \quad 2Y_2 + 3Y_3 + S_4 + Y_5 = 7$

$Y_2 = 3 \quad 3Y_3 + S_4 + Y_5 = \frac{1}{3}$

$Y^{*T}_{PL_1} = [3 \; 3 \; \frac{1}{3} \; 0 \; 0]$

$z^*_{PL1} = 35.33$

$$\begin{cases} Y_3 = 0 \\ Y_2 \leq 3 \\ Y_1 \leq 3 \end{cases}$$

$4Y_1 + 2Y_2 + \cancel{3Y_3} + S_4 + Y_5 = 19$

$Y_1^* = 3$

$2Y_2 + S_4 + Y_5 = 19 - 12 = 7$

$Y_2^* = 3 \quad S_4 + Y_5 = 1 \qquad Y_5 = 0$

$S_4 = \frac{1}{1} = 1$

$Y^{*T}_{PL_3} = [3 \; 3 \; 0 \; 1 \; 0]$

$z^*_{PL_3} = 35$

$\bar{Y}^T = [3\ 3\ 0\ 1\ 0]$ $\quad \bar{z} = 35$

ESEMPIO ZAINO BINARIO

$$PLI \begin{cases} \max_x z = 17x_1 + 14x_2 + 10x_3 + 8x_4 + 7x_5 \\ 56x_1 + 48x_2 + 39x_3 + 30x_4 + 22x_5 \leq 100 \\ x_j \in \{0,1\},\ j = 1,\dots,5 \end{cases}$$

$$\frac{17}{56}\quad \frac{14}{48}\quad \frac{10}{39}\quad \frac{8}{30}\quad \frac{7}{22}$$

$0.3 \quad 0.29 \quad 0.25 \quad 0.266 \quad 0.31$

$x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5$

$y_2 \quad y_3 \quad y_5 \quad y_4 \quad y_1$

$Y^*_{PLI} = [0\ 1\ 0\ 1\ 1]$

$z^*_{PLI} = 29$

$$PL \begin{cases} \max_y z = 7y_1 + 17y_2 + 14y_3 + 8y_4 + 10y_5 \\ 22y_1 + 56y_2 + 48y_3 + 30y_4 + 39y_5 + y_6 = 100 \\ \cancel{x_j \in \{0,1\},\ j = 1,\dots,5} \\ 0 \leq y_j \leq 1;\ j = 1,\dots,5 \quad y_6 \geq 0 \end{cases}$$

QUANTI OGGETTI POSSO METTERE NELLO ZAINO?

$y_1^* = 1 \rightarrow 56y_2 + 48y_3 + 30y_4 + 39y_5 + y_6 = 100 - 22 = 78$ $\quad 1$

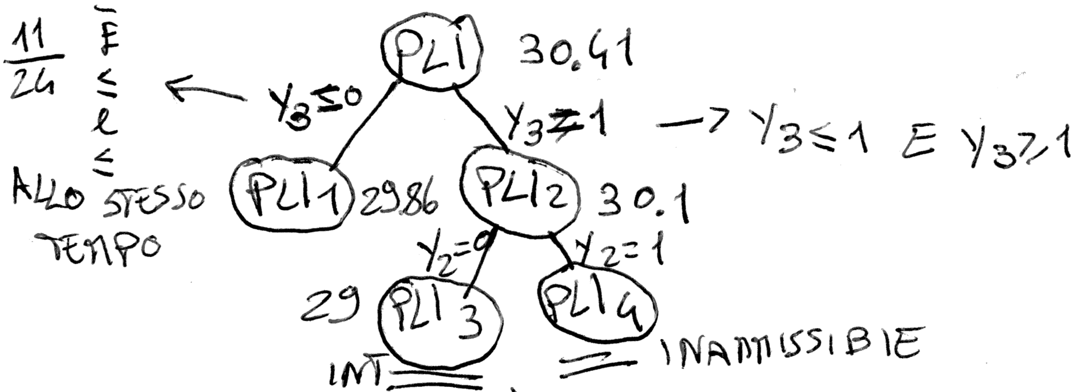
$y_2^* = 1 \quad 48y_3 + 30y_4 + 39y_5 + y_6 = 78 - 56 = 22$ $\quad 1$

$y_3^* = \frac{22}{48} = \frac{11}{24} \rightarrow y_4 = y_5 = 0$ $\quad 11/24$

$Y^{*T}_{PL} = [1\ 1\ \frac{11}{24}\ 0\ 0]$ $\quad z^*_{PL} = 30.41$

$\bar{Y}^T = [1\ 1\ 0\ 0\ 0]$ $\bar{z} = 24$

VISITA IN BASE AL NODO PIÙ PROMETENTE



$$PL_1 \begin{cases} y_3 = 0 & 22y_1 + 56y_2 + \cancel{48y_3} + 30y_4 + 39y_5 + y_6 = 100 \\ y_1^* = 1 \rightarrow & 56y_2 + 30y_4 + 39y_5 + y_6 = 100 - 22 = 78 \\ y_2^* = 1 \rightarrow & 30y_4 + 39y_5 + y_6 = 78 - 56 = 22 \\ y_4^* = \frac{22}{30} = \frac{11}{15} ; & y_5^* = y_6^* = 0 \end{cases}$$

$$y^{*T}_{PL1} = [1\ 1\ 0\ \tfrac{11}{15}\ 0\ 0] \qquad z^*_{PL1} = 29.86$$

$$PL2 \begin{cases} y_3 = 1 & 22y_1 + 56y_2 + 30y_4 + 39y_5 + y_6 = 100 - 48 = 52 \\ y_1^* = 1 & 56y_2 + 30y_4 + 39y_5 + y_6 = 52 - 22 = 30 \\ y_2^* = \frac{30}{56} = \frac{15}{28} & y_4 = y_5 = y_6 = 0 \end{cases}$$

$$y^{*T}_{PL2} = [1\ \tfrac{15}{28}\ 1\ 0\ 0\ 0] \qquad z^*_{PL2} = 30.10$$

$$PL3 \begin{cases} y_2 = 0 & 22y_1 + 30y_4 + 39y_5 + y_6 = 100 - 48 = 52 \\ y_3 = 1 & 30y_4 + 39y_5 + y_6 = 52 - 22 = 30 \\ y_1^* = 1 & \\ y_4^* = 1 & y_5 = y_6 = 0 \end{cases}$$

$$z^*_{PL3} = 29 \qquad y^{*T}_{PL3} = [1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0]$$

$\bar{y}^T = [1\ 0\ 1\ 1\ 0]$ $\quad \bar{z} = 29$

$$PL4 \begin{cases} y_2 = 1 \\ y_3 = 1 \end{cases} \qquad 22y_1 + 30y_4 + 39y_5 + y_6 = 100 - 56 - 48 = \underbrace{-4}_{\hat{b}}$$

INAMMISSIBILE

PROBLEMI DI OTTIMIZZAZIONE SU RETE (SU GRAFO)

- PROBLEMA DI FLUSSO A COSTO MINIMO (CASO PIÙ IMPORTANTE)
- PROBLEMA DEL CAMMINO MINIMO
- PROBLEMA DEL MASSIMO FLUSSO (QUALSIASI COSA CHE SI MUOVE)
- PROBLEMA DEI TRASPORTI
- PROBLEMA DEL POSTINO CINESE (ARCH ROUTING)
  ATTRAVERSARE TUTTI GLI ARCHI ALMENO UNA VOLTA

- PROBLEMA DI FLUSSO A COSTO MINIMO

DEFINTO SU UNA RETE DI TRASPORTO, INDIVIDUATA DA:

1. $G = (V, E)$ GRAFO ORIENTATO

SI IMMAGINA DI TRASPORTARE MERCE DA NODI DI ORIGINE A NODI DI DESTINAZIONE PASSANDO PER NODI DI TRANSITO (AL MINIMO COSTO)

2. $i \xrightarrow{c_{ij},\, l_{ij},\, u_{ij}} j$

c_{ij} = COSTO UNITARIO DI TRASPORTO DA i A j

l_{ij} = QUANTITÀ MINIMA TRASPORTABILE DA i A j

u_{ij} = QUANTITÀ ~~...~~ MASSIMA DI MERCE TRASPORTABILE LUNGO L'ARCO ij

3. i $\quad d_i$

d_i = DIVERGENZA DEL NODO i

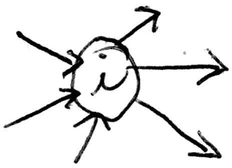
$\downarrow$

FLUSSO USCENTE DA i − FLUSSO ENTRANTE IN i

VARIABILI DECISIONALI: f_{ij} = FLUSSO LUNGO L'ARCO ij

≥ 0 QUANTITÀ DI MERCE TRASPORTATA LUNGO L'ARCO ij

d_i = FLUSSO USCENTE − FLUSSO ENTRANTE



1) $d_i > 0$ ⇒ FLUSSO USCENTE > FLUSSO ENTRANTE

NODO DI ORIGINE o NODO DI OFFERTA O SORGENTE

2) SE $d_i < 0$ ⇒ FLUSSO USCENTE < FLUSSO ENTRANTE

NODO DI DESTINAZIONE O DI DOMANDA O TERMINALE

3) $d_i = 0$ FLUSSO USCENTE = FLUSSO ENTRANTE

NODO DI TRANSITO