Probabilidad

Daniel Fraiman

Esperanza y varianza

1. Sea X una v.a. discreta con $P(X=-1)=1/3$, $P(X=0)=1/6$ y $P(X=2)=1/2$. Hallar la esperanza y la varianza de X.

2. Sea X una v.a. discreta uniforme entre 1 y 5, es decir, $P(X=k)=1/5$ para $k=1,2,...,5$. Hallar la esperanza y la varianza de X.

3. Sea X una variable aleatoria Uniforme[0,10].

    a) Hallar $\mathbb{E}\left(X\right)$.

    b) Hallar $Var(X)$ con R.

4. Sea X una variable aleatoria continua cuya función de densidad es

$$f_X\left(x\right)=\begin{cases} 2x & 0\leq x\leq 1. \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

    Hallar $\mathbb{E}\left(X\right)$ y $\text{Var}(X)$ con R.

5. Sea X una v.a. con $\mathbb{E}\left(X\right)=2$ y $Var(X)=36$, e Y otra v.a. que es independiente de X con $\mathbb{E}\left(Y\right)=3$ y $Var(Y)=25$. Hallar

    (a) $\mathbb{E}\left(X+Y\right)$ y $\mathbb{E}\left(2X-4Y\right)$

    (b) $Var(X+Y)$ y $Var(2X-4Y)$.

6. Un experimento consiste en arrojar 10 veces un dado de 4 caras (con los números del 1 al 4). Llamemos X_1 al resultado del primer dado dado, X_2 al resultado del segundo y así sucesivamente.

    (a) Hallar $\mathbb{E}\left(X_1+X_2+...+X_{10}\right)$.

    (b) ¿Las variables aleatorias $X_1,X_2,...,X_{10}$ son independientes entre ellas?

    (c) Hallar $V(X_1+X_2+...+X_{10})$.

7. Supongamos que $\mathbb{E}\left(X\right)=\mu$ y $\text{Var}\, X=\sigma^2$. Sea $Z=\left(X-\mu\right)/\sigma$. Mostrar que $\mathbb{E}\left(Z\right)=0$ y $\text{Var}\, Z=1$. Luego, la transformación hecha sobre X convierte a la variable aleatoria X en una que tiene media cero y varianza igual a 1 (aunque la distribución de X no sea normal).

8. Se toman dos mediciones independientes, X e Y, de una cantidad μ. $E\left(X\right)=E\left(Y\right)=\mu$ pero σ_X y σ_Y no son iguales. Las dos mediciones se combinan a través de un promedio ponderado para dar

$$Z=\alpha X+(1-\alpha)Y$$

    donde α es un escalar y $0\leq\alpha\leq 1$.

    (a) Mostrar que $E\left(Z\right)=\mu$.

    (b) Hallar α, en términos de σ_X y σ_Y, que minimice la $Var(Z)$.