① $X =$ número de caras $\quad X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ $\quad P(X=n) = \binom{4}{n}\left(\frac{1}{2}\right)^4$

$P(Z=n) = \binom{4}{n}\left(\frac{1}{2}\right)^4$

$Z = X(4-X) \quad Z = \{0, 3, 4\}$

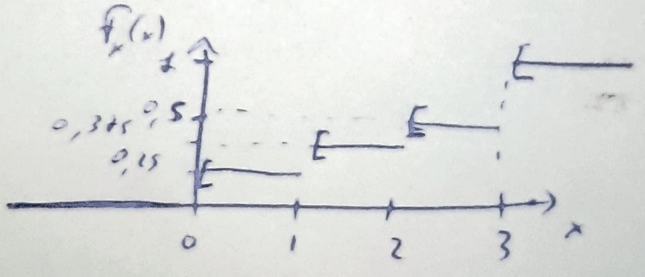
$P(Z=0) = P((X=0) \cup (X=4)) = P(X=0) + P(X=4) = \left(\binom{4}{0}+\binom{4}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^4$

$P(Z=3) = P((X=1) \cup (X=3)) = P(X=1) + P(X=3) = \left(\binom{4}{1}+\binom{4}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^4$

$P(Z=4) = P(X=2) = \binom{4}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^4$

②

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0{,}25 & 0 \le x < 1 \\ 0{,}375 & 1 \le x < 2 \\ 0{,}5 & 2 \le x < 3 \\ 1 & 3 \le x \end{cases}$$



③ $X =$ número de respostas corretas [illegible] 20

$X \sim Bin(20, \frac{1}{2}) \qquad P(X=n) = \binom{20}{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{20}$

$P(\text{aprovação}) = P(X \geq 12) = P(X=12) + P(X=13) + \dots + P(X=20)$

④ $Y =$ número de experimentos [illegible] CA-CA-CA

$Y \sim Geo\left(\frac{1}{8}\right) \qquad P(Y > 3) = \left(\frac{7}{8}\right)^3$

5

a) X = número de pasajeros que se presentan en horario de un total de 52

$X \sim Bin(52; 0{,}95)$ $\qquad P(X=k) = \binom{52}{k}(0{,}95)^k(0{,}05)^{52-k}$

$$P(X \leq 50) = 1 - \left[P(X=51) + P(X=52)\right]$$

$$= 1 - \left[\binom{52}{51}(0{,}95)^{51}(0{,}05)^1 + \binom{52}{52}(0{,}95)^{52}\right]$$

b)

Y = número de semanas hasta que por segunda vez alguien quede sin viajar

$Y \sim BN(2, p)$ $\qquad p = 1 - P(X \leq 50)$

$$P(Y=5) = \binom{4}{1} p^2 (1-p)^3$$

$$P(Y < 5) = P(Y=4) + P(Y=3) + P(Y=2)$$

$$P(Y<5) = \binom{3}{1} p^2 (1-p)^2 + \binom{2}{1} p^2 (1-p) + \binom{1}{1} p^2$$

(6)

$X \sim \mathcal{H}(25, 5, 10) \qquad P(X=k) = \dfrac{\binom{5}{k}\binom{20}{10-k}}{\binom{25}{10}}$

(a) $P(X=2) = \dfrac{\binom{5}{2}\binom{20}{8}}{\binom{25}{10}}$

(b) $P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$

$= \dfrac{\binom{20}{10}}{\binom{25}{10}} + \dfrac{\binom{5}{1}\binom{20}{9}}{\binom{25}{10}} + \dfrac{\binom{5}{2}\binom{20}{8}}{\binom{25}{10}}$

(c) $P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)]$

$= 1 - \left[\dfrac{\binom{20}{10}}{\binom{25}{10}} + \dfrac{\binom{5}{1}\binom{20}{9}}{\binom{25}{10}}\right]$

(7)

(a) $X \sim \mathcal{H}(100, 15, 40) \longleftrightarrow P(X=k) = \dfrac{\binom{15}{k}\binom{85}{40-k}}{\binom{100}{40}}$

(b) $P(X=12) = \dfrac{\binom{15}{12}\binom{85}{28}}{\binom{100}{40}}$

$P(X \geq 13) = P(X=13) + P(X=14) + P(X=15) = \dfrac{\binom{15}{13}\binom{85}{2} + \binom{15}{14}\binom{85}{1} + \binom{15}{15}}{\binom{100}{40}}$

(8)

X = número de autos que pasan por un punto en un minuto

$X \sim Poisson(5) \Longleftrightarrow P(X=k) = e^{-5}\frac{5^k}{k!}$

$P(X \geq 3) = 1 - P(X<3) = 1 - \left(P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)\right)$

$= 1 - \left[e^{-5} + e^{-5}\cdot 5 + e^{-5}\frac{5^2}{2}\right]$

(9)

X = número de llamadas recibidas en una hora

$X \sim Poisson(2)$

Y = número de llamadas recibidas en 10 minutos

$Y \sim Poisson\left(\frac{2}{6}\right)$

Z = número de llamadas recibidas en a minutos

$Z \sim Poisson\left(\frac{2}{60} \times a\right)$

(a) $P(Y>0) = 1 - P(Y=0) = 1 - e^{-\frac{2}{6}}$

(b) $P(Z=0) > 0,5 \Longleftrightarrow e^{-\frac{2}{60}\cdot a} > 0,5$

$\Longleftrightarrow \ln\left(e^{-\frac{2}{60}a}\right) > \ln(0,5)$

$\Longleftrightarrow -\frac{2}{60}a > \ln(0,5) \Longleftrightarrow \boxed{a < -\frac{60}{2}\ln(0,5)}$

10

$$X \sim \mathrm{Geo}(p) \iff P(X > n) = (1-p)^n$$

$$P(X > m+n \mid X > m) \stackrel{?}{=} P(X > n)$$

$$P(X > m+n \mid X > m) = \frac{P((X > m+n) \cap (X > m))}{P(X > m)}$$

$$= \frac{P(X > m+n)}{P(X > m)} = \frac{(1-p)^{m+n}}{(1-p)^m} = \frac{(1-p)^m (1-p)^n}{(1-p)^m}$$

$$= (1-p)^n = P(X > n)$$ ✓

T