

Trabajo Final Probabilidad

Maestría en Ciencia de Datos - 2023

- 1- Una mosca se encuentra quieta en una mesa. En determinado momento comienza a volar. Llamemos τ al tiempo que tarda en “escaparse” de la mesa (mirando desde arriba) a partir de que comienza su vuelo. Suponer que la mosca vuela en un plano paralelo a la mesa y que no vuelve a tocar la mesa una vez que comienza a volar. Prestar atención a cómo vuela una mosca, y simular el vuelo de la mosca. Intentar quedarse con lo más relevante del vuelo.

Modelo A

Plantear un modelo donde todas las v.a. para describir el vuelo sean independientes.

- (a) Suponer que el vuelo de la mosca parte del centro de la mesa. Estudiar la distribución de τ . ¿Se parece a alguna de las que vimos? ¿Cuáles serían los parámetros aproximadamente de esa distribución?
- (b) Idem (a) pero ahora suponer que la mosca comienza su vuelo en otra posición fija determinada por usted (que no es el centro de la mesa).
- (c) Estimar la esperanza de τ para 10 posiciones iniciales del vuelo distintas. Cada una de estas 10 posiciones elegidas se encuentra descrita, entre otras cosas, por la distancia al centro de la mesa. Graficar la estimación de la esperanza de τ en función de la distancia que hay de la posición inicial al centro de la mesa.
- (d) Idem (c) pero ahora estime la varianza de τ . Graficar la estimación de la varianza de τ en función de la distancia que hay de la posición inicial al centro de la mesa.

Modelo B

Suponer que existe alguna dependencia entre las variables relevantes del vuelo, y que la mosca parte del centro de la mesa.

- (e) Proponer un modelo (o alguna dependencia) entre el ángulo de giro actual (θ_k) y el ángulo siguiente (θ_{k+1}).
 - i. Justificar esta dependencia, y mostrar, usando algunos de los argumentos vistos en clase, que θ_{k+1} y θ_k son efectivamente dependientes.
 - ii. Estudiar la distribución de τ bajo este nuevo modelo de vuelo.
- (f) Proponer una dependencia entre la distancia recorrida en línea recta (o si prefiere entre el tiempo que vuelo en la misma dirección) y el siguiente ángulo de giro.
 - i. Justificar esta dependencia, y mostrar, usando algunos de los argumentos vistos en clase, que las dos variables son efectivamente dependientes.
 - ii. Estudiar la distribución de τ bajo estas nuevas hipótesis.

Modelo C

En algún lugar de la mesa hay un resto de comida microscópico que hace que la mosca se vea atraída a ese lugar.

- (g) Suponiendo que: (1) la mosca parte del centro de la mesa, (2) no puede volver a “aterrizar” sobre mesa, y (3) no puede volar en el mismo lugar tipo helicóptero; modelar el efecto de la comida en el vuelo. A partir de simulaciones muestre que lo planteado efectivamente tiene algún efecto sobre el vuelo, y que es el efecto esperado.

2- EJERCICIO INDIVIDUAL: No superar una página

- (a) Plantear 2 preguntas relacionadas con el vuelo de la mosca sobre la mesa. De estas 2 preguntas que al menos una de las preguntas sea sobre probabilidad condicional. Responda solamente una de ellas ya sea explicando mediante palabras qué habría que hacer para responderla, o bien escribir código y responderla con alguno de los modelos planteados.
- (b) Olvídense de la mesa (o suponga que el radio de la mesa es infinito jeje). Defina una variable aleatoria, relacionada con el vuelo de la mosca del modelo, que se pueda aplicar el Teorema Central del Límite tal como lo vimos en clase. Justifique.