Algoritmos y Estructuras de Datos I - Laboratorio Proyecto 1

Funciones, tipos y alto orden

1. Objetivo

El objetivo de este proyecto es revisar la programación de funciones en Haskell, y comenzar a introducir algunos conceptos de polimorfismo y funciones de alto orden en los que profundizaremos en los siguientes proyectos. Se evaluará la definición de funciones recursivas usando caso base y caso inductivo (a través de análisis por casos, o pattern-matching), la definición de funciones por composición, y el uso de las funciones provistas por el lenguaje (en el Preludio), para la definción de funciones polimórficas.

En algunas de las funciones será necesario utilizar definiciones locales y también el uso de guardas para alternativas booleanas. En otros casos se deberá utilizar aplicación parcial de funciones y operadores binarios.

Algunas consideraciones que debes tener en cuenta:

- Hacé todo el proyecto en un mismo archivo.
- Usá ghci con el flag -Wall. Se verificará que no haya warnings al cargar el archivo.
- Comentá el código, indicando a qué ejercicio corresponden las funciones (por ejemplo:
 ejercicio n)
- Nombrá las distintas versiones de una misma función utilizando ' (por ejemplo: f, f'', f'', ...)

2. Ejercicios

- 1. Programá las siguientes funciones:
 - a) esCero :: Int -> Bool, que verifica si un entero es igual a 0.
 - b) esPositivo :: Int -> Bool, que verifica si un entero es estrictamente mayor a 0.
 - c) esVocal :: Char -> Bool, que verifica si un carácter es una vocal en minúscula.
- 2. Programá las siguientes funciones usando recursión o composición:
 - a) paratodo :: [Bool] -> Bool, que verifica que todos los elementos de una lista sean True.
 - b) sumatoria :: [Int] -> Int, que calcula la suma de todos los elementos de una lista de enteros.
 - c) productoria :: [Int] -> Int, que calcula el producto de todos los elementos una la lista de enteros.
 - d) factorial :: Int \rightarrow Int, que toma un número n y calcula n!.
 - e) Utilizá la función sumatoria para definir, promedio :: [Int] -> Int, que toma una lista de números no vacia y calcula el valor promedio (truncado, usando división entera).

A continuación mostramos algunos ejemplos del uso de las funciones en ghci:

```
$> paratodo [True, False, True]
False
$> paratodo [True, True]
True
$> sumatoria [1, 5, -4]
2
$> productoria [2, 4, 1]
8
```

3. Programá la función pertenece :: Int -> [Int] -> Bool, que verifica si un número se encuentra en una lista.

Ejemplos de uso en ghci:

```
$> pertenece 4 [2,4,6]
True
$> pertenece 6 [2,4,6]
True
$> pertenece 7 [2,4,6]
False
```

- 4. Programá las siguientes funciones que implementan los cuantificadores generales. Notá que el segundo parámetro de cada función, es otra función!
 - a) paratodo' :: [a] \rightarrow (a \rightarrow Bool) \rightarrow Bool, dada una lista xs de tipo [a] y un predicado t :: a \rightarrow Bool, determina si todos los elementos de xs satisfacen el predicado t.
 - b) existe' :: [a] -> (a -> Bool) -> Bool, dada una lista xs de tipo [a] y un predicado t :: a -> Bool, determina si algún elemento de xs satisface el predicado t.
 - c) sumatoria' :: [a] \rightarrow (a \rightarrow Int) \rightarrow Int, dada una lista xs de tipo [a] y una función t :: a \rightarrow Int (toma elementos de tipo a y devuelve enteros), calcula la suma de los valores que resultan de la aplicación de t a los elementos de xs.
 - d) productoria':: [a] \rightarrow (a \rightarrow Int) \rightarrow Int, dada una lista de xs de tipo [a] y una función t :: a \rightarrow Int, calcula el producto de los valores que resultan de la aplicación de t a los elementos de xs.

Ejemplos en ghci:

```
$> paratodo' [0,0,0,0] esCero
True
$> paratodo' [0,0,1,0] esCero
False
$> paratodo' "hola" esVocal
False
$> existe' [0,0,1,0] esCero
True
$> existe' "hola" esVocal
True
$> existe' "tnt" esVocal
False
```

5. Definí nuevamente la función paratodo, pero esta vez usando la función paratodo' (sin recursión ni análisis por casos!).

- 6. Utilizando las funciones del ejercicio 4, programá las siguientes funciones por composición, sin usar recursión ni análisis por casos.
 - a) todosPares :: [Int] -> Bool verifica que todos los números de una lista sean pares.
 - b) hayMultiplo :: Int -> [Int] -> Bool verifica si existe algún número dentro del segundo parámetro que sea múltiplo del primer parámetro.
 - c) sumaCuadrados :: Int -> Int, dado un número no negativo n, calcula la suma de los primeros n cuadrados, es decir $\langle \sum i : 0 \le i < n : i^2 \rangle$.

Ayuda: En Haskell se puede escribir la lista que contiene el rango de números entre n y m como [n..m].

- d) ¿Se te ocurre como redefinir factorial (ej. 2d) para evitar usar recursión?
- e) multiplicaPares :: [Int] -> Int que calcula el producto de todos los números pares de una lista.
- 7. Indagá en Hoogle sobre las funciones map y filter. También podes consultar su tipo en ghci con el comando :t.
 - ¿Qué hacen estas funciones?
 - ¿A qué equivale la expresión map succ [1, -4, 6, 2, -8], donde succ n = n+1?
 - ξY la expresión filter esPositivo [1, -4, 6, 2, -8]?
- 8. Programá una función que dada una lista de números xs, devuelve la lista que resulta de duplicar cada valor de xs.
 - a) Definila usando recursión.
 - b) Definila utilizando la función map.
- 9. Programá una función que dada una lista de números xs, calcula una lista que tiene como elementos aquellos números de xs que son pares.
 - a) Definila usando recursión.
 - b) Definila utilizando la función filter.
 - c) Revisá tu definición del ejercicio 6e. ¿Cómo podes mejorarla?
- 10. La función primIgualesA toma un valor y una lista, y calcula el tramo inicial más largo de la lista cuyos elementos son iguales a ese valor. Por ejemplo:

```
primIgualesA 3 [3,3,4,1] = [3,3]
primIgualesA 3 [4,3,3,4,1] = []
primIgualesA 3 [] = []
primIgualesA 'a' "aaadaa" = "aaa"
```

- a) Programá primIgualesA por recursión.
- b) Programá nuevamente la función utilizando takeWhile.
- 11. La función primIguales toma una lista y devuelve el mayor tramo inicial de la lista cuyos elementos son todos iguales entre sí. Por ejemplo:

```
primIguales [3,3,4,1] = [3,3]
primIguales [4,3,3,4,1] = [4]
primIguales [] = []
primIguales "aaadaa" = "aaa"
```

- a) Programá primIguales por recursión.
- b) Usá cualquier versión de primIgualesA para programar primIguales. Está permitido dividir en casos, pero no usar recursión.
- 12. (*) Para cada uno de los siguientes patrones, decidí si están bien tipados, y en tal caso da los tipos de cada subexpresión. En caso de estar bien tipado, ¿el patrón cubre todos los casos de definición?
 - a) f :: (a, b) -> ... g) f :: [(Int, a)] -> ... $f x = \dots$ f((x, 1) : xs) = ...b) f :: (a, b) -> ... h) f :: [(Int, a)] -> ... f(x, y) = ...f((1, x) : xs) = ...c) f :: [(a, b)] -> ... i) f :: (Int -> Int) -> Int -> ... f(a, b) = ... $f a b = \dots$ d) f :: [(a, b)] -> ... j) f :: (Int -> Int) -> Int -> ... $f(x:xs) = \dots$ f a 3 = ...
 - e) f :: [(a, b)] -> ... f ((x, y) : ((a, b) : xs)) = ... f 0 1 2 = ...
 - f) f :: [(Int, a)] -> ... f [(0, a)] = ... f a g = ...
- 13. (*) Para las siguientes declaraciones de funciones, da al menos una definción cuando sea posible (que no sea la expresión undefined). ¿Podés dar alguna otra definición alternativa a la que diste en cada caso?

Por ejemplo, si la declaración es $f :: (a, b) \rightarrow a$, la respuesta es: f (x,y) = x

- a) f :: (a, b) -> b e) f :: (a -> b) -> [a] -> [b]
- b) f :: (a, b) -> c c) f :: a -> b
- $d) f :: (a \rightarrow b) \rightarrow a \rightarrow b$ $g) f :: (a \rightarrow b) \rightarrow (b \rightarrow c) \rightarrow a \rightarrow c$