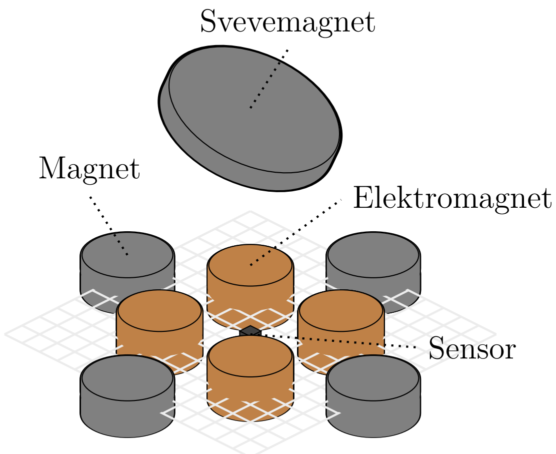
TTK4111 Reguleringsteknikk
Institutt for Teknisk Kybernetikk
NTNU

Øving 6

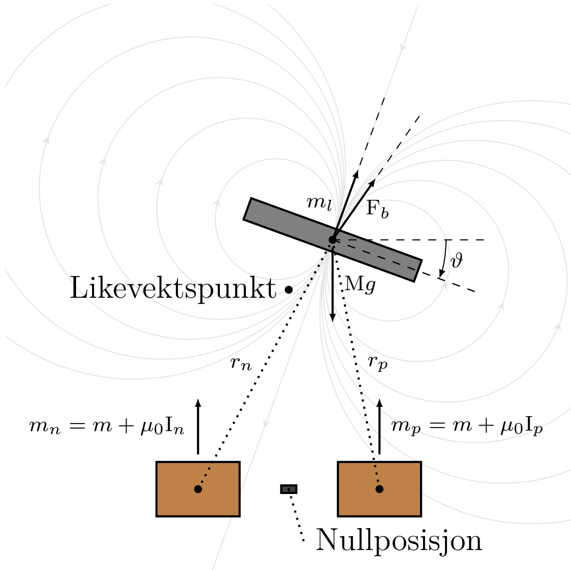
Utlevert: Mandag uke 11
Innleveringsfrist: Mandag uke 13

Problemstilling

Earnshaws teorem tilsier at det ikke er mulig å finne en statisk konfigurasjon av magneter slik at de holdes i ro i forhold til hverandre. Du har sikkert merket dette selv; om du prøver å løfte en magnet med en annen vil de alltid falle fra hverandre eller trekkes fort sammen. Heldigvis kan vi overkomme dette teoremet ved bruk av aktiv kontroll! I denne oppgaven betrakter vi et elektromagnetisk system, illustrert i Figur 1, hvor målet er å designe en regulator for å få en magnet til å sveve.



(a) *Konfigurasjon og komponenter.*



(b) *Modell i 2D med variablebeskrivelser.*

Figur 1: *Illustrasjon av det elektromagnetiske systemet.*

Oppgave 1: Regulatordesign

La oss nå gå tilbake til å betrakte systemet vist i Figur 1. Dette systemet er symmetrisk langs aksene i planet, og vi kan derfor fint designe regulatorer langs én planretning av gangen. Derfor vil vi i resten av øvingen betrakte systemet i 2D, slik det er vist i Figur 1b.

Systemet i Figur 1b består av to permanentmagneter i basen, to elektromagneter, én svevende magnet og én magnetisk sensor. Permanentmagnetene gir løftekraft, mens elektromagnetene stabiliserer systemet. Sensoren måler magnetfeltet fra den svevende magneten, men også det som produseres av de andre magnetene og elektromagnetene.

For enkelthets skyld antar vi at magnetene og elektromagnetene er *punktdipoler*, m.a.o., at størrelsen på magnetene ikke har noe å si, og at magnetene og elektromagnetene er *magnetisk identiske*, hvor strømmen i elektromagnetene kan omregnes til en "ekvivalent" magnetisering. Dermed kan vi gjøre enda en forenkling; vi antar at magnetene og elektromagnetene kan "plasseres" på samme sted, slik at vi får to "hybridmagneter", én på positiv side og én på negativ side av z-aksen (hhv. markert med subscript p og n)

Med antagelsene over kan vi sette sammen en relativt kompakt modell av systemet ved å ta utgangspunkt i det *magnetiske skalarpotensialet* av magnetfeltet til hybridmagnetene i basen. Dette er en skalarverdi som sier noe om magnetfeltet i et punkt, og vi kan bruke skalarpotensialet i den svevende magneten til å regne ut både magnetisk kraft og moment. Det totale skalarpotensialet i posisjonen til den svevende magneten er gitt av

$$\Phi = \Phi_p + \Phi_n = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{\mathbf{m}_p \cdot \mathbf{r}_p}{\|\mathbf{r}_p\|^3} + \frac{\mathbf{m}_n \cdot \mathbf{r}_n}{\|\mathbf{r}_n\|^3}\right),$$

hvor p og n beskriver magnetene på hhv. positiv og negativ side av z-aksen, $\mathbf{r}$ er avstandsvektorer fra svevemagneten til de to i basen, $\mathbf{m}$ er magnetiseringen til de to hybridmagnetene, og μ_0 er permeabiliteten til luft.

Her har vi at [1]:

$$\mathbf{r}_n = \begin{bmatrix} x - \mathrm{R}\cos\vartheta \\ 0 \\ z - \mathrm{R}\sin\vartheta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_p = \begin{bmatrix} x + \mathrm{R}\cos\vartheta \\ 0 \\ z + \mathrm{R}\sin\vartheta \end{bmatrix},$$

hvor R er avstanden for solenoidene fra nullposisjonen.

$$\mathbf{m}_n = (m + \mu_0 \mathrm{I}_n)\begin{bmatrix} \sin\vartheta \\ 0 \\ -\cos\vartheta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m}_p = (m + \mu_0 \mathrm{I}_p)\begin{bmatrix} \sin\vartheta \\ 0 \\ -\cos\vartheta \end{bmatrix}, \mathbf{m}_l = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m \end{bmatrix}$$

hvor I_p of I_n er strømmen som går i solenoidene.

[1] Det er det samme om man tar utgangspunktet i den svevende magneten eller basen når man regner på skalarpotensialet. Her har vi egentlig satt origo i magneten for å gjøre matten litt enklere, det er derfor dette ser litt annerledes ut fra illustrasjonen. Dette er ikke med i oppgaven vi gir til studentene.

Fra skalarpotensialet finner vi magnetfelte, kraften og momentet på den svevende magneten som

$$\mathbf{B} = -\nabla\Phi \Longrightarrow \mathbf{F_b} = -\nabla\left(\mathbf{m}_l \cdot \mathbf{B}\right), \quad \tau_b = \mathbf{m}_l \times \mathbf{B}.$$

Kombinerer vi dette med Newtons lover og løser opp litt, får vi at bevegelsen til den svevende magneten kan beskrives av

$$\mathrm{M}\ddot{x} = -m\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial z}, \tag{1a}$$

$$\mathrm{M}\ddot{z} = -m\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} - \mathrm{M}g, \tag{1b}$$

$$\mathrm{J}\ddot{\vartheta} = -m\frac{\partial\Phi}{\partial x}. \tag{1c}$$

a) Det kan være lurt å ikke anvende strømmene I_p og I_n direkte som pådrag, men heller nettostrømmene u_x og u_z:

$$u_x = \mathrm{I}_p - \mathrm{I}_n, \quad u_z = \mathrm{I}_p + \mathrm{I}_n. \tag{2}$$

Bestem I_p og I_n som funksjoner av u_x og u_z. Tegn et blokkdiagram som viser transformasjonen fra u_x og u_z til I_p og I_n.

b) Modellen i (1) er ulineær. Dersom vi lineariserer den rundt likevektspunktet vist i Figur 1b (antar at $x_0 = 0, \vartheta = 0$) får vi at

$$\frac{2\pi}{\mu_0 m}\mathrm{M}\ddot{x} = 3m\frac{p_1}{q^{9/2}}x - 3m\frac{p_2}{q^{9/2}}\vartheta + 3\mu_0\frac{p_3}{q^{7/2}}u_x, \tag{3a}$$

$$\frac{2\pi}{\mu_0 m}\mathrm{M}\ddot{z} = -3m\frac{p_4}{q^{9/2}}(z - z_0) + 3\mu_0\frac{p_5}{q^{7/2}}u_z, \tag{3b}$$

$$\frac{2\pi}{\mu_0 m}\mathrm{J}\ddot{\vartheta} = -3m\frac{p_6}{q^{7/2}}x + m\frac{p_7}{q^{7/2}}\vartheta - 3\mu_0\frac{p_8}{q^{5/2}}u_x. \tag{3c}$$

hvor p_i og q er (positive) polynomer av R og z_0. Utfør en numerisk linearisering av modellen i den utdelte simulatoren. Stemmer resultatet du får med (3)? Bruk parameterverdiene oppgitt i kodefilen.

- Se blokkstrukutren tuk studentene - Sammenligne bodediagram til de to modellene
- Relativt avvik

c) Sensoren måler magnetfeltet fra alle elementene i systemet i origo i både x og z retning. En lineær modell av disse målingen er gitt av

$$y_x = \frac{3m\mu_0}{4\pi z_0^4}x + \frac{m\mu_0}{4\pi z_0^3}\vartheta, \tag{4a}$$

$$y_z = -\frac{3m\mu_0}{2\pi z_0^4}z + \frac{\mu_0^2}{2\pi z_0^3}(u_x + u_z). \tag{4b}$$

Ved bruk av Matlab, vurder observerbarheten og kontrollerbarheten til systemet. Hva skjer dersom vi kvitter oss med y_z?

d) Anta nå at D = 0. Med (3) og (4), vis at overføringsfunksjonene $\hat{y}_x(s) = \mathrm{G}_x(s)\hat{u}_x$ og $\hat{y}_z(s) = \mathrm{G}_z(s)\hat{u}_z$[2] kan beskrives som[3]

$$\mathrm{G}_x(s) = \frac{a_0 s + a_1}{s^3 + b_1 s^2 + b_2 s}, \quad \mathrm{G}_z(s) = \frac{a_3}{s^2 + b_3 s}, \tag{5}$$

hvor $a_i, b_i > 0$. Hva sier disse oss om stabiliteten til systemet?

e) Tegn et bode-diagram av G_x. Hvilken kontrollstruktur burde vi gå for?

f) Velg kontrollparametre for reuglatoren du fant over slik at den blir tilstrekkelig robust. Vurder robustheten mot den lineære modellen du fant i oppgave a).

[2]Symbolet "ˆ" brukes her for å indikere de Laplacetransformerte tilstandene.

[3]**Hint:** Her kan det være lurt å starte med å bytte ut alle koeffisientene i ligning (3) med positive konstanter.

g) Implementer regulatoren i Simulink og se på responsen (la $u_z = 0$). Fungerer den som forventet?

h) Test regulatoren på 3D modellen i simulink. [4]

[4]**Hint:** Vi må implementere én regulator for hver retning i planet.