SYS865 Inférence statistique avec programmation R

Ornwipa Thamsuwan

20 mars 2024

SYS865 Inférence statistique avec programmation R

> Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression ogistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Plan de la séance

SYS865 Inférence statistique avec programmation R

Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Plan de la séance

SYS865 Inférence statistique avec programmation R

> Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

- ► Régression logistique
- ► Confondeur

Récap et matière à réfléxion

SYS865 Inférence statistique avec programmation R

> Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Récap et matière à réfléxion

Base de données "Pima Indian Diabetes"

- ► Variable dépendante : Outcome
- ► Variables indépendantes : Pregnancies, Glucose, BloodPressure, SkinThickness, Insulin, BMI, DiabetesPedigreeFunction et Age

SYS865 Inférence statistique avec programmation R

> Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

> égression gistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Ornwina Thamsuwan Plan de la séance

Variable dépendante : Outcome

- Récap et matière
- ► Variables indépendantes : Pregnancies, Glucose, BloodPressure, SkinThickness, Insulin, BMI, DiabetesPedigreeFunction et Age

à réfléxion

Récap et matière

Confondeur

Travaux pratiques

R code

```
data <- read.csv("diabetes.csv")</pre>
selected columns <- data[, 2:6]
rows with zero <- apply(selected columns, 1,
                         function(x) anv(x == 0))
data_cleaned <- data[!rows_with_zero, ]</pre>
names(data cleaned)[
  names(data_cleaned) ==
    "DiabetesPedigreeFunction"] <- "DbtPdgFunc"
```

##

(Intercept)

Pregnancies

SkinThickness

BloodPressure

Glucose

Insulin

DbtPdgFunc

BMT

Age

```
0.000 Confondeur
0.1436 - 7.6806
                          ravaux pratiques
                   0.1223
0.0084
         1.5486
0.0008
         7.8550
                   0.0000
0.0017
         0.0316
                   0.9748
0.0025
         0.6652
                   0.5063
0.0002 - 0.6031
                   0.5468
0.0039
         2.3907
                   0.0173
0.0580
         2.7083
                   0.0071
```

0.0356

2,1090

-1.1027

0.0130

0.0064

0.0001

0.0017

-0.0001

0.0093

0.1572

0.0059

0.0028

```
Travaux pratiques
```

```
En supprimant les variables non importantes
BloodPressure, SkinThickness et Insulin ...
```

```
Récap et matière
model reduced <- lm(Outcome ~ Pregnancies + Glucose
                                                           à-téfléxion
                         BMI + DbtPdgFunc + Age,
                       data = data cleaned)
                                                            Récap et matière
round(summary(model_reduced)$coefficients, 4)
```

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
##
  (Intercept)
                -1.0908
                             0.1174 - 9.2876
                                               0.0000
## Pregnancies
                 0.0136
                             0.0083
                                      1.6387
                                               0.1021
## Glucose
                 0.0062
                             0.0007
                                     8.9698
                                               0.0000
## BMT
                 0.0108
                             0.0029 3.7636
                                               0.0002
## DbtPdgFunc
                 0.1578
                             0.0574 2.7483
                                               0.0063
                 0.0059
                             0.0027
                                     2.1739
                                               0.0303
## Age
```

Recap : Comparaison des modèles par R² et R² ajusté

```
SYS865 Inférence
statistique avec
programmation R
```

Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression ogistique

Récap et matière

Confondeur

Travaux pratiques

summary(model_reduced)\$r.squared
[1] 0.3443796

[1] 0.3457734

summary(model_full)\$r.squared

Recap: Comparaison des modèles par R² et

SYS865 Inférence statistique avec programmation R Ornwina

R² ajusté

Thamsuwan

summary(model full)\$r.squared

Plan de la séance Récap et matière

[1] 0.3457734

à réfléxion

summary(model_reduced)\$r.squared

Récap et matière

[1] 0.3443796

Confondeur

summary(model_full)\$adj.r.squared

Travaux pratiques

[1] 0.3321081

10/51

round(confint(model reduced, level = 0.95), 4)

Récap et matière à réfléxion

> égression gistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

```
## 2.5 % 97.5 %
## (Intercept) -1.3217 -0.8599
## Pregnancies -0.0027 0.0299
## Glucose 0.0048 0.0075
## BMI 0.0051 0.0164
## DbtPdgFunc 0.0449 0.2708
## Age 0.0006 0.0113
```

Recap: Visualisation des résultats



Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

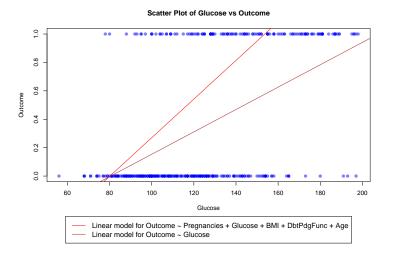
Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Travaux pratiques



La réponse (y ou Outcome) n'est pas une variable continues, mais binaire, soit 0 ou 1 et non une valeur intermédiare.

Attention!



Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

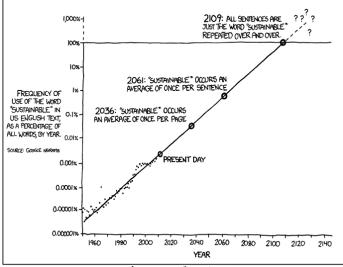
Récap et matière à réfléxion

Régressio logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Travaux pratiques



THE WORD "SUSTAINABLE" IS UNSUSTAINABLE.

Figure 1: Extrapolation - "Sustainable is unsustainable."

Recap: Visualisation des résultats



Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

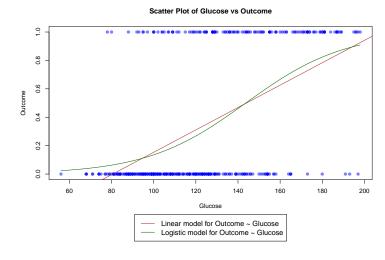
Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Travaux pratiques



Une alternative est la régression logistique, fournissant un résultat sous forme de probabilité que y soit 0 ou 1.

Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

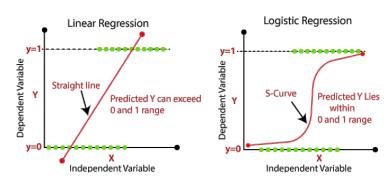


Figure 2: Régression linéaire vs. logistique

Régression logistique

SYS865 Inférence statistique avec programmation R

> Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique Récap et matière

à réfléxion

Confondeur

Régression logistique : Modèle

La régression logistique modélise la probabilité d'un résultat binaire basée sur une ou plusieurs variables prédictives. Cela est particulièrement utile lorsque la variable dépendante ne peut prendre que deux résultats possibles (succès ou échec). SYS865 Inférence statistique avec programmation R

Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Travaux pratiques

La régression logistique modélise la probabilité d'un résultat binaire basée sur une ou plusieurs variables prédictives. Cela est particulièrement utile lorsque la variable dépendante ne peut prendre que deux résultats possibles (succès ou échec).

Le modèle de régression logistique est basé sur la fonction logit, le logarithme naturel du rapport de cotes.

$$\ln\left(\frac{p}{1-p}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k$$

- p est la probabilité d'une des issues (réponses),
- $ightharpoonup X_1, X_2, ..., X_k$ sont les variables prédictives.
- $ightharpoonup eta_1, eta_2, ..., eta_k$ représentent le changement dans le log des cotes de l'issue pour un changement unitaire dans les variables prédictives.

Régression logistique : Inférence

SYS865 Inférence statistique avec programmation R

Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Travaux pratiques

Inférence sur les Coefficients : Les tests d'hypothèse sur $\beta_1,\beta_2,...,\beta_k$ sont réalisées pour déterminer si les prédicteurs sont significativement associés à l'issue.

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

onfondeur

Travaux pratiques

Inférence sur les Coefficients : Les tests d'hypothèse sur $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_k$ sont réalisées pour déterminer si les prédicteurs sont significativement associés à l'issue.

Méthode d'Estimation

- Les coefficients sont estimés en utilisant l'Estimation du Maximum de Vraisemblance (MLE).
- ► Cette méthode trouve les coefficients qui maximisent la vraisemblance d'observer les données de l'échantillon.

Inférence sur les Coefficients : Les tests d'hypothèse sur $\beta_1,\beta_2,...,\beta_k$ sont réalisées pour déterminer si les prédicteurs sont significativement associés à l'issue.

Méthode d'Estimation

- ▶ Les coefficients sont estimés en utilisant l'Estimation du Maximum de Vraisemblance (MLE).
- ► Cette méthode trouve les coefficients qui maximisent la vraisemblance d'observer les données de l'échantillon.

Interprétation en Rapport de Cotes : Un rapport de cotes supérieur à 1 indique une augmentation des cotes de l'issue avec une augmentation unitaire du prédicteur, et vice versa.

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

onfondeur

Travaux pratiques

Guides généraux

- ► Commencez avec un **cadre théorique** ou des recherches antérieures pour identifier les prédicteurs potentiels.
- Prenez en compte la signification statistique des variables dans les analyses préliminaires.
- Vérifiez la multicollinéarité parmi les prédicteurs, car une forte collinéarité peut déformer l'estimation et l'interprétation des coefficients.
- ► Évitez d'inclure trop de variables, surtout dans de petits ensembles de données, pour prévenir le **surajustement**.

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

onfondeur

Travaux pratiques

Guides généraux

- ► Commencez avec un **cadre théorique** ou des recherches antérieures pour identifier les prédicteurs potentiels.
- Prenez en compte la signification statistique des variables dans les analyses préliminaires.
- ➤ Vérifiez la **multicollinéarité** parmi les prédicteurs, car une forte collinéarité peut déformer l'estimation et l'interprétation des coefficients.
- ► Évitez d'inclure trop de variables, surtout dans de petits ensembles de données, pour prévenir le **surajustement**.

Méthodes de sélection séquentielles

► Ajouter ou retirer des prédicteurs basés sur des critères tels que l'AIC ou le BIC.

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

onfondeur

Travaux pratiques

► L'AIC est une mesure de la qualité relative d'un modèle statistique pour un ensemble de données.

▶ Basé sur le concept d'entropie d'information, l'AIC offre un équilibre entre la complexité du modèle (nombre de paramètres) et l'adéquation du modèle.

Ornwipa Thamsuwan

▶ Basé sur le concept d'entropie d'information, l'AIC offre un équilibre entre la complexité du modèle (nombre de paramètres) et l'adéquation du modèle. Plan de la séance Récap et matière

Formule de l'AIC : $AIC = 2k - 2\ln(L)$

à réfléxion
Régression

 \blacktriangleright k est le nombre de paramètres dans le modèle et

Récap et matière à réfléxion

L est la vraisemblance du modèle.

Confondeur

logistique

L'AIC pénalise les modèles pour leur complexité, aidant ainsi à éviter le surajustement.

Critère d'Information d'Akaike (AIC)

- ► L'AIC est une mesure de la qualité relative d'un modèle statistique pour un ensemble de données.
- Basé sur le concept d'entropie d'information, l'AIC offre un équilibre entre la complexité du modèle (nombre de paramètres) et l'adéquation du modèle.
- Formule de l'AIC : $AIC = 2k 2\ln(L)$
 - k est le nombre de paramètres dans le modèle et
 L est la vraisemblance du modèle.
 - ▶ L'AIC pénalise les modèles pour leur complexité, aidant ainsi à éviter le surajustement.
- Une valeur AIC plus basse indique un meilleur modèle.
 Lors de la comparaison de modèles, la valeur absolue de
- l'AIC n'est pas aussi importante que la différence entre les valeurs AIC de différents modèles.
 Des modèles avec un AIC différant de plus de 2 sont généralement considérés comme ayant des preuves

substantielles contre le modèle avec l'AIC le plus élevé.

Ornwipa Thamsuwan

SYS865 Inférence

statistique avec programmation R

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique Récap et matière

à réfléxion Confondeur

Travaux pratiques

26 / 51

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Travaux pratiques

► Le BIC est similaire à l'AIC mais introduit une pénalité plus forte pour le nombre de paramètres dans le modèle.

Le BIC est dérivé de la probabilité bayésienne et utilisé pour la sélection de modèles.

- ► Le BIC est similaire à l'AIC mais introduit une pénalité plus forte pour le nombre de paramètres dans le modèle.
- ▶ Le BIC est dérivé de la probabilité bayésienne et utilisé pour la sélection de modèles.
- Formule du BIC : $BIC = \ln(n)k 2\ln(L)$
 - ▶ *n* est le nombre d'observations,
 - ▶ k est le nombre de paramètres, et
 - L est la vraisemblance du modèle.
- ► Le BIC a tendance à pénaliser plus lourdement la complexité que l'AIC, surtout à mesure que la taille de l'échantillon augmente.

Critère d'Information Bayésien (BIC)

- ► Le BIC est similaire à l'AIC mais introduit une pénalité plus forte pour le nombre de paramètres dans le modèle.
- Le BIC est dérivé de la probabilité bayésienne et utilisé pour la sélection de modèles.
- Formule du BIC : $BIC = \ln(n)k 2\ln(L)$
 - n est le nombre d'observations.
 - k est le nombre de paramètres, et
 - L est la vraisemblance du modèle.

l'échantillon augmente.

- Le BIC a tendance à pénaliser plus lourdement la complexité que l'AIC, surtout à mesure que la taille de
- ► Comme l'AIC, une valeur BIC plus basse indique un
- meilleur modèle. La règle de décision pour comparer les modèles avec le
- BIC est similaire à l'AIC. Une différence de 6 ou plus est considérée comme une preuve forte contre le modèle avec le BIC le plus élevé.

Ornwipa Thamsuwan

SYS865 Inférence statistique avec programmation R

Plan de la séance

Récap et matière

Régression logistique

Récap et matière Confondeur

AIC(logistic model)

BIC(logistic_model)

[1] 390.666

[1] 398.6085

Récap et matière à réfléxion Régression

Récap et matière

logistique

Confondeur

Travaux pratiques

```
# calcul du BIC par
# la fonction AIC avec l'argument k = log(n)
AIC(logistic_model, k = log(nrow(data_cleaned)))
```

[1] 398.6085

Récap et matière

Régression logistique Récap et matière

Confondeur

Travaux pratiques

L'AIC se concentre davantage sur l'adéquation (goodness of fit) du modèle. Il est issu de la théorie de l'information et vise à choisir un modèle qui explique le mieux les données, même s'il comprend plus de paramètres.

Le BIC est dérivé de la probabilité bayésienne et est plus concerné par l'identification du vrai modèle parmi l'ensemble des candidats. Il part du principe qu'il existe un vrai modèle et tente de s'en rapprocher.

à réfléxion Régression

logistique

Récap et matière

onfondeur

Travaux pratiques

L'AIC se concentre davantage sur l'adéquation (goodness of fit) du modèle. Il est issu de la théorie de l'information et vise à choisir un modèle qui explique le mieux les données, même s'il comprend plus de paramètres.

Le BIC est dérivé de la probabilité bayésienne et est plus concerné par l'identification du vrai modèle parmi l'ensemble des candidats. Il part du principe qu'il existe un vrai modèle et tente de s'en rapprocher.

Différences clés dans l'utilisation

- ► Complexité : L'AIC peut sélectionner des modèles plus complexes, tandis que le BIC a tendance à favoriser des modèles plus simples.
- ► But : L'AIC est mieux adapté aux modèles axés sur la prédiction, tandis que le BIC est plus approprié pour les modèles visant à expliquer la structure sous-jacente.

avec la variable dépendante Outcome

[1] "Pregnancies : 0.2566"

[1] "BloodPressure : 0.1927"

[1] "SkinThickness: 0.2559"

[1] "Glucose : 0.5157"

etc.

```
"Insulin : 0.3014"
 [1]
 [1]
     "BMT : 0.2701"
 [1] "DbtPdgFunc : 0.2093"
     "Age : 0.3508"
 [1] "Outcome : 1"
► Ajouter d'abord Glucose, puis Age, Insulin, BMI, ...
```

Examiner la corrélation de toutes les variables indépendantes

Régression

```
Exemple: Sélection progressive
```

```
model1 <- glm(Outcome ~ Glucose.
              data=data cleaned, family=binomial)
AIC(model1)
## [1] 390.666
```

model2 <- glm(Outcome ~ Glucose + Age,

[1] 376,6897

AIC(model2)

► Garder model2 et continuer à ajouter des variables

data=data_cleaned, family=binomial)

Récap et matière à réfléxion

logistique
Récap et matière

Régression

à réfléxion

Confondeur

Travaux pratiques

AIC(model3)

[1] 378.6714

► Arrêter à model2 et ne pas inclure Insulin

à réfléxion

model4 <- glm(Outcome ~ Glucose + Age + BMI, data=data_cleaned, family=binomial) AIC(model4)

data=data_cleaned, family=binomial)

[1] 362.3656

AIC(model3)

[1] 378.6714

► Garder model4 et continuer à ajouter des variables

model3 <- glm(Outcome ~ Glucose + Age + Insulin,

► Arrêter à model2 et ne pas inclure Insulin

Essayer la prochaine variable BMI

36 / 51

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Travaux pratiques

I hamsuwan

Le reste du processus sera consacré aux travaux pratiques.

Modèle à jour

round(summary(model4)\$coefficients, 4)

| ## | | Estimate | Std. Error | z value | Pr(> z) |
|----|-------------|----------|------------|---------|----------|
| ## | (Intercept) | -9.6773 | 1.0419 | -9.2884 | 0e+00 |
| ## | Glucose | 0.0363 | 0.0049 | 7.3913 | 0e+00 |
| ## | Age | 0.0541 | 0.0132 | 4.0854 | 0e+00 |
| ## | BMI | 0.0779 | 0.0201 | 3.8697 | 1e-04 |
| | | | | | |

Exemple: Sélection régressive

Commencer par une modèle complet

Ornwipa Thamsuwan

| | | | | | Plan de la seance |
|----|-----------------------|----------|------------|---------|--|
| ## | | Estimate | Std. Error | z value | Pr(> z _R) _{cap et matière} |
| ## | (Intercept) | -10.0407 | 1.2177 | -8.2458 | 0.0000 deflexion |
| ## | Pregnancies | 0.0822 | 0.0554 | 1.4823 | 0.1383 régression |
| ## | Glucose | 0.0383 | 0.0058 | 6.6351 | 0.0000cap et matière |
| ## | ${\tt BloodPressure}$ | -0.0014 | 0.0118 | -0.1200 | 0.9045 |
| ## | SkinThickness | 0.0112 | 0.0171 | 0.6568 | 0.5113 Travaux pratiques |
| ## | Insulin | -0.0008 | 0.0013 | -0.6317 | 0.5276 |
| ## | BMI | 0.0705 | 0.0273 | 2.5798 | 0.0099 |
| ## | DbtPdgFunc | 1.1409 | 0.4274 | 2.6692 | 0.0076 |
| ## | Age | 0.0340 | 0.0184 | 1.8470 | 0.0647 |

► Éliminer BloodPressure, SkinThickness, Insulin, Pregnancies, ...

Régression logistique Récap et matière

Confondeur

Travaux pratiques

[1] 360.0356

► Ne pas garder model5 (ne pas retirer BloodPressure), mais coninuer à retirer les autres variables

logistique
Récap et matière

Régression

a renexion

Confondeur

Travaux pratiques

```
model6 <- glm(Outcome ~ Pregnancies + Glucose +
BloodPressure + Insulin + BMI +
DbtPdgFunc + Age,
data=data_cleaned, family=binomial)
AIC(model6)
```

[1] 360.452

▶ Ne pas retirer SkinThickness, mais essayer de retirer Insulin

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique Récap et matière

Confondeur

Tuanani muatimus

Travaux pratiques

► Ne pas retirer Insulin

AIC(model7)

[1] 360,4183

► Ne pas retirer Insulin

Modèle à jours est toujours un modèle complet avec toutes les variables possibles.

Le reste du processus sera consacré aux travaux pratiques.

significatives ne couvrent pas 0.

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

onfondeur

Travaux pratiques

```
##
                    2.5 % 97.5 %
                -12.5490 -7.7614
   (Intercept)
## Pregnancies
                  -0.0260
                            0.1920
## Glucose
                   0.0273
                            0.0500
  BloodPressure
                  -0.0245
                            0.0221
## SkinThickness
                  -0.0224
                            0.0448
## Insulin
                  -0.0034
                            0.0018
                   0.0177
                            0.1253
## BMT
## DbtPdgFunc
                   0.3209
                            1.9972
                  -0.0015
                            0.0709
## Age
```

Waiting for profiling to be done...

Les intervalles de confiance des variables statistiquement

Récap et matière à réfléxion

SYS865 Inférence statistique avec programmation R

> Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Travaux pratiques

[1] 0.6796085

[1] 0.581223

[1] 0.6643549

Corrélations modérées entre variables indépendantes

cor(data_cleaned\$Pregnancies, data_cleaned\$Age)

cor(data cleaned\$Glucose, data cleaned\$Insulin)

cor(data cleaned\$SkinThickness, data cleaned\$BMI)

45 / 51

model2 <- glm(Outcome ~ Glucose + Age,

AIC(model3)

[1] 376.6897

AIC(model2)

[1] 378.6714

Pourquoi l'ajout de la variable Insulin augmente-t-il l'AIC ?

model3 <- glm(Outcome ~ Glucose + Age + Insulin,

data=data_cleaned, family=binomial)

data=data cleaned, family=binomial)

```
model2 <- glm(Outcome ~ Glucose + Age,
              data=data_cleaned, family=binomial)
```

AIC(model2)

[1] 376.6897

model3 <- glm(Outcome ~ Glucose + Age + Insulin,

AIC(model3)

[1] 378.6714

► Il y a déjà la variable Glucose.

Pourquoi l'ajout de la variable Insulin augmente-t-il l'AIC?

data=data_cleaned, family=binomial)

47 / 51

Sélection des prédicteurs

SYS865 Inférence statistique avec programmation R

> Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Travaux pratiques

Connaissance du domaine

Confondeur

SYS865 Inférence statistique avec programmation R

> Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Travaux pratiques

Travaux pratiques

SYS865 Inférence statistique avec programmation R

> Ornwipa Thamsuwan

Plan de la séance

Récap et matière à réfléxion

Régression logistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Travaux pratiques

Récap et matière à réfléxion

Régression ogistique

Récap et matière à réfléxion

Confondeur

Travaux pratiques

Continuez à travailler avec la base de données "Pima Indian Diabetes".

Avec Outcome comme variable dépendante, utilisez le reste des paramètres comme variables indépendantes pour créer un modèle de régression logistique.

 ${\sf Employez}\ {\sf les}\ {\sf m\'ethodes}\ {\sf de}\ {\sf s\'election}\ {\sf progressive}\ {\sf et}\ {\sf r\'egressive}.$

Comparez différents modèles avec l'AIC et le BIC.

Quelles variables apportent une contribution importante au modèle (sont des bons prédicteurs pour la réponse Outcome) ?