

# **SYS865 Inférence statistique avec programmation R**

Ornwipa Thamsuwan

7 février 2024

Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

**Recap**

**Plan de la séance**

**Valeur p**

**Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance**

**Travaux pratiques**

**Projet 1**

# Recap

## Les derniers cours . . .

- ▶ Variables aléatoires
  - ▶ Variables discrètes ou continues
  - ▶ Fonction de masse ou de densité de probabilité
  - ▶ Fonction de répartition de probabilité
  - ▶ Espérance
  - ▶ Variance
  - ▶ Loi jointe, covariance et indépendance
- ▶ Échantillonnage
  - ▶ Méthodes d'échantillonnage et taille d'échantillon
  - ▶ Théorème Central Limite
- ▶ Inférence statistique
  - ▶ Intervalle de confiance
  - ▶ Types d'erreur
  - ▶ Tests d'hypothèse
    - ▶ Test sur la moyenne d'un échantillon
    - ▶ Test sur la moyenne des deux échantillons
    - ▶ Test nonparamétrique

Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

# Plan de la séance

Dans ce cours ...

- ▶ Valeur p
- ▶ Tests d'hypothèse vs. Intervalle de confiance
- ▶ Début du projet 1

Les matières non abordées dans ce cours ...

- ▶ ANOVA (déjà enseigné dans le cours SYS814 : Méthodologies expérimentales pour ingénieur)

Recap

Plan de la séance

**Valeur p**

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

# Valeur p

# Valeur p

Le p-value est la probabilité d'obtenir un effet au moins aussi extrême que celui observé dans vos données d'échantillon, en supposant que l'hypothèse nulle ( $H_0$ ) soit vraie.

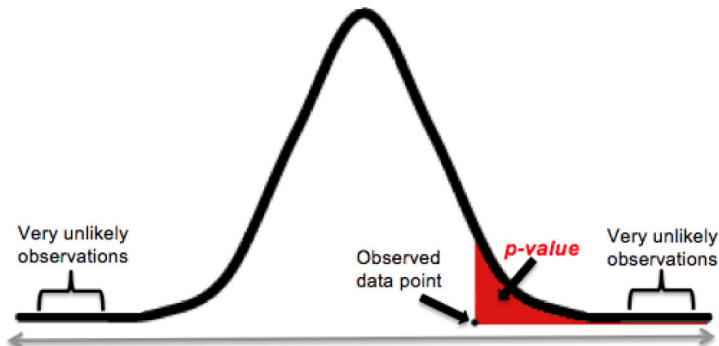


Figure 1: Valeur p

Le p-value est comparé à un niveau de signification prédéfini ( $\alpha$ , souvent 0,05).

- Un p-value inférieur à  $\alpha$  suggère de rejeter  $H_0$  en faveur de l'alternative.

Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1



Le p-value est comparé à un niveau de signification prédéfini ( $\alpha$ , souvent 0,05).

- ▶ Un p-value inférieur à  $\alpha$  suggère de rejeter  $H_0$  en faveur de l'alternative.
- ▶ Cependant, cela ne signifie pas que  $H_0$  est fausse. Il suggère simplement que les données observées sont peu probables sous  $H_0$ .

Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

Le p-value est comparé à un niveau de signification prédéfini ( $\alpha$ , souvent 0,05).

- ▶ Un p-value inférieur à  $\alpha$  suggère de rejeter  $H_0$  en faveur de l'alternative.
- ▶ Cependant, cela ne signifie pas que  $H_0$  est fausse. Il suggère simplement que les données observées sont peu probables sous  $H_0$ .
- ▶ Le p-value ne fournit pas la probabilité des données compte tenu des deux hypothèses (nulle et alternative); il ne l'évalue que sous  $H_0$ .

Recap

Plan de la séance

Valeur p

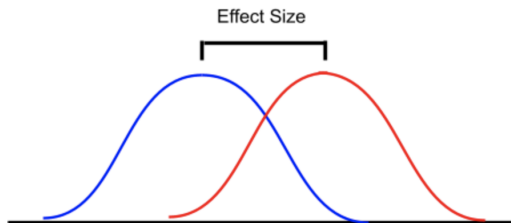
Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

# Valeur p : Malentendu ou mauvais usages

Une idée fausse commune est d'équivaloir un petit p-value à une grande taille d'effet ou à une signification pratique.



**Figure 2:** Taille de l'effet

Recap

Plan de la séance

Valeur p

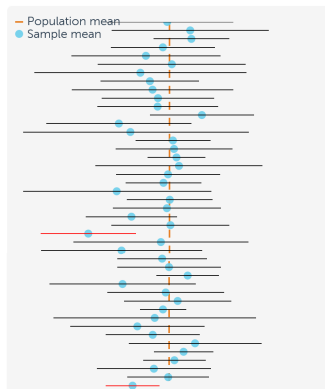
Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

Pour fournir une compréhension plus complète des résultats, les intervalles de confiance devraient accompagner les p-values.

95% confidence intervals



**Figure 3:** Exemple d'un rapport des intervalles de confiance

Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

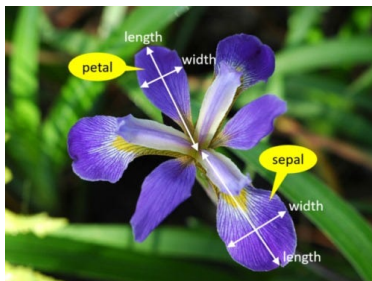
# Tests d'hypothèse vs. Intervalle de confiance



**Figure 4:** Iris dans une peinture de Vincent van Gogh

Fisher, R.A. (1936) The use of multiple measurements in taxonomic problems. *Annals of Eugenics*, **7**, Part II, 179–188. doi:10.1111/j.1469-1809.1936.tb02137.x.

Les données ont été collectées par Anderson, Edgar (1935). The irises of the Gaspé Peninsula, *Bulletin of the American Iris Society*, **59**, 2–5.



**Figure 5:** Fleur d'Iris et les paramètres de “Sepal” et “Petal”

```
cat(names(iris))
```

```
## Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width Species
```



Iris setosa



Iris versicolor



Iris virginica

**Figure 6:** Espèces d'Iris

```
summary(iris$Species)
```

```
##      setosa versicolor  virginica  
##         50          50          50
```



Pour calculer les intervalles de confiance pour les quatre paramètres (Sepal.Length, Sepal.Width, Petal.Length, Petal.Width) de chacune des trois espèces d'Iris, quelles sont les démarches ?

Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

Pour calculer les intervalles de confiance pour les quatre paramètres (Sepal.Length, Sepal.Width, Petal.Length, Petal.Width) de chacune des trois espèces d'Iris, quelles sont les démarches ?

**R code :**

```
calculate_ci <- function(data, level = 0.95) {  
  n <- length(data)  
  mean <- mean(data)  
  stderr <- sd(data)/sqrt(n)  
  error_margin <- qt(level/2 + 0.5, df = n-1)*stderr  
  lower_ci <- round(mean - error_margin, 3)  
  upper_ci <- round(mean + error_margin, 3)  
  return(c(lower_ci, upper_ci))  
}
```

# Intervalle de confiance (suite)

Nous utilisons la fonction `by` pour appliquer ce calcul à chaque sous-ensemble de l'ensemble de données Iris, divisé par `Species`.

La fonction `apply` est utilisé pour calculer ces statistiques pour chaque colonne (paramètre) de ces sous-ensembles.

**R code :**

```
iris_short <- iris # simplifier les noms
names(iris_short) <- c("SL", "SW", "PL", "PW", "Species")

ci_results <- by(iris_short[, 1:4],
                 iris_short$Species,
                 function(subdata) {
   apply(subdata, 2, calculate_ci)
})
```

# Intervalle de confiance (suite)

```
ci_results
```

```
## iris_short$Species: setosa
##           SL      SW      PL      PW
## [1,]  4.906  3.320  1.413  0.216
## [2,]  5.106  3.536  1.511  0.276
## -----
## iris_short$Species: versicolor
##           SL      SW      PL      PW
## [1,]  5.789  2.681  4.126  1.270
## [2,]  6.083  2.859  4.394  1.382
## -----
## iris_short$Species: virginica
##           SL      SW      PL      PW
## [1,]  6.407  2.882  5.395  1.948
## [2,]  6.769  3.066  5.709  2.104
```

1. La largeur des pétales d'Iris virginica est-elle égale à 2,0 ?
2. Les largeurs de sépales d'Iris setosa et d'Iris versicolor sont-elles égales ?
3. La longueur des sépales et la longueur des pétales d'Iris setosa sont-elles égales ?

# Test d'hypothèse (suite)

1. La largeur des pétales d'Iris virginica est-elle égale à 2,0 ?

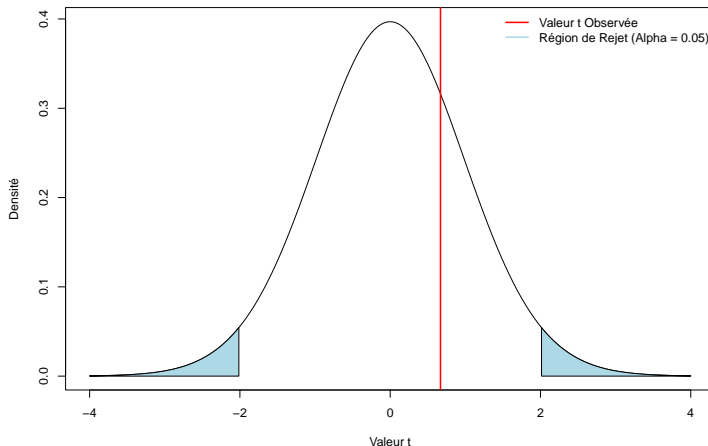
```
virginica <- subset(iris, Species == "virginica")  
t.test(virginica$Petal.Width, mu = 2.0)
```

```
##  
## One Sample t-test  
##  
## data: virginica$Petal.Width  
## t = 0.66939, df = 49, p-value = 0.5064  
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 2  
## 95 percent confidence interval:  
## 1.947945 2.104055  
## sample estimates:  
## mean of x  
## 2.026
```

# Test d'hypothèse (suite)

La valeur t observée ne se situe pas dans la région de rejet.

Distribution t avec Région de Rejet



Recap

Plan de la séance

Valeur p

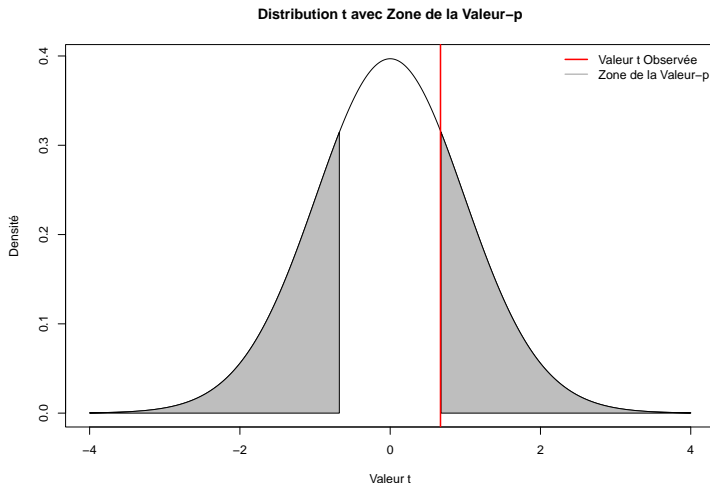
Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

# Test d'hypothèse (suite)

La valeur  $p$  bilatérale supérieure à 0,05.



Recap

Plan de la séance

Valeur  $p$

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1



# Test d'hypothèse (suite)

2. Les largeurs de sépales d'Iris setosa et d'Iris versicolor sont-elles égales ? (Les variances sont homogènes.)

```
setosa <- subset(iris, Species == "setosa")
versicolor <- subset(iris, Species == "versicolor")
var.test(setosa$Sepal.Width, versicolor$Sepal.Width)

##
## F test to compare two variances
##
## data: setosa$Sepal.Width and versicolor$Sepal.Width
## F = 1.4592, num df = 49, denom df = 49, p-value = 0.1895
## alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
##  0.828080 2.571444
## sample estimates:
## ratio of variances
##          1.459233
```

# Test d'hypothèse (suite)

Les données sont normalement distribuées.

```
shapiro.test(setosa$Sepal.Width)
```

```
##  
## Shapiro-Wilk normality test  
##  
## data:  setosa$Sepal.Width  
## W = 0.97172, p-value = 0.2715
```

```
shapiro.test(versicolor$Sepal.Width)
```

```
##  
## Shapiro-Wilk normality test  
##  
## data:  versicolor$Sepal.Width  
## W = 0.97413, p-value = 0.338
```

Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

# Test d'hypothèse (suite)

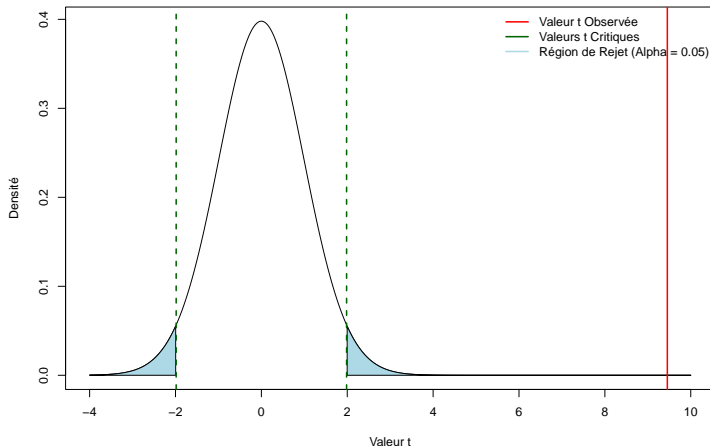
```
t.test(setosa$Sepal.Width, versicolor$Sepal.Width,  
       var.equal = TRUE)
```

```
##  
## Two Sample t-test  
##  
## data: setosa$Sepal.Width and versicolor$Sepal.Width  
## t = 9.455, df = 98, p-value = 1.845e-15  
## alternative hypothesis: true difference in means is not eq  
## 95 percent confidence interval:  
## 0.519895 0.796105  
## sample estimates:  
## mean of x mean of y  
## 3.428 2.770
```

# Test d'hypothèse (suite)

La valeur t observée est dans la région de rejet, et la valeur p est très petite.

Distribution t avec Région de Rejet



Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

# Test d'hypothèse (suite)

3. La longueur des sépales et la longueur des pétales d'Iris setosa sont-elles égales ?

```
t.test(setosa$Sepal.Length, setosa$Petal.Length,  
       paired = TRUE, var.equal = TRUE)
```

```
##  
## Paired t-test  
##  
## data: setosa$Sepal.Length and setosa$Petal.Length  
## t = 71.835, df = 49, p-value < 2.2e-16  
## alternative hypothesis: true mean difference is not equal  
## 95 percent confidence interval:  
## 3.444857 3.643143  
## sample estimates:  
## mean difference  
## 3.544
```

Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

1. La largeur des pétales d'Iris virginica est-elle égale à 2,0 ?

Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

1. La largeur des pétales d'Iris virginica est-elle égale à 2,0 ?

## IC de Iris Virginica Petal Width = (1.95, 2.10)

- L'IC couvre la valeur 2,0.

1. La largeur des pétales d'Iris virginica est-elle égale à 2,0 ?

## IC de Iris Virginica Petal Width = (1.95, 2.10)

- L'IC couvre la valeur 2,0.

2. Les largeurs de sépales d'Iris setosa et d'Iris versicolor sont-elles égales ?



1. La largeur des pétales d'Iris virginica est-elle égale à 2,0 ?

## IC de Iris Virginica Petal Width = (1.95, 2.10)

- L'IC couvre la valeur 2,0.

2. Les largeurs de sépales d'Iris setosa et d'Iris versicolor sont-elles égales ?

## IC de Iris Setosa Sepal Width = (3.32, 3.54)

## IC de Iris Versicolor Sepal Width = (2.68, 2.86)

- Les deux ICs ne se chevauchent pas.

3. La longueur des sépales et la longueur des pétales d'Iris setosa sont-elles égales ?

Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

3. La longueur des sépales et la longueur des pétales d'Iris setosa sont-elles égales ?

## IC de Iris Setosa Sepal Length = (4.91, 5.11)

## IC de Iris Setosa Petal Length = (1.41, 1.51)

► Est-ce que c'est correct ?

3. La longueur des sépales et la longueur des pétales d'Iris setosa sont-elles égales ?

```
## IC de Iris Setosa Sepal Length = (4.91, 5.11)
```

```
## IC de Iris Setosa Petal Length = (1.41, 1.51)
```

- Est-ce que c'est correct ?

Non, il faut soustraire la longueur des sépales et la longueur des pétales paire par paire et calculer l'IC de cette différence.

```
## IC de la différence = (3.44, 3.64)
```

- L'IC de la différence ne couvre pas 0. Donc, les deux paramètres sont statistiquement différents.

Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

# Travaux pratiques

En divisant la base de données “Pima Indian Diabetes” en groupe de non diabétiques et diabétiques, pour chacun des huit paramètres (Pregnancies, Glucose, BloodPressure, SkinThickness, Insulin, BMI, DiabetesPedigreeFunction et Age) ...

1. Utilisant les résultats de TP de la séance 3, les intervalles de confiance des deux groupes (Outcome=0 et Outcome=1) se chevauchent-ils ?
2. Utilisant les résultats de TP de la séance 4, l'interprétation du test d'hypothèse comparant des deux groupes (Outcome=0 et Outcome=1) correspond-elle à celle de l'IC ?

Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

Dans ce cours ...

- ▶ Valeur p
- ▶ Tests d'hypothèse (sur la moyenne) vs. Intervalle de confiance
- ▶ Début du projet 1

Les prochains cours ...

- ▶ Tests pour les conditions des statistiques paramétriques
  - ▶ Test d'hypothèse sur la variance des deux échantillons
  - ▶ Tests de normalité
- ▶ Puissance statistique

Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

Recap

Plan de la séance

Valeur p

Tests d'hypothèse  
vs. Intervalle de  
confiance

Travaux pratiques

Projet 1

# Projet 1



Vous devez faire une présentation de votre projet, partager votre écran en expliquant et exécutant vos codes R devant vos collègues et interpréter les résultats.

Le projet doit contenir les éléments suivants :

- ▶ Objectifs du projet
  - ▶ Justifiez vos raisons
- ▶ Sources des données
  - ▶ Soit nouvellement collectées ou à partir d'un dépôt existant
- ▶ Visualisation des données
- ▶ Espérance et variance
- ▶ Intervalle de confiance
- ▶ Test d'hypothèse
- ▶ Erreur et puissance statistique
- ▶ Interprétation