

Victory won't lie in the blade¹

Riccardo Giannitrapani

15 dicembre 2021

BUT IN ALL THE BRIDGES WE'VE MADE. Così prosegue il verso di Amanda Gorman che ho usato per il titolo di questi appunti.² Il progresso non è un insieme di risultati con cui affettare il mondo che ci circonda (la lama), ma piuttosto un processo di condivisione universale (il ponte) per vivere il mondo che ci ospita. Il punto che intendo proporre qui di seguito è quello dell'inclusione nei processi di ricerca scientifica come nodo fondamentale per poter parlare di progresso. Mantenendo per un attimo la metafora, tutti dovrebbero poter attraversare i ponti e tutti dovrebbero poter contribuire alla loro costruzione. La scienza, o più in generale la conoscenza, è sicuramente un ingrediente fondamentale³ per quello che intendiamo come progresso, un avanzamento non solo della consapevolezza dell'ambiente che ci circonda, ma anche un generale miglioramento delle condizioni in cui viviamo ed interagiamo con tale ambiente, nel senso più ampio possibile (ambiente fisico, culturale, politico, economico etc.). Dovrebbe essere abbastanza evidente che un ingrediente altrettanto fondamentale sia la condivisione di questo miglioramento; non vi è progresso se questo non è appannaggio di tutti e tutte, se non è, in altre parole, universale.

L'idea che qui propongo è però più ampia di una semplice condivisione passiva dei benefici singolari e collettivi di un avanzamento scientifico; esso non solo deve essere universale nelle sue ricadute tangibili e condivise, ma deve anche dare la possibilità a tutti e tutte di partecipare attivamente e di contribuire direttamente alla conquista scientifica del sapere e delle sue molteplici applicazioni. Ritengo che questa sorta di clausola sociale sia il meccanismo fondamentale del motore che trasforma l'accumulo di informazioni e di ricerche in progresso nel senso più ampio del termine.

Tale meccanismo storicamente si è inceppato con estrema facilità escludendo di volta in volta intere fasce importanti della società; per genere, religione, appartenenza politica, colore della pelle, ideologia e per altre declinazioni della diversità umana. È abbastanza chiaro che queste esclusioni da una dinamica attiva tra scienza e applicazioni non hanno impedito del tutto all'umanità di progredire, ma ritengo che un tale cammino non inclusivo abbia offuscato e parzialmente deviato il viaggio. Gli esempi storici sono tantissimi e qualunque scelta non può che essere arbitraria, parziale e corre il rischio di tagliar fuori dal discorso aspetti interessanti e fondamentali. Credo sia inevitabile, è la cifra di qualunque narrazione, dipende dalla sensibilità e dagli interessi di chi scrive: nel mio caso ho deciso di parlare brevemente di due figure poco note, Frances Northcutt (figura 1) e Margareth Hamilton (figura 2) nell'ambito di uno dei progetti più ambiziosi del secolo scorso considerato, a ragione, uno dei punti più alti dell'ingegno umano: la conquista della Luna.

¹ Appunti sul concetto di progresso ispirati da un verso di *The Hill We Climb* di Amanda Gorman.

² Queste poche righe fanno parte del Progetto "Scienza=Progresso?" del Liceo Marinelli di Udine per l'anno scolastico 2021-2022. La speranza è che possano costituire materiale per uno spunto personale sui temi dell'inclusione e del progresso.

³ È bene ricordare questo ruolo fondamentale della scienza, soprattutto in un'epoca di emergenza sanitaria e di sfiducia generalizzata nelle fonti tradizionali del sapere scientifico.



Figura 1: Frances Northcutt, oggi. Dopo l'esperienza con la NASA è diventata un'attivista dei diritti delle donne e ha affrontato da avvocato molte cause di discriminazione di genere. Foto Wikimedia Commons



Figura 2: Margareth Hamilton vicino alla stampa del software che ha guidato l'Apollo 11 sulla Luna. Foto Wikimedia Commons

Viستا la natura di questo approfondimento proporrò alcuni spunti di matematica e fisica ispirati dal lavoro della Hamilton e della Northcutt; anche tale scelta va presa unicamente come stimolo ad ulteriori personali esplorazioni⁴.

WE CHOOSE TO GO TO THE MOON. Queste le parole pronunciate il 12 settembre del 1962, un anno prima del suo assassinio, da J.F. Kennedy, presidente degli Stati Uniti d'America; un discorso tenuto alla Rice University⁵ che diventerà il manifesto dell'era spaziale ed uno dei suoi tanti testamenti inconsapevoli. Quella decisione si realizzerà meno di sette anni dopo nell'allunaggio dell'Apollo 11, scolpito su una targa lasciata sul suolo lunare con parole precise (anche se oggi suonano con retrogusto amaro di retorica): *per tutta l'umanità*. Lo sbarco sulla Luna fu sicuramente un momento alto del progresso e della tecnologia, un punto di non ritorno. Ma in quello che oggi chiameremmo l'immaginario collettivo, fu un'avventura riservata. Tutti gli astronauti del programma Apollo (e dei due programmi preparatori, Mercury e Gemini) erano maschi, bianchi⁶, possibilmente sposati con figli sorridenti. Il sogno americano della famiglia tradizionale con un ruolo femminile indubbiamente forte, ma forte nell'aspettare il ritorno dell'eroe. Sottotraccia rispetto a questa Penelope moderna ci fu l'impegno solitario, tenace, a volte contrastato, vincente per molti aspetti, di alcune donne che riuscirono a partecipare attivamente al programma di conquista dello spazio. Non come astronaute, quello fu un passo enorme arrivato dopo molti anni e un completo rovesciamento sociale di cui i movimenti di emancipazione femminile di fine anni '60 furono sicuramente araldi⁷. Ma alcune donne riuscirono a lavorare alla NASA in ruoli tecnici altamente specializzati e la loro impronta sulla Luna è nitida come quella di Armstrong, bisogna solo sapere dove guardare.

ARRIVARE SULLA LUNA È SOLO UNA PARTE DEL PROBLEMA. In una missione con equipaggio bisogna anche riuscire a riportarlo indietro, possibilmente sano e salvo. Questo il problema che Frances Northcutt ed il suo team⁸ dovette affrontare, a partire dalla missione Apollo 8, la prima in cui un equipaggio girò intorno alla Luna (senza atterrare) per testare le capsule e le traiettorie. Frances Northcutt, soprannominata Poppy, fu l'unica donna nella sala di controllo durante la missione Apollo 8 e partecipò attivamente nel team Return-To-Earth anche per successive missioni (con uno stipendio inizialmente decisamente più basso dei colleghi maschi).⁹

Vediamo da un punto di vista matematico e fisico di cosa stiamo parlando, pur con le dovute semplificazioni. L'idea, in linea di principio, è semplice: inserire la capsula su una traiettoria verso la Luna (traiettoria translunare) che ne permetta il rientro sulla Terra se qualcosa dovesse andare storto. Semplificando molto, si utilizza un'orbita di trasferimento dalla Terra al punto in cui l'influenza gravitazionale della Luna diventa predominante. A quel punto la capsula entra in orbita intorno alla Luna che può essere però riportata, al passaggio successivo, in un'orbita di rientro sulla Terra, tecnica che prende il nome di *traiettoria di ritorno libero* (*free-return trajectory*).

⁴ Ci sono molte altre *figure nascoste* dietro questa particolare avventura; un film recente (*Hidden Figures*, 2016 di Theodore Melfi) ha, per esempio, portato all'attenzione di un pubblico non specialistico la vita e la scienza di Katherine Johnson, matematica afro-americana che ha contribuito in modo fondamentale al programma spaziale americano. Come già accennato, ogni scelta è un taglio doloroso che esclude altri universi del discorso.

⁵ Il discorso integrale può essere letto e ascoltato qui:

<https://er.jsc.nasa.gov/eh/tricetalk.htm>

⁶ Nonostante gli sforzi dello stesso Kennedy per l'integrazione della comunità afro-americana, poco fu realizzato durante gli anni dell'Apollo. Le contraddizioni sociali del programma spaziale americano sono brillantemente e dolorosamente narrate nel testo di Gil Scott-Heron "Whitey on the Moon" che si può ascoltare e leggere qui: <https://youtu.be/3nzoPopQ7V0>

⁷ Dall'altra parte della cortina di ferro le cose furono, parzialmente, diverse. Il 16 giugno 1963 l'Unione Sovietica lanciò in orbita la prima cosmonauta, Valentina Vladimirovna Tereshkova. Bisogna però dire che il ruolo femminile nella corsa allo spazio dell'URSS non fu così lineare, il numero di cosmonaute rimane a tutt'oggi molto basso non solo rispetto ai colleghi maschi, ma anche rispetto alle missioni in occidente che, dal 1983 con Sally Kristen Ride, ha parzialmente iniziato a colmare il gap di genere.

⁸ Inizialmente il team per il calcolo dell'orbita di ritorno in caso di problemi era denominato Abort Team. Sembrò eccessivamente drammatico e venne subito rinominato in Return-To-Earth.

⁹ La Northcutt ed il suo team riuscì, tra le altre cose, a calcolare un'orbita di emergenza per il rientro dell'Apollo 13 dopo che un serbatoio dell'ossigeno esplose (*Houston, we got a problem!*) ottenendo per questo il Presidential Medal of Freedom Team Award. Curiosamente nel film *Apollo 13*, film di successo del 1995 diretto da Ron Howard, nella scena che rappresenta un gruppo di ingegneri in una stanza alla febbrile ricerca di una soluzione per salvare la missione, non compare nessuna donna.

Un utile esercizio per una giornata di pioggia è calcolare (almeno in modo approssimato) il punto in cui la forza gravitazionale della Luna diventa dominante rispetto alla Terra, detto Raggio di Hill¹⁰ della Luna e indicato nel seguito con R_H ; si potrebbe pensare ingenuamente di trovare R_H come il punto sulla congiungente Terra-Luna in cui le due forze si annullano. Ricordando l'espressione della legge di gravitazione universale (userò M per la massa della Terra, m per quella della Luna, μ la massa della capsula, R la distanza Terra-Luna e R_H il raggio di Hill della Luna) di Newton si dovrebbe scrivere

$$\frac{GM\mu}{(R - R_H)^2} - \frac{Gm\mu}{R_H^2} = 0$$

Ma la Luna si muove in un'orbita intorno alla Terra. Approssimando tale orbita con una circonferenza, se ci si pone nel riferimento di quiete del sistema Terra-Luna, che non è inerziale, all'equazione precedente bisogna aggiungere un ulteriore termine che rappresenta la forza centrifuga:

$$\frac{GM\mu}{(R - R_H)^2} - \frac{Gm\mu}{R_H^2} = \mu\Omega^2(R - R_H)$$

dove¹¹

$$\Omega^2 = \frac{GM}{R^3}$$

Mettendo insieme, semplificando i fattori comuni e raccogliendo opportunamente i termini si ottiene

$$\frac{M}{R^2} \left(1 - \frac{R_H}{R}\right)^{-2} - \frac{m}{R_H^2} = \frac{M}{R^3}(R - R_H)$$

Usiamo a questo punto una nota¹² approssimazione quando x è "piccolo"

$$(1 + x)^\alpha \simeq 1 + \alpha x$$

Nel nostro caso il rapporto tra R_H e R può essere considerato piccolo e quindi otteniamo

$$\frac{M}{R^2} \left(1 + 2\frac{R_H}{R}\right) - \frac{m}{R_H^2} \simeq \frac{M}{R^3}(R - R_H)$$

Semplificando si ottiene infine una espressione (approssimata) per il raggio di Hill

$$R_H \simeq R \sqrt[3]{\frac{m}{3M}}$$

Usando dei valori facilmente reperibili per le costanti fisiche¹³

si ottiene il seguente risultato $R_H = 61479\text{km}$

Può essere infine interessante arricchire il calcolo con il tempo necessario a compiere il viaggio, tempo che può essere facilmente stimato usando la terza legge di Keplero¹⁴

¹⁰ Il calcolo del raggio di Hill della Luna è un esempio del *problema dei tre corpi*, un problema molto complesso di meccanica celeste noto da più di due secoli. Si veda, per esempio, la relativa voce sull'enciclopedia online Treccani, voce redatta da Roberto Marcolongo.

¹¹ Ricordo che la forza centrifuga, che appunto è una forza apparente in un riferimento ruotante non inerziale, è diretta radialmente e verso l'esterno ed ha modulo pari alla massa del corpo per la velocità angolare Ω al quadrato per il raggio di rotazione. Ricavare l'espressione qui riportata per Ω valida per un'orbita gravitazionale circolare è un utile esercizio di ripasso.

¹² Questa approssimazione si ottiene facilmente immaginando di approssimare la potenza di $1 + x$ in un intorno dello zero con un polinomio di primo grado. Da un punto di vista geometrico significa approssimare la curva con la retta tangente in $x = 0$. Lascio come semplice esercizio i dettagli dei calcoli.

¹³ Invito studenti e studentesse a rifare il calcolo usando valori più precisi di questi:

$$\begin{aligned} m &= 7.35 \times 10^{22} \text{kg} \\ M &= 5.97 \times 10^{24} \text{kg} \\ R &= 384000 \text{km} \end{aligned}$$

¹⁴ Ricordo che la terza legge di Keplero può essere descritta, nel caso di un'orbita circolare, dalla seguente relazione tra il periodo dell'orbita T e il raggio dell'orbita r , relazione che si può ricavare come semplice esercizio:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{GM}}$$

Può essere generalizzata al caso ellittico usando al posto di r il semiasse maggiore dell'orbita.

Se si immagina una missione con allunaggio, il primo tratto del viaggio può essere approssimato da mezza orbita ellittica con perigeo approssimativamente pari al raggio terrestre e apogeo pari a $R - R_H$; la seconda parte come mezza orbita ellittica con perilunio il raggio lunare e apolunio R_H . Il risultato che si ottiene usando dati reali è una buona approssimazione del tempo effettivo di volo delle missioni Apollo (qualche giorno come ordine di grandezza) pur avendo, per ovvi motivi, semplificato molto la reale traiettoria di una missione lunare (invito nuovamente studenti e studentesse a toccare con mano i calcoli necessari).

THERE WAS NO CHOICE BUT TO BE PIONEERS. La citazione è di Margareth Hamilton, software engineer¹⁵ del Massachusetts Institute of Technology (MIT) che lavorò al software di volo delle missioni Apollo, prima come semplice programmatrice per diventare poi team leader. In poche parole il software che ha portato l'uomo sulla Luna è lo sforzo collettivo di un team molto numeroso coordinato, guidato, ispirato dalla Hamilton.

Come per la Northcutt, non fu semplice lavorare ad un progetto a così grande prevalenza maschile, ma le doti scientifiche e umane prevalsero e oggi si attribuisce giustamente a Margareth Hamilton un ruolo determinante nel successo delle missioni Apollo, come testimonia il conferimento nel 2016 della più alta onorificenza degli Stati Uniti, la Presidential Medal of Freedom.

Per assaggiare brevemente il tipo di lavoro del team della Hamilton, è possibile vedere nella figura 3 a lato una piccola porzione del codice di volo dell'Apollo; tale pezzetto calcola, con un'approssimazione polinomiale¹⁶, le funzioni goniometriche $\sin(x)$ e $\cos(x)$, fondamentali per la navigazione spaziale.

Traducendo questo codice scritto in linguaggio macchina in un'espressione matematica moderna, si ottiene la seguente approssimazione della funzione seno.

$$\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \approx 0.7853134x - 0.3216147x^3 + 0.0363551x^5$$

Invito ad analizzare questo risultato; in particolare è interessante confrontare il grafico di questo polinomio di quinto grado con quello della funzione seno. Fino a che punto è una buona approssimazione? Come mai compaiono solo termini dispari? Questo polinomio è simile ad un altro famoso polinomio per l'approssimazione di funzioni analitiche, il polinomio di Taylor, ma non coincide. Quale dei due sembra più adatto? Perché? Rispondere a queste domande, o usare queste domande per proprie esplorazioni personali sul tema, eventualmente con l'ausilio di un computer moderno¹⁷, permetterà di immedesimarsi per un attimo con la coraggiosa tenacia di una ricercatrice il cui nome forse non sarà mai famoso come quello di Neil Armstrong, ma che ha idealmente camminato sulla Luna con passo altrettanto leggero.

Dobbiamo riconoscenza a lei, alla Northcutt e a tutte le altre *figure nascoste* della storia, alle minoranze silenziose che costruiscono il progresso scientifico per noi tutti, che preparano ponti per chi sa usare solo lame.

```

33 # SINGLE PRECISION SINE AND COSINE
34
35
36 SPCOS COUNT* $$/INTER # ARGUMENTS SCALED AT PI
37 SPSIN AD HALF
38 TCF TS TENK
39 CS SPT
40 SPT CS TENK
41 TS DOUBLE
42 TCF TS TENK
43 XCH POLLEY
44 INDEX TENK
45 AD LIMITS
46 COM
47 AD TENK
48 TS TENK
49 TCF POLLEY
50 TCF ARG90
51 POLLEY EXTEND
52 MP TENK
53 TS SQ
54 EXTEND
55 MP C5/2
56 AD C3/2
57 EXTEND
58 MP SQ
59 AD C1/2
60 EXTEND
61 MP TENK
62 DDUBL
63 TS TENK
64 TC Q
65 ARG90 INDEX A
66 CS LIMITS
67 TC Q # RESULT SCALED AT 1.

```

Figura 3: Un estratto del codice dell'AGC (Apollo Guidance Computer), oggi ritradotto e conservato qui: <https://github.com/chrislgarry/Apollo-11>

¹⁵ Pare che questo termine, oggi largamente usato, sia stato coniato proprio dalla Hamilton.

¹⁶ In realtà non è chiaro se storicamente la Hamilton ed il suo team abbia trovato questa approssimazione delle funzioni goniometriche o abbia usato risultati noti all'epoca, ai fini di queste poche pagine poco importa. Per maggiori informazioni si può leggere l'interessante articolo <https://fermatlibrary.com/s/apollo-11-implementation-of-trigonometric-functions>. Indipendentemente dall'attribuzione, rimane l'innegabile contributo della Hamilton e del suo ingegno a tutto il software di volo dell'Apollo.

¹⁷ L'AGC, per intenderci, aveva una memoria di circa 64Kbyte e un clock di 0.043MHz. Qualunque smartphone moderno è milioni di volte più potente (in termini di memoria e velocità) dell'AGC. Eppure quel piccolo computer ha portato l'umanità su un altro corpo celeste, i nostri smartphone non ci portano da nessuna parte. Per i dettagli dell'AGC si può dare un'occhiata, per esempio, qui: <https://www.ibiblio.org/apollo/>