



מחברת בוחינה



2015

## צינויים לשימוש הבוחן יש לרשום את הציון כאן

\* מס' תעודה זהירות

3 | 0 | 1 | 7 | 2 | 4 | 3 | 7 | 3 |

שם מקצוע כ"ה ר' יעקב  
086761 מספר מקצוע  
חדר מבanon כ' אלילך 241  
לען פקולטה  
סמסטר  
תאריך 18/12/16

\* יש למלא X בתוך המשבצות בטבלה שלහן עברו כל ספרה של תעודה זההות, כולל ספרת הביקורת (סה"כ 9 ספרות). כאשר כל עמודה מייצגת ספרה בתעודה זההות

## מחברת \_\_\_\_\_ מ责任编辑 \_\_\_\_\_ מחברות

# נא הדבק/י את המדבקה במרכז המלבן

לתשומת לבך !!!

1. אין לשדר סיכות נוספות, לסתה הקיימת, למחברת הבדיקה.
  2. אין לתלו שדים ממחברת הבדיקה.
  3. אין להוסיף דפים למחברת הבדיקה שלא אושרו על ידי המתרגל או מרצה הקורס.
  4. יש לכתוב במחברת הבדיקה בעט בלבד (לא בעפרון).
  5. הקפד למלא בטבלת המשבצות של תעודת זהות את ה- X בתוך המשבצת.
  6. במידה וטעית במיקום ה- X בטבלת המשבצות, השחר את הריבוע לחלווטין.

• 100% reg. at elec. & pri. i (a) ①

$$\begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$u = m_{11}X + m_{12}Y + m_{13}Z + m_{14}$$

$$\tilde{v} = m_{21}X + m_{22}Y + m_{23}Z + m_{24}Y$$

$$\tilde{\omega} = m_{31}x + m_{32}y + m_{33}z + m_{34}y$$

רְאֵבָר גְּדוֹלָה בְּנֵי כָּל נֶגֶד תִּמְרוֹרָה וְכַמְּגֻן:

$$\tilde{U} = \begin{matrix} \tilde{U}_1 \\ \tilde{U}_2 \\ \tilde{U}_3 \end{matrix} = \begin{matrix} m_{11} X + m_{12} Y + m_{13} Z + m_{14} \\ m_{31} X + m_{32} Y + m_{33} Z + m_{34} \end{matrix}$$

$$V = \frac{V}{\omega} = \frac{m_{21}X + m_{22}Y + m_{23}Z + m_{24}}{m_{31}X + m_{32}Y + m_{33}Z + m_{34}}$$

↳ 67% der Frauen haben die 7. Klasse

$$O = (u_{m_{31}} - m_{11})X + (u_{m_{32}} - m_{12})Y + (u_{m_{33}} - m_{13})Z + (u_{m_{34}} - m_{14})$$

$$O = (v m_{31} - m_{21})X + (v m_{32} - m_{22})Y + (v m_{33} - m_{23})Z + (v m_{34} - m_{24})$$

δε  $u', v'$  ~~ε~~  $\rightarrow$   $\exists f \in \mathcal{S}$   $\forall x \forall y (f(x) = y)$   $\rightarrow$   $\forall x \forall y$

$\lambda' \rightarrow C_N \rightarrow B_2$  הינו מוגן מ' יגנון ו- $B_3$

$$\begin{pmatrix} Um_{31} - m_{11} & Um_{32} - m_{12} & Um_{33} - m_{13} \\ Um_{31} - m_{21} & Vm_{32} - m_{22} & Vm_{33} - m_{23} \\ U'm'_{31} - m'_{11} & U'm'_{32} - m'_{12} & U'm'_{33} - m'_{13} \\ V'm'_{31} - m'_{21} & V'm'_{32} - m'_{22} & V'm'_{33} - m'_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & m_{24} - u m_{34} \\
 = & m_{24} - v m_{34} \\
 & m'_{24} - u' m'_{34} \\
 & m'_{24} - v' m'_{34}
 \end{aligned}$$

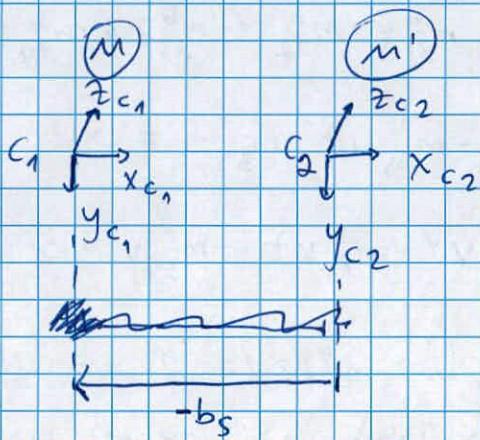
$$M = K[R/t] = K \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

R      t

IN 3N DE 3 KEPER LARAK PEGEN

DENGAN ISU OJOGO, JIKA PADA ISU ✓

$$= \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & 0 \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & 0 \end{pmatrix}$$



$$R_1^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$t_{2 \rightarrow 1}^2 = \begin{pmatrix} -b_5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$m' = K \begin{bmatrix} R_1^2 & t_2^2 \\ 2 \rightarrow 1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -b_5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad : \text{p51}$$

$$= \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & -b_5 K_{11} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & -b_5 K_{21} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & -b_5 K_{31} \end{pmatrix}$$

: least-squares problem has a unique solution. iii  
 : s.t.  $\tilde{x}$  is unique  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^T b$

$$A\tilde{x} = b \quad \cdot A^T$$

$$A^T A \tilde{x} = A^T b$$

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T b$$



Proof of uniqueness: if  $x_1, x_2$  are two solutions, then  $A^T A(x_1 - x_2) = A^T b - A^T b = 0$ .  $A^T A$  is invertible, so  $x_1 = x_2$ .

: Problem 3.10.2 is solved.

$$u = \frac{m_{11}^b x + m_{12}^b y + m_{13}^b z + m_{14}^b}{m_{22}^b x + m_{23}^b y + m_{24}^b z + m_{34}^b}$$

$$v = \frac{m_{21}^b x + m_{22}^b y + m_{23}^b z + m_{24}^b}{m_{31}^b x + m_{32}^b y + m_{33}^b z + m_{34}^b}$$

$$m_{11}^b x + m_{12}^b y + m_{13}^b z + m_{14}^b - m_{31}^b ux - m_{32}^b uy - m_{33}^b uz - m_{34}^b uv = 0$$

$$m_{21}^b x + m_{22}^b y + m_{23}^b z + m_{24}^b - m_{31}^b vx - m_{32}^b vy - m_{33}^b vz - m_{34}^b vv = 0$$

$(u_i^b, v_i^b) \leftrightarrow l_i$  if and only if  $l_i$  is a linear combination of  $u_i^b$  and  $v_i^b$ .

$$\begin{array}{ccccccccc|c} x_i & y_i & z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_i^b x_i & -u_i^b y_i & -u_i^b z_i & -u_i^b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & z_i & 1 & -v_i^b x_i & -v_i^b y_i & -v_i^b z_i & -v_i^b \end{array}$$

$$\begin{array}{c} m_{11}^b \\ m_{12}^b \\ m_{13}^b \\ m_{14}^b \\ m_{21}^b \\ m_{22}^b \\ m_{23}^b \\ m_{24}^b \\ m_{31}^b \\ m_{32}^b \\ m_{33}^b \\ m_{34}^b \end{array} = 0$$



המטריצה  $A^b = 0$  מוגדרת כnullspace של  $A^b$ .  
 לכן  $\|A^b\| = 0$  ו- $\|m^b\| = 0$

$$\min \|Am\| \quad \text{s.t.} \quad \|m\| = 1$$

$$A = U\Sigma V^T$$



✓ סדרן נורמל

$$M^b = [KR \mid Rt]$$

: מטריצת העומס  $K$  מ- $C_{3n}$  . ii

$$KR = \begin{pmatrix} m_{11}^b & m_{12}^b & m_{13}^b \\ m_{21}^b & m_{22}^b & m_{23}^b \\ m_{31}^b & m_{32}^b & m_{33}^b \end{pmatrix} \Rightarrow R_a^b = K^{-1} \begin{pmatrix} m_{11}^b & m_{12}^b & m_{13}^b \\ m_{21}^b & m_{22}^b & m_{23}^b \\ m_{31}^b & m_{32}^b & m_{33}^b \end{pmatrix}$$

$$Rt = \begin{pmatrix} m_{14}^b \\ m_{24}^b \\ m_{34}^b \end{pmatrix} \Rightarrow t_{b \rightarrow a}^b = K^{-1} \begin{pmatrix} m_{14}^b \\ m_{24}^b \\ m_{34}^b \end{pmatrix} : \text{הו מושג מ-} C_{3n} \text{ . iii}$$

המטריצת  $M^b$  מוגדרת כnullspace של  $R_a^b$ .



50/50.

(a) ②

$$p(x_0, x_1, l_1 | u_0, z_1) = \frac{p(z_1 | u_0, x_0, x_1, l_1) p(x_0, x_1, l_1 | u_0)}{p(z_1 | u_0)}$$

bayes

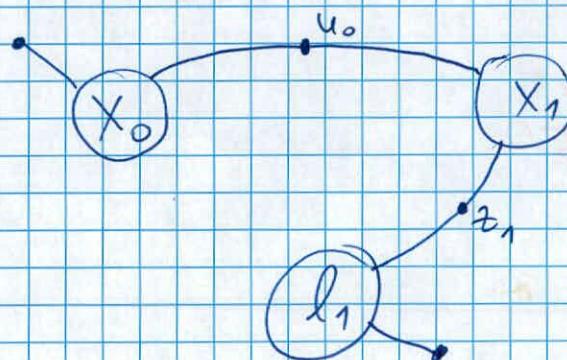
$$= \frac{p(z_1 | x_1, l_1) p(x_1 | u_0, l_1, x_0) p(x_0, l_1 | u_0)}{\int_{x_0}^{\infty} \int_{x_1}^{\infty} \int_{l_1}^{\infty} p(z_1 | u_0, x_0, x_1, l_1) p(x_0, x_1, l_1 | u_0) dx_0 dx_1 dl_1}$$

$$= \frac{p(z_1 | x_1, l_1) p(x_1 | x_0, u_0) p(x_0 | u_0, l_1) p(l_1 | u_0)}{\int \int \int p(z_1 | \cancel{x_1}, x_1, l_1) p(x_0, x_1, l_1 | u_0) dx_0 dx_1 dl_1}$$

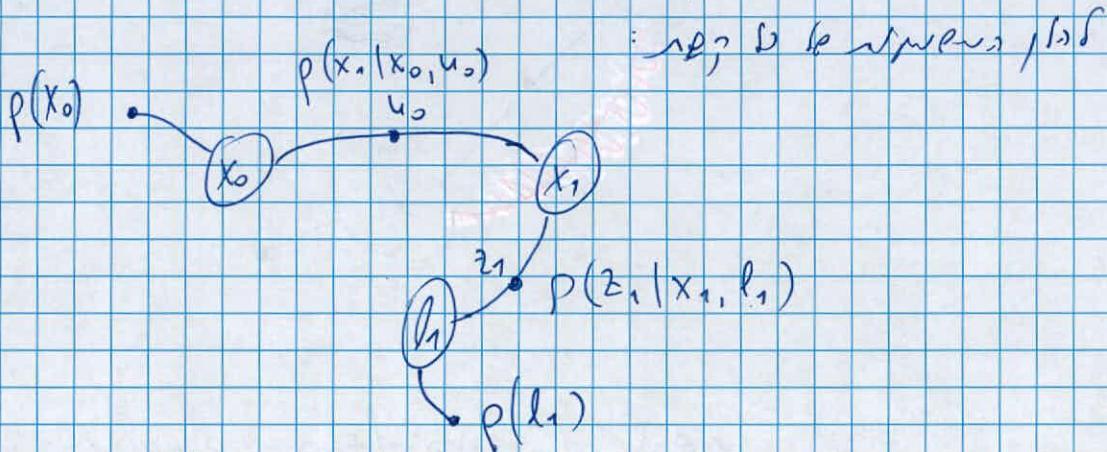
$$= \underbrace{\rho(z_1/x_1, l_1) \rho(x_1/x_0, u_0) \rho(x_0) \rho(l_1)}_{\int_{x_0}^{\infty} \int_{x_1}^{\infty} \int_{l_1}^{\infty}} \cdot$$

: joint pdf  $\rightarrow$   $f_{X_1, X_2}(x_1, x_2)$  is the probability density function of  $X_1$  and  $X_2$  (b)

$$p(x_0, x_1, l_1) = \eta p(z_1 | x_1, l_1) p(x_1 | x_0, u_0) p(x_0) p(l_1)$$



~~the p\_i~~ •  $p_j(p_i)$  are p's sigs p\_i: factor nodes  
•  $\sqrt{3nS}$   $\gamma$ 's per p's sigs



- joint pdf  $\rightarrow$  product of conditional factors  $\rightarrow$  we can write it as  $p_{\theta|y}$  form  
 $\therefore p_{\theta|y}(y)$  is joint pdf of  $y$  given  $\theta$  use  $p_{\theta|y}$

$$P(x_0, l_0 | x_1, l_1) = \eta f(x_0) f(l_0) f(x_1) f(l_1)$$

לעתה נסמן את המילים שפכו בפיהם:

$$\eta \rho(x_0) \rho(l_1) \rho(x_1' | x_0, u_0) \rho(z_1 | x_1, l_1)$$

$x_1$  ( $p_{11}x_1 + p_{12}x_2$ ) to 0.12010 : Eliminating  $x_1$  (c)

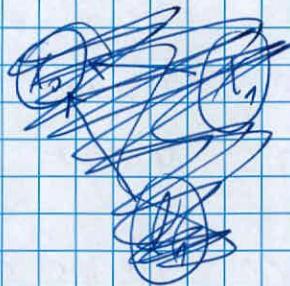
$$f(x_0, x_1) f(x_1, l_1) = f_{\text{joint}}(x_0, x_1, l_1) =$$

$$= \rho(x_1/x_0, l_1) \cdot f_{new}(x_0, l_1)$$

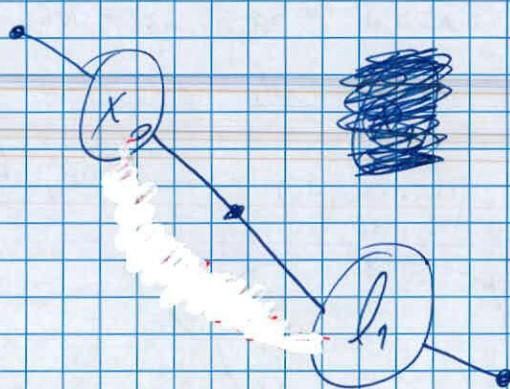
BN 5 221

FG 15/11

: kin as pte -> /i (2 pme in



: BN  
 $p(x_1 | x_0, l_1)$



: FG

: eens μ's p3) p d<sub>x0</sub> sene '2) . i (d)

$$p_{\text{joint}} = p(x_0, x_1, l_1 | t_1, u_0) = p(x_0)p(l_1)p(z_1 | x_1, l_1)p(x_1 | x_0, u_0)$$

$$\hat{x} = \text{MAP}(p_{\text{joint}}) = \underset{x}{\operatorname{argmax}} \left\{ p(x_0)p(l_1)p(z_1 | x_1, l_1)p(x_1 | x_0, u_0) \right\}$$

$$\begin{aligned} & \propto \operatorname{argmax} \left\{ \exp \left( -\frac{1}{2} \|x_0 - \mu_x\|_{\Sigma_{x_0}}^2 - \frac{1}{2} \|l_1 - \mu_l\|_{\Sigma_{l_1}}^2 - \frac{1}{2} \|z_1 - (H_x x_0 + J_l l_1)\|_{\Sigma_z}^2 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{1}{2} \|x_1 - (x_0 + F_0 u_0)\|_{\Sigma_w}^2 \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \downarrow \operatorname{argmin} \left\{ \| \Sigma_{x_0}^{-1/2} (x_0 - \mu_x) \|^2 + \| \Sigma_{l_1}^{-1/2} (l_1 - \mu_l) \|^2 + \| \Sigma_z^{-1/2} (z_1 - H_x x_0 - J_l l_1) \|^2 \right. \\ & \quad \left. + \| \Sigma_w^{-1/2} (x_1 - x_0 - F_0 u_0) \|^2 \right\} \\ & \text{taking } -\log \end{aligned}$$

$$= \underset{\Sigma}{\operatorname{argmin}} \left\{ \left\| \sum_{X_0}^{-1/2} X_0 - \sum_{X_0}^{-1/2} \mu_X \right\|^2 + \left\| \sum_{\ell_1}^{-1/2} \ell_1 - \sum_{\ell_1}^{-1/2} \mu_\ell \right\|^2 + \right. \\ \left. + \left\| \sum_V^{-1/2} H_1 X_1 + \sum_V^{-1/2} J_1 \ell_1 - \sum_V^{-1/2} z_1 \right\|^2 \right. \\ \left. + \left\| \sum_W^{-1/2} X_1 - \sum_W^{-1/2} X_0 - \sum_W^{-1/2} F_0 u_0 \right\|^2 \right\}$$

$$\hat{x} = \underset{x}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|Ax - b\|^2 \right\}$$

$$A = \begin{bmatrix} \sum_{X_0}^{-1/2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{\ell_1}^{-1/2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sum_V^{-1/2} H_1 & \sum_V^{-1/2} J_1 \\ 0 & \sum_W^{-1/2} & \sum_W^{-1/2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} \sum_{X_0}^{-1/2} \mu_X \\ \sum_{\ell_1}^{-1/2} \mu_\ell \\ \sum_V^{-1/2} z_1 \\ \sum_W^{-1/2} F_0 u_0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T b$$

$$\Sigma_{\text{joint}} = (A^T A)^{-1}$$

$$\left[ X_0 \sim N(\mu_X, \Sigma_{X_0}), \ell_1 \sim N(\mu_\ell, \Sigma_{\ell_1}) \text{ ענין: } \right]$$

ii) Given  $\underline{x} = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{15} \end{pmatrix}$  &  $\underline{\Sigma} = \begin{pmatrix} \Sigma_{00} & \Sigma_{01} & \cdots & \Sigma_{015} \\ \Sigma_{10} & \Sigma_{11} & \cdots & \Sigma_{115} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Sigma_{150} & \Sigma_{151} & \cdots & \Sigma_{1515} \end{pmatrix}$

$$\underline{\hat{x}} \in \mathbb{R}^{15 \times 1} \text{ s.t. } \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{15} \end{pmatrix} = \underline{\hat{x}}$$

$$\sum_{\text{joint}} \in \mathbb{R}^{15 \times 15}$$

$$\underline{x}_0 = \underline{\hat{x}}_{1:6}$$

$\rightarrow$  6 degrees of freedom

$$\underline{x}_1 = \underline{\hat{x}}_{7:12}$$

$$\underline{l}_1 = \underline{\hat{x}}_{13:15}$$

$$\underline{\Sigma}_0 = \sum_{\text{joint}_{1:6, 1:6}}$$

$$\underline{\Sigma}_1 = \sum_{\text{joint}_{7:12, 7:12}}$$

$$\underline{\Sigma}_{l_1} = \sum_{\text{joint}_{13:15, 13:15}}$$

--	--	--	--	--

מספר  
ת.ז.:



--	--	--	--	--	--	--	--




מספר  
ת.ז.:

