מחברת זו הינה רכוש הטכניון
והיא מיועדת לצרכי בחינה בלבד

הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל

מחברת בחינה

2015

*** מס' תעודת הזהות**

0 5 2 8 5 5 2 6 9

שם מקצוע	ניווט נגזר רא"ה
מספר מקצוע	
חדר מבחן	
פקולטה	אווירונוטיקה
סמסטר	אביב
תאריך	10/5/15

מחברת 1 מתוך ____ מחברות

ציונים לשימוש הבוחן

ציון 90

שאלה מס' 1	
שאלה מס' 2	
שאלה מס' 3	
שאלה מס' 4	
שאלה מס' 5	
שאלה מס' 6	
שאלה מס' 7	
שאלה מס' 8	
שאלה מס' 9	
שאלה מס' 10	
סה"כ	

* יש למלא X בתוך המשבצות בטבלה שלהלן עבור כל ספרה של תעודת הזהות, כולל ספרת הביקורת (סה"כ 9 ספרות), כאשר כל עמודה מייצגת ספרה בתעודת הזהות

נא הדבק/י את המדבקה במרכז המלבן

לתשומת לבך !!!

1. אין לשדך סיכות נוספות, לסיכה הקיימת, למחברת הבחינה.
2. **אין לתלוש דפים ממחברת הבחינה.**
3. **אין להוסיף דפים למחברת הבחינה שלא אושרו על־ידי המתרגל או מרצה הקורס.**
4. יש לכתוב במחברת הבחינה בעט בלבד (**לא בעפרון**).
5. הקפד למלא בטבלת המשבצות של תעודת הזהות את ה־ X בתוך המשבצת.
6. במידה וטעית במיקום ה־ X בטבלת המשבצות, השחר את הריבוע לחלוטין.

$l^{C_2} = R^{C_2}_{G} l^{G} + t^{C_2}_{C_2 \to G}$

${}^{C_2}_{G}T = \quad = R_2^T l^G + R_c t$

$p(x_{0:k}, l \mid u_{0:k-1}, z_{0:k}) = \eta\, p(x_0) \prod_{i=1}^{k} p(z_i \mid x_i, l)$

$p(x_{0:k}, l \mid \dots) = \eta \prod p(z_i \mid x)\, p(x) =$

$p(x_{0:}$

$p(x_{0:k}, l \mid u_{0:k-1}, z_{1:k-1}) = p(x$

prediction

$p(x_{0:k}, l \mid \_\_\_, z_{new}) = p(z_{new} \mid x_{0:k} \dots)\, p($

$= \eta \prod_i^k p(z_i \mid X) \cdot p(X) = \eta \prod_i^k p(z_i \mid x_i) \cdot p(x_i \mid \dots) \cdot p(\dots) =$

מספר ת.ז.: 3

$\bullet$ - occupied
f - free

1 (a) $z_1 = \text{free}$ $\quad p(x = o \mid z_1) \overset{\text{Bayes rule}}{=} \dfrac{p(z_1 \mid x = o)\, p(x = o)}{p(z_1)}$

קודם:

for the given case $\quad p(z_1 = f \mid x = o) = 0.1$ (from sensor model)

$p(z_1 = \text{free}) = p(z_1 = \text{free} \mid x = o) \cdot p(x = o) + p(z_1 = f \mid x = f) \cdot p(x = f)$

$= 0.1 \cdot (1 - p(x = f)) + 0.9 \cdot p(x = f) = 0.1 \cdot 0.4 + 0.9 \cdot 0.6 = 0.58$

$\Rightarrow p(x = \text{occupied} \mid z_1) = \dfrac{0.1 \cdot 0.4}{0.58} = 0.069$ ✓

(b) $p(x = \text{occupied} \mid z_1) = A$. $\quad$ Now $z_2 = o$.

$p(x = o \mid z_1, z_2) \underset{\text{Bayes rule}}{=} \dfrac{p(z_2 \mid x = o, z_1) \cdot p(x = o \mid z_1)}{p(z_2 \mid z_1)} = \dfrac{p(z_2 \mid x = o) \cdot A}{p(z_2)}$

הנחת מרקוב
בלתי תלויות

~~$p(z_2 = o) = p(z_2 = o \mid x = o) \cdot p(x = o)$~~

~~ממודל מדידה~~
ממודל המדידה:

$p(z_2 = o \mid x = o) = 0.6$

$p(z_2 = o) = p(z_2 = o \mid \tilde{x} = o) \cdot p(\tilde{x} = o) + p(z_2 = o \mid \tilde{x} = f) \cdot p(\tilde{x} = f)$ $\quad$ כמו כן:

כאשר $\tilde{x}$ זה המצב לאחר מדידת z_1, כלומר $p(\tilde{x} = o) = A$ ~~$p(\tilde{x} = o) = 0.069$~~

~~$p(z_2 = o) = 0.6 \cdot 0.069 + 0.4 \cdot (1 - 0.069)$~~ $=$

$\Rightarrow p(z_2 = o) = 0.6 \cdot A + 0.4 (1 - A)$

$\Rightarrow p(x = o \mid z_1, z_2) = \dfrac{0.6A}{0.6A + 0.4(1 - A)} = \dfrac{0.6A}{0.2A + 0.4} = \boxed{\dfrac{3A}{A + 2}}$

$p(x = o \mid z_1, z_2) = \dfrac{3 \cdot 0.069}{0.069 + 2} = \boxed{0.1}$ $\quad$ ועבור הערך מסעיף a נקבל:

✓

35/35

③ $X_1 \doteq (R_1, t_1)$, $R_i \equiv R^G_{c_i}$, $t_i \equiv t^G_{c_i \to G}$

ⓐ Need: $l^G(l^{c_1}, R_1, t_1)$

In the lecture conventions: $V^b = R^b_a V^a + t^b_{b\to a}$

hence $l^G = R^G_{C_1} l^{c_1} + t^G_{G\to c_1}$

We are given $t_1 = t^G_{c_1\to G} \Rightarrow t^G_{G\to c_1} = -t_1$. Also $R_1 = R^G_{c_1}$

$\Rightarrow \boxed{l^G = R_1 l^{c_1} - t_1}$ ✓

ⓑ another camera, $X_2 = (R_2, t_2) = (R^G_{c_2}, t^G_{c_2\to G})$, observation $z_2 = (u_2, v_2)$, Calibration K.

(i) $\begin{pmatrix}\tilde{u}\\ \tilde{v}\\ \tilde{\omega}\end{pmatrix} = K[R\,|\,t]\begin{bmatrix} l^G \\ 1\end{bmatrix} = \cancel{K\begin{bmatrix} R_2 & t_2 \\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix} l^G \\ 1\end{bmatrix}}$

here we need $l^{c_2} = R^{c_2}_G l^G + t^{c_2}_{c_2\to G} = (R^G_{c_2})^{-1} l^G + R^{c_2}_G t^G_{c_2\to G} = (R^G_{c_2})^T l^G + (R^G_{c_2})^T t_2$

$= R_2^T l^G + R_2^T t_2$

✓ $\Rightarrow \begin{pmatrix}\tilde{u}\\ \tilde{v}\\ \tilde{\omega}\end{pmatrix} = K\begin{bmatrix} R_2^T & R_2^T t_2 \\ 0^T & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix} l^G \\ 1\end{bmatrix}$ ✗ −2.

(ii) re-projection error is defined as $\underbrace{z}_{\text{observation}} - \underbrace{\pi(X, l)}_{\text{projection}}$

~~⇒ re-projection error is~~

We normaliz the homogenous coordinates $\begin{pmatrix}\tilde{u}\\ \tilde{v}\\ \tilde{\omega}\end{pmatrix}$ by $\tilde{\omega}$ to get the projection in the image frame, thus re-projection error is $z_2^T - \begin{pmatrix}\frac{\tilde{u}}{\tilde{\omega}}\\ \frac{\tilde{v}}{\tilde{\omega}}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}u_2 - \frac{\tilde{u}}{\tilde{\omega}}\\ v_2 - \frac{\tilde{v}}{\tilde{\omega}}\end{pmatrix}$ ✓

and the homogenous coords can be taken from (i)

28/30.

② ⓐ we want $p(x_{0:k}, l \mid u_{0:k-1}, z^{GPS}_{0:k}, z^{im}_{0:k})$. We have a single landmark l.

This is equivalent to SAM, with only one landmark and with ~~addit~~ additional measurements by the GPS.

Thus we have

$$p(x_{0:k}, l \mid u_{0:k-1}, z^{GPS}_{0:k}, z^{im}_{0:k}) = \eta\, p(x_0) \prod_{i=1}^{k} p(x_i \mid x_{i-1}, u_{i-1})\, p(z^{im}_i \mid x_i, l)\, p(z^{GPS}_i \mid x_i)$$

Derivation:

$\cancel{p(x_{0:k}, l \mid u_{0:k-1}, z^{GPS}_{0:k}, z^{im}_{0:k})}$ Bayes rule

We have Bayesian update: $p(x \mid z_1, \dots z_n) = \eta \prod_{i=1}^{n} p(z_i \mid x)\, p(x)$

denote $X = (x_{0:k}, l \mid u_{0:k-1})$, we get:

$$p(X \mid u_{0:k-1}, z^{GPS}_{0:k}, z^{im}_{0:k}) = \left(\eta \prod_{i=1}^{k} p(z^{GPS}_i \mid X)\, p(z^{im}_i \mid X)\right) \underline{p(X)} =$$

(assumed independent measurements)

according to observations models, and independent noises.

$$= \underbrace{\left(\eta \prod_{i=1}^{k} p(z^{GPS}_i \mid x_i)\, p(z^{im}_i \mid x_i, l)\right)}_{\doteq\, \alpha} p(x_{0:k} \mid u_{0:k-1})\, p(l) =$$

(assumed l independent of x_i)

$$= \cancel{\alpha\, p(l)\, p(x_k \mid x_{0:k-1} \dots)} \approx$$

$$= \alpha \cdot p(l) \cdot p(x_k \mid x_{0:k-1}, u_{0:k-1})\, p(x_{0:k-1} \mid u_{0:k-1}) =$$

motion model & independent noise

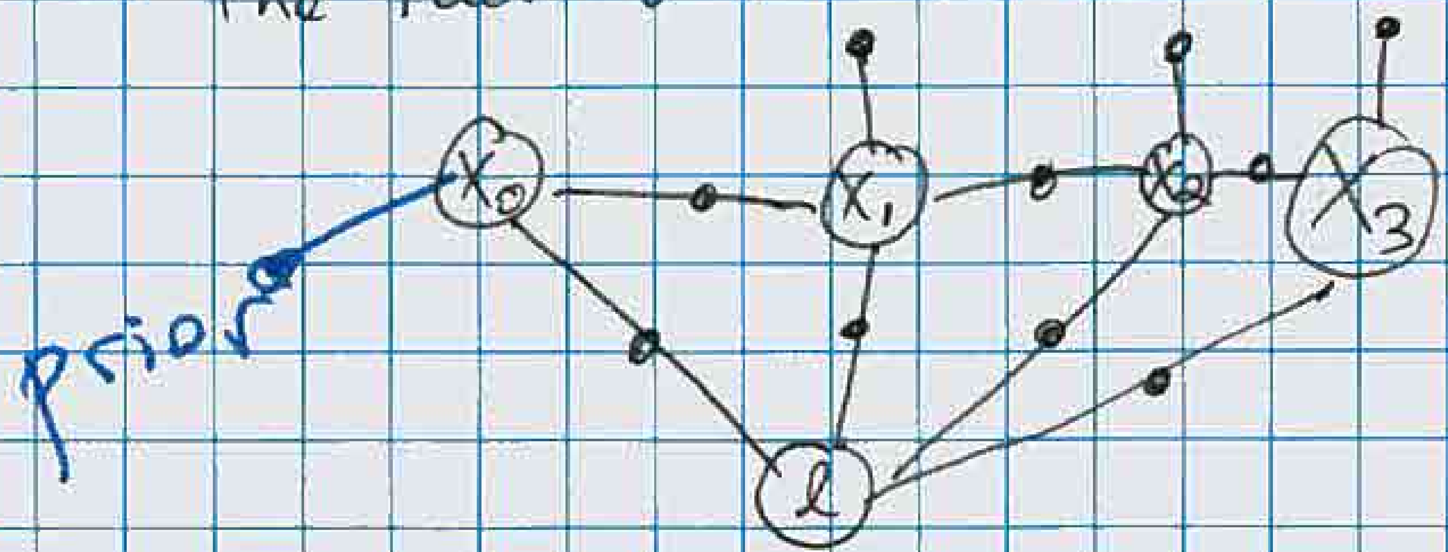
$$= \alpha \cdot p(l)\, p(x_k \mid x_{k-1}, u_{k-1})\, p(x_{0:k-1} \mid u_{0:k-1}) =$$

$$= \alpha \cdot p(l) \cdot p(x_0) \prod_{i=1}^{k} p(x_i \mid x_{i-1}, u_{i-1}) =$$

$$= \boxed{\eta\, p(l)\, p(x_0) \prod_{i=1}^{k} p(x_i \mid x_{i-1}, u_{i-1})\, p(z^{GPS}_i \mid x_i)\, p(z^{im}_i \mid x_i, l)}$$

✓

(b) $k=3$. The factor graph:



√ −3

In circles, are the nodes corresponding to the variables $(x_{0:3}, \ell)$

The nodes between (x_{i+1}, x_i) represent the motion model.

" " " (x_i, ℓ) " " observation model of the camera.

The nodes that are connected only to a single x_i represent observation model of the GPS.

Edges represent variables that are factored by the corresponding factor nodes between them.

The factor graph represent the joint pdf as a multiplication of the factors:

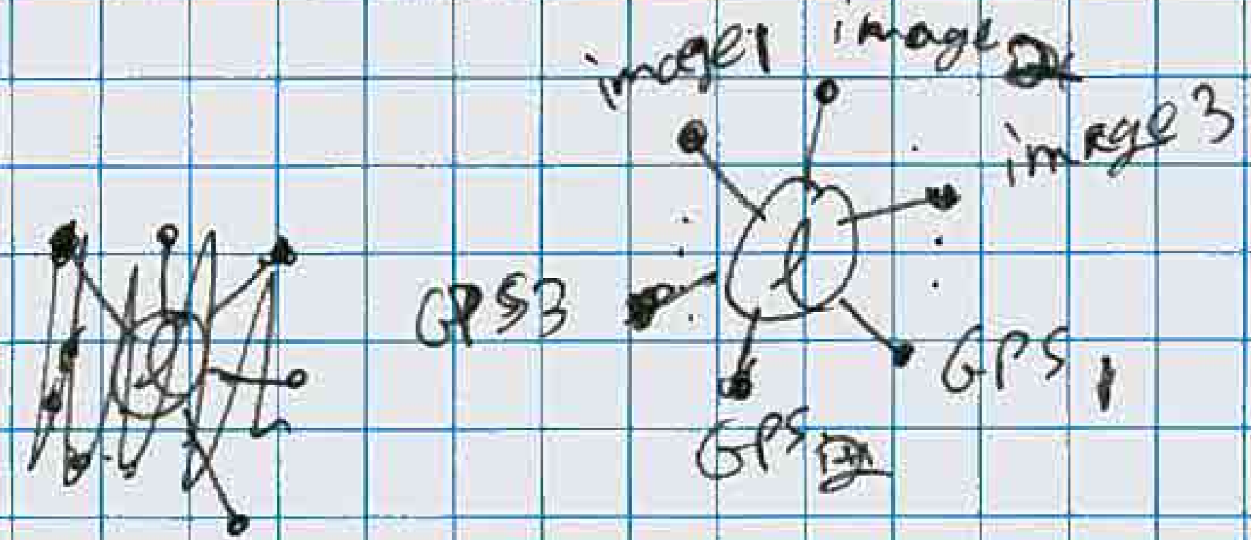
e.g: $p(x_1, x_2 .. x_n) \Leftrightarrow f(x_1, x_2) f(x_3, x_4) \cdots$

(c) Now that all poses are known, we have

$$p(\ell \mid x_{0:k}, z^{GPS}_{0:k}, z^{im}_{0:k}) = \eta \prod_{i=1}^{k} p(z_i^{GPS} \mid x_i)\, p(z_i^{im} \mid x_i, \ell)$$

√

for $k=3$, we have the following factor graph:



−5.

~~32/30~~ 27/35

מספר
ת.ז.:

מספר
ת.ז.: