

Tarea 1: SVD y transformaciones espaciales lineales

Integrantes:

- Kimberly Calderón Prado - 2017088598
- Jose Antonio Ortega González - 2017101758
- Andrey Sibaja Garro - 2017101898

Parte 3: Detección de caras

Explicación del método:

Una aplicación de la descomposición en valores singulares de una matriz (SVD) corresponde al reconocimiento de caras utilizando una base de datos con rostros de caras ya conocidas. Estos rostros son tratados como vectores en un subespacio denominado "*face space*". El reconocimiento se realiza proyectando una nueva imagen en el espacio y luego clasificando la cara, al comparar su posición entre los rostros ya conocidos [1].

Formulación del matemática:

Suponga que se tiene un grupo de N imágenes de rostros ya conocidos de tamaño $m \times n$.

Sea $S = (f_1, f_2, \dots, f_N)$ la matriz de tamaño de $m \times n \times N$, donde f_i representa la i -ésima imagen redimensionada como columna de tamaño $n \times 1$.

Además, considerando \bar{f} como $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i$, la columna promedio de S .

Utilizando S y \bar{f} , se define la matriz $A = (a_1, a_2, \dots, a_N)$, con $a_i = f_i - \bar{f}$ para todo $i = 1, \dots, N$.

Calculando la SVD de la matriz y considerando un $r = r(A)$, se obtiene la matriz $U_r = (u_1, u_2, \dots, u_r)$, donde cada una de sus columnas forman una base ortonormal al espacio generado por las columnas de A . Por ello cada vector u_i con $i \leq r$ se le denomina rostro base del *face space*.

Si se tiene un nuevo rostro f , de tamaño $m \times n$ redimensionado como vector columna $m \times 1$, es posible determinar las coordenadas para $f - \bar{f}$ asociada a la base generada por las columnas de U_r al calcular $w = (u_1, u_2, \dots, u_r) (f - \bar{f})$. De igual manera para cada uno de los rostros en S estas coordenadas se pueden calcular como $x_i = (u_1, u_2, \dots, u_r) (f_i - \bar{f})$.

De acuerdo a lo anterior, para determinar si el rostro f corresponde a alguna de las imágenes

del conjunto de rostros o es similar, se compara el vector w con los vectores de coordenadas x_i .

Para ello se calcula $x_j = \operatorname{argmin} \|w - x_i\|_2$ y el rostro será identificado como el f_j de la matriz S si $\|w - x_i\|_2 < \epsilon_0$, siendo este último una tolerancia previamente establecida. De lo contrario f sería un rostro desconocido o no perteneciente a S [2].

Pseudocódigo:

Entrada: $\{f_1, f_2, \dots, f_N\}, f, \epsilon_0$.

Salida: El rostro identificado o un mensaje indicando que el rostro es desconocido.

- 1: Construya $S = (f_1 \ f_2 \ \dots \ f_N)$.
- 2: Calcule $\bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i$.
- 3: Construya $A = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_N)$, donde $a_i = f_i - \bar{f}$.
- 4: Calcule $A = U\Sigma V^T$.
- 5: Defina $U_r = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_r)$, donde $r = r(A)$.
- 6: Para $i = 1, \dots, N$ calcule $x_i = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_r)^T \cdot (f_i - \bar{f})$
- 7: Calcule $w = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_r)^T \cdot (f - \bar{f})$
- 8: Calcule $\epsilon = \min_{1 \leq i \leq r} \|w - x_i\|_2 = \|w - x_j\|_2$, para algún $j \in \{1, 2, \dots, N\}$
- 9: **si** $\epsilon < \epsilon_0$ **entonces**
- 10: **retornar** El rostro corresponde a la imagen f_j .
- 11: **si no**
- 12: **retornar** El rostro es desconocido.
- 13: **fin si**

Figura 1. Pseudocódigo para algoritmo de detección facial [2]

Aplicaciones en el procesamiento de imágenes:

De acuerdo con [1] el reconocimiento facial en el procesamiento de imágenes ha sido utilizado en múltiples áreas en las últimas décadas. Esta se ha convertido en un área activa de visión computacional, neurociencia e incluso psicología, ya que se cree que estos avances proporcionarán información útil a los neurocientíficos y psicólogos sobre cómo funciona el cerebro humano.

Además de estas, se tienen muchas otras aplicaciones entre las que destacan: seguridad, interacción computadora-humano, acceso a un sistema basado en reconocimiento facial, seguimiento de personas por medio de una red de cámaras o temporalmente al monitorear una misma cámara a lo largo del tiempo y ubicar personas entre imágenes con gran cantidad de datos y distorsiones.

Efecto de la luminosidad:

Tomando lo mencionado sobre el flujo luminoso de [3] y con respecto a lo dicho en [4], la proyección que emiten los objetos y en este caso los rostros estaría ligada a la luminosidad del entorno, es por esto que a menor luminosidad, menor flujo luminoso emitido por el rostro, lo que provoca menor información para capturar en una imagen, o más claramente, se pueden detectar cambios en los rasgos faciales de los rostros que se desean comparar.

Mejora al algoritmo SVD:

Como se sabe la aplicación del algoritmo SVD resulta en un alto costo computacional. Una forma de reducir el tiempo de ejecución requerido es aplicando la técnica de reducción de la SVD expuesta en [2].

Esta consiste en una versión simplificada de la SVD tradicional, que favorece al algoritmo al utilizar matrices con un menor tamaño, de forma que reduce significativamente el costo computacional. A pesar de que esta reducción elimina algunas propiedades en las matrices, como el ser unitarias, estas no son de interés en el algoritmo para detección facial, permitiendo explotar esta característica como la propuesta para mejorar el algoritmo.

En el lenguaje m esta propiedad puede ser utilizada al pasar un segundo parámetro en la función `svd()`, como se ha hecho en el archivo `p3_p2.m` implementado.

A nivel cuantitativo se obtuvo una mejora de aproximadamente un 89.048% en reducción del tiempo.

Referencias:

- [1] ZENG, G. (2007): Facial recognition with singular value decomposition, In Elleithy, K., editor, *Advances and Innovations in Systems, Computing Sciences and Software Engineering*, pages 145-148, Dordrecht. Springer. Netherlands. [Accesado 15 septiembre 2021].
- [2] J. Fallas, J. Chavarría and P. Soto, Descomposición en valores singulares de una matriz: un repaso por los fundamentos teóricos y sus aplicaciones en el procesamiento de imágenes, *REVISTA INVESTIGACIÓN OPERACIONAL*, pages 10-23. [Accesado 15 septiembre 2021].
- [3] G. Rojas, “Iluminación semicilíndrica como parámetro de detección facial en función de diferentes niveles de iluminación”, Tesis, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 2018.
- [4] “Efecto de la orientación y la iluminación en el sistema de reconocimiento facial”, *ICHI.PRO*.
<https://ichi.pro/es/efecto-de-la-orientacion-y-la-iluminacion-en-el-sistema-de-reconocimiento-facial-224451949110321> (consultado sep. 22, 2021).