

По технологии $T = (A, B)$ в модели экономики Неймана, заданной матрицами $A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.4 & 0.1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 \end{pmatrix}$. Требуется:

- 1) показать, что технологии неразложимы;
- 2) найти темпы роста экономики α и темпы ее прироста β ;
- 3) вычислить вектор интенсивности в базовом году \bar{x}^0 ;
- 4) записать луч Неймана λ_N ;
- 5) построить магистраль интенсивностей $\{\bar{x}^*(t)\}_{t=0}^{\infty}$;
- 6) раскрыть экономический смысл полученных результатов;
- 7) дать геометрическое представление решения задачи.

Решение:

- 1) Так как ни матрица A , ни матрица B не имеют нулевых элементов, то технология $T = (A, B)$ неразложима.

$$2) |\alpha A - B| = 0$$

$$\left| \alpha \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.4 & 0.1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} \alpha 0.5 - 0.4 & \alpha 0.2 - 0.1 \\ \alpha 0.4 - 0.2 & \alpha 0.1 - 0.3 \end{vmatrix} =$$

$$(\alpha 0.5 - 0.4) \cdot (\alpha 0.1 - 0.3) - (\alpha 0.4 - 0.2) \cdot (\alpha 0.2 - 0.1) =$$

$$= 0.03\alpha^2 - 0.11\alpha + 0.1$$

$$0.03\alpha^2 - 0.11\alpha + 0.1 = 0;$$

$$\alpha_1 = -4.421$$

$$\alpha_2 = 0.754$$

Так как $\alpha \geq 0$, то возьмём $\alpha = \alpha_2 = 0.754$.

$$\beta = 1 - \alpha = 1 - 0.754 = 0.346$$

- 3) Вектор интенсивности в базовом году \bar{x}^0 найдем из уравнения $\alpha Ax - Bx = 0$:

$$\left[\alpha \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.4 & 0.1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha 0.5 - 0.4 & \alpha 0.2 - 0.1 \\ \alpha 0.4 - 0.2 & \alpha 0.1 - 0.3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -0.023 & 0.0508 \\ 0.1016 & -0.2246 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -0.023x_1 + 0.0508x_2 \\ 0.1016x_1 - 0.2246x_2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Пусть $x_2 = 1$, тогда $x_1 = \frac{-0.0508}{-0.023} = 2.209$. Тогда $\bar{x}^0 = \begin{pmatrix} 2.209 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$$4) \lambda_N = \{\alpha A \bar{x}^0\} = \left\{ 0.754 \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.4 & 0.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2.209 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ 0.754 \begin{pmatrix} 0.5 \cdot 2.209 + 0.2 \\ 0.4 \cdot 2.209 + 0.1 \end{pmatrix} \right\} =$$

$$\left\{ 0.754 \begin{pmatrix} 1.3045 \\ 0.9836 \end{pmatrix} \right\}$$

$$5) \{\bar{x}^*(t)\}_{t=0}^{\infty} = \{\alpha^t \bar{x}^0\}_{t=0}^{\infty} = \left\{ 0.754^t \begin{pmatrix} 2.209 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}_{t=0}^{\infty} =$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 2.209 \\ 1 \end{pmatrix}; 0.754 \begin{pmatrix} 2.209 \\ 1 \end{pmatrix}; 0.569 \begin{pmatrix} 2.209 \\ 1 \end{pmatrix}; 0.429 \begin{pmatrix} 2.209 \\ 1 \end{pmatrix}; 0.323 \begin{pmatrix} 2.209 \\ 1 \end{pmatrix} \dots \right\} =$$

$$= \left\{ \begin{pmatrix} 2.209 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1.666 \\ 0.754 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1.257 \\ 0.569 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0.948 \\ 0.429 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0.068 \\ 0.323 \end{pmatrix} \dots \right\}$$

6) Понятия луча Неймана, магистрали интенсивности, вектора интенсивности в базовом году имеют следующий экономический смысл:

а) луч Неймана является направлением магистрального роста экономики

б) магистраль интенсивности представляет путь развития экономики как вектор, параллельный лучу Неймана

в) вектор интенсивности в базовом году представляет точку, из которой экономика выходит на магистраль интенсивности

7)

