

Задание 1. На основании коэффициентов прямых материальных затрат и объемов конечной продукции, заданных в таблице 6, в межотраслевом балансе для трех отраслей требуется:

1. проверить продуктивность матрицы коэффициентов прямых материальных затрат;
2. найти объемы валовой продукции отраслей;
3. восстановить схемы межотраслевого материального баланса.

Вариант 8				
Отрасль	Коэффициенты затрат			Конечная продукция
	1	2	3	Y_i
1	0,2	0,1	0,3	155
2	0,1	0,3	0,2	105
3	0,3	0,2	0,1	40

1) Проверим справедливость достаточного признака продуктивности матрицы A . Для этого найдем суммы элементов каждой из строк:

$$a_{11} + a_{12} + a_{13} = 0.2 + 0.1 + 0.3 = 1.6 < 1$$

$$a_{21} + a_{22} + a_{23} = 0.1 + 0.3 + 0.2 = 0.6 < 1$$

$$a_{31} + a_{32} + a_{33} = 0.3 + 0.2 + 0.1 = 0.6 < 1$$

Достаточный признак продуктивности матрицы выполняется, значит матрица продуктивна.

- 2) Объем валового выпуска найдем по формуле $X = (E - A)^{-1}Y$.

$$(E - A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.3 \\ 0.1 & 0.3 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8 & -0.1 & -0.3 \\ -0.1 & 0.7 & -0.2 \\ -0.3 & -0.2 & 0.9 \end{pmatrix}$$

$$(E - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 0.8 & -0.1 & -0.3 \\ -0.1 & 0.7 & -0.2 \\ -0.3 & -0.2 & 0.9 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{|E - A|} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$$

$$|E - A| = \begin{vmatrix} 0.8 & -0.1 & -0.3 \\ -0.1 & 0.7 & -0.2 \\ -0.3 & -0.2 & 0.9 \end{vmatrix} =$$

$$= 0.8 \begin{vmatrix} 0.7 & -0.2 \\ -0.2 & 0.9 \end{vmatrix} + 0.1 \begin{vmatrix} -0.1 & -0.2 \\ -0.3 & 0.9 \end{vmatrix} - 0.3 \begin{vmatrix} -0.1 & 0.7 \\ -0.3 & -0.2 \end{vmatrix} =$$

$$= 0.8 \cdot 0.59 + 0.1 \cdot (-0.15) - 0.3 \cdot (0.23) = 0.388$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 0.7 & -0.2 \\ -0.2 & 0.9 \end{vmatrix} = 0.59;$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} -0.1 & -0.3 \\ -0.2 & 0.9 \end{vmatrix} = 0.15;$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} -0.1 & -0.3 \\ 0.7 & -0.2 \end{vmatrix} = 0.23;$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} -0.1 & -0.2 \\ -0.3 & 0.9 \end{vmatrix} = 0.15;$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 0.8 & -0.3 \\ -0.3 & 0.9 \end{vmatrix} = 0.63;$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 0.8 & -0.3 \\ -0.1 & -0.2 \end{vmatrix} = 0.19;$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} -0.1 & 0.7 \\ -0.3 & -0.2 \end{vmatrix} = 0.23;$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 0.8 & -0.1 \\ -0.3 & -0.2 \end{vmatrix} = 0.19;$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 0.8 & -0.1 \\ -0.1 & 0.7 \end{vmatrix} = 0.55;$$

$$(E - A)^{-1} = \frac{1}{0.388} \begin{pmatrix} 0.59 & 0.15 & 0.23 \\ 0.15 & 0.63 & 0.19 \\ 0.23 & 0.19 & 0.55 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1.521 & 0.387 & 0.593 \\ 0.387 & 1.624 & 0.49 \\ 0.593 & 0.49 & 1.418 \end{pmatrix};$$

$$X = (E - A)^{-1}Y = \begin{pmatrix} 1.521 & 0.387 & 0.593 \\ 0.387 & 1.624 & 0.49 \\ 0.593 & 0.49 & 1.418 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 155 \\ 105 \\ 40 \end{pmatrix} =$$

$$= (300 \quad 250 \quad 200)$$

3) Для восстановления схемы МОБ воспользуемся формулой

$$x_{ij} = a_{ij}X_j:$$

$$x_{11} = a_{11}X_1 = 0.2 \cdot 300 = 60;$$

$$x_{12} = a_{12}X_1 = 0.1 \cdot 300 = 30;$$

$$x_{13} = a_{13}X_1 = 0.3 \cdot 300 = 90;$$

$$x_{21} = a_{21}X_2 = 0.1 \cdot 250 = 25;$$

$$x_{22} = a_{22}X_2 = 0.3 \cdot 250 = 75;$$

$$x_{23} = a_{23}X_2 = 0.2 \cdot 250 = 50;$$

$$x_{31} = a_{31}X_3 = 0.3 \cdot 200 = 60;$$

$$x_{32} = a_{32}X_3 = 0.2 \cdot 200 = 50;$$

$$x_{33} = a_{33}X_3 = 0.1 \cdot 200 = 20;$$

$$A_x = \begin{pmatrix} 60 & 30 & 90 \\ 25 & 75 & 50 \\ 60 & 50 & 20 \end{pmatrix}$$