

# Sémantique et traduction des langages

## Interprétation d'un sous-ensemble de Caml : mini-ML

### 1 Grammaire

$$\begin{aligned}
 Expr &\rightarrow Ident \\
 &\quad | \quad Const \\
 &\quad | \quad Expr \text{ Binaire } Expr \\
 &\quad | \quad Unaire \ Expr \\
 &\quad | \quad ( \ Expr \ ) \\
 &\quad | \quad \text{if } Expr \text{ then } Expr \text{ else } Expr \\
 &\quad | \quad \text{let } Ident = Expr \text{ in } Expr \\
 &\quad | \quad \text{fun } Ident \rightarrow Expr \\
 &\quad | \quad (Expr \ ) \ Expr \\
 &\quad | \quad \text{let rec } Ident = Expr \text{ in } Expr \\
 \\ 
 Const &\rightarrow entier \mid booleen \\
 \\ 
 Unaire &\rightarrow - \mid ! \\
 \\ 
 Binaire &\rightarrow + \mid - \mid * \mid / \mid \% \mid \& \mid | \\
 &\quad | \quad == \mid != \mid < \mid <= \mid > \mid >=
 \end{aligned}$$

### 2 Sémantique opérationnelle

#### Constante

$$\gamma \vdash entier \Rightarrow entier \quad \gamma \vdash booleen \Rightarrow booleen$$

#### Accès à l'environnement

$$\frac{x \in \gamma \quad \gamma(x) = \langle e, \gamma_{def} \rangle \quad \gamma_{def} \vdash e \Rightarrow v}{\gamma \vdash x \Rightarrow v} \quad \frac{x \in \gamma \quad \gamma(x) = v \quad v \neq \langle e, \gamma_{def} \rangle}{\gamma \vdash x \Rightarrow v}$$

#### Opérateur binaire

$$\frac{\gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad \gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad v_1 \times v_2 \in dom \ op \quad v = v_1 \ op \ v_2}{\gamma \vdash e_1 \ op \ e_2 \Rightarrow v}$$

#### Opérateur unaire

$$\frac{\gamma \vdash e \Rightarrow v \quad v \neq \perp \quad v \in dom \ op \quad v' = op \ v}{\gamma \vdash op \ e \Rightarrow v'}$$

### Conditionnelle

$$\frac{\gamma \vdash e_1 \Rightarrow \mathbf{true} \quad \gamma \vdash e_2 \Rightarrow v}{\gamma \vdash \mathbf{if } e_1 \mathbf{ then } e_2 \mathbf{ else } e_3 \Rightarrow v} \quad \frac{\gamma \vdash e_1 \Rightarrow \mathbf{false} \quad \gamma \vdash e_3 \Rightarrow v}{\gamma \vdash \mathbf{if } e_1 \mathbf{ then } e_2 \mathbf{ else } e_3 \Rightarrow v}$$

### Définition locale

$$\frac{\gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad v_1 \neq \perp \quad \gamma :: \{x \mapsto v_1\} \vdash e_2 \Rightarrow v}{\gamma \vdash \mathbf{let } x = e_1 \mathbf{ in } e_2 \Rightarrow v}$$

### Définition de fonction

$$\gamma \vdash \mathbf{fun } x \mathbf{ -> } e \Rightarrow \langle \mathbf{fun } x \mathbf{ -> } e, \gamma \rangle$$

### Appel de fonction

$$\frac{\gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_2 \neq \perp \quad \gamma \vdash e_1 \Rightarrow \langle \mathbf{fun } x \mathbf{ -> } e_3, \gamma_{def} \rangle \quad \gamma_{def} :: \{x \mapsto v_2\} \vdash e_3 \Rightarrow v}{\gamma \vdash (e_1) e_2 \Rightarrow v}$$

### Définition récursive

$$\frac{\gamma :: \{x \mapsto \langle \mathbf{let } \mathbf{rec } x = e_1 \mathbf{ in } e_1, \gamma \rangle\} \vdash e_2 \Rightarrow v}{\gamma \vdash \mathbf{let } \mathbf{rec } x = e_1 \mathbf{ in } e_2 \Rightarrow v}$$

### Gestion des erreurs

Il faut ajouter à ces règles, celles d'apparition et propagation des erreurs.