



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет цифровых трансформаций

Отчет по практической работе №5

## Решение задач многокритериальной оптимизации

По дисциплине:

*Технологии поддержки принятия решений на финансовых рынках*

Студента группы J42113  
Осадчего Дмитрий

- ✓ **Целью** работы является освоение способов решения задач многокритериальной оптимизации на основе перевода части критериев в ограничения

## Постановка задачи

Разработка на языке программирования высокого уровня программы для ЭВМ, которая решает задачу многокритериальной оптимизации методом главного критерия и методом последовательных уступок. Критерии и исходная система являются линейными.

Метод последовательных уступок:

1. Составить ЗЛП для критерия с самым высоким приоритетом
2. Решить составленную ЗЛП
3. Составить ЗЛП для следующего критерия, добавив ограничение с уступкой на оптимальное значение предыдущего критерия
4. Решить составленную ЗЛП
5. Повторить шаг 3, пока задача не будет оптимизирована по всем критериям.

Метод главного критерия:

1. Составить ЗЛП для главного критерия
2. Добавить к составленной ЗЛП ограничения из остальных критериев
3. Решить ЗЛП

# Пример расчета

Предприятие может выпускать пять видов продукции И1, И2, И3, И4, И5. Для этого используется три вида ресурсов, расход которых на производство единицы продукции и их запасы приведены в таблице:

Ресурс	И1	И2	И3	И4	И5	Запасы
B <sub>1</sub>	4	5	3	2	3	3000
B <sub>2</sub>	2	4	4	4	2	4500
B <sub>3</sub>	3	1	0	1	1	1500

Все изделия обрабатываются на станках четырех типов. Норма времени на обработку одного изделия и фонд времени работы станков приведены в таблице:

Вид станков	И1	И2	И3	И4	И5	Фонд времени (ст./час)
токарные	2	3	5	4	5	5000
фрезерные	1	2	6	3	2	4000
сверлильные	3	4	4	1	4	4000
шлифовальные	1	1	2	2	1	2000

# Пример расчета

Оптовая цена и себестоимость единицы продукции соответствующего типа приведены в таблице:

	И1	И2	И3	И4	И5
Оптовая цена (ден.ед.)	10	9	12	14	9
Себестоимость(ден.ед.)	7	8	9	12	6

Объем каждого вида продукции должен быть не менее 100 и не более 500 единиц. Мерой эффективности производственной программы являются следующие показатели:

1. Прибыль предприятия –  $f_1$ ;
2. Валовый объем выпуска продукции в стоимостном выражении –  $f_2$ ;
3. Себестоимость продукции –  $f_3$ ;
4. Уровень загрузки оборудования –  $f_4$ .

# Пример расчета

Составим критерии:

Прибыль  $f_1 = 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 3x_5 \rightarrow \max$

Валовый объем  $f_2 = 10x_1 + 9x_2 + 12x_3 + 14x_4 + 9x_5 \rightarrow \max$

Себестоимость  $f_3 = 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 12x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$

Уровень загрузки оборудования  $f_4 = 7x_1 + 10x_2 + 17x_3 + 10x_4 + 12x_5 \rightarrow \min$

По объему выпускаемой продукции:

$$100 \leq x_i \leq 500, x_i \in \mathbb{Z}, i \in [1: 5]$$

Добавим общие ограничения:

$$4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 3x_5 \leq 3000 - B_1$$

$$2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 2x_5 \leq 4500 - B_2$$

$$3x_1 + x_2 + x_4 + x_5 \leq 1500 - B_3$$

Уступка 15% для всех критериев

$$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 5x_5 \leq 5000 - \text{токарное}$$

$$x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 + 2x_5 \leq 4000 - \text{фрезерное}$$

$$3x_1 + 4x_2 + 4x_3 + x_4 + 4x_5 \leq 4000 - \text{сверлильное}$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 \leq 2000 - \text{шлифовальное}$$

## Главная ЗЛП:

```
Прибыль:
MAXIMIZE
3*x1 + 1*x2 + 3*x3 + 2*x4 + 3*x5 + 0
SUBJECT TO
_C1: 4 x1 + 5 x2 + 3 x3 + 2 x4 + 3 x5 <= 3000
_C2: 2 x1 + 4 x2 + 4 x3 + 4 x4 + 2 x5 <= 4500
_C3: 3 x1 + x2 + x4 + x5 <= 1500
_C4: 2 x1 + 3 x2 + 5 x3 + 4 x4 + 5 x5 <= 5000
_C5: x1 + 2 x2 + 6 x3 + 3 x4 + 2 x5 <= 4000
_C6: 3 x1 + 4 x2 + 4 x3 + x4 + 4 x5 <= 4000
_C7: x1 + x2 + 2 x3 + 2 x4 + x5 <= 2000

VARIABLES
100 <= x1 <= 500 Integer
100 <= x2 <= 500 Integer
100 <= x3 <= 500 Integer
100 <= x4 <= 500 Integer
100 <= x5 <= 500 Integer

x = [100. 100. 100. 498. 268.]
2500.0
```

## ЗЛП с уступкой:

```
Валовый_объем:
MAXIMIZE
10*x1 + 9*x2 + 12*x3 + 14*x4 + 9*x5 + 0
SUBJECT TO
_C1: 4 x1 + 5 x2 + 3 x3 + 2 x4 + 3 x5 <= 3000
_C2: 2 x1 + 4 x2 + 4 x3 + 4 x4 + 2 x5 <= 4500
_C3: 3 x1 + x2 + x4 + x5 <= 1500
_C4: 2 x1 + 3 x2 + 5 x3 + 4 x4 + 5 x5 <= 5000
_C5: x1 + 2 x2 + 6 x3 + 3 x4 + 2 x5 <= 4000
_C6: 3 x1 + 4 x2 + 4 x3 + x4 + 4 x5 <= 4000
_C7: x1 + x2 + 2 x3 + 2 x4 + x5 <= 2000
_C8: 3 x1 + x2 + 3 x3 + 2 x4 + 3 x5 >= 2250 ← Уступка 10 % от 2500

VARIABLES
100 <= x1 <= 500 Integer
100 <= x2 <= 500 Integer
100 <= x3 <= 500 Integer
100 <= x4 <= 500 Integer
100 <= x5 <= 500 Integer

[100. 100. 266. 500. 100.]
12992.0
```

# Пример расчета уступок

## ЗЛП с 2 уступками:

Себестоимость:

MINIMIZE

$7 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 + 12 \cdot x_4 + 6 \cdot x_5 + 0$

SUBJECT TO

\_C1:  $4 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 + 3 \cdot x_5 \leq 3000$

\_C2:  $2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 + 4 \cdot x_4 + 2 \cdot x_5 \leq 4500$

\_C3:  $3 \cdot x_1 + x_2 + x_4 + x_5 \leq 1500$

\_C4:  $2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 + 4 \cdot x_4 + 5 \cdot x_5 \leq 5000$

\_C5:  $x_1 + 2 \cdot x_2 + 6 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 + 2 \cdot x_5 \leq 4000$

\_C6:  $3 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 + x_4 + 4 \cdot x_5 \leq 4000$

\_C7:  $x_1 + x_2 + 2 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 + x_5 \leq 2000$

\_C8:  $3 \cdot x_1 + x_2 + 3 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 + 3 \cdot x_5 \geq 2125$

\_C9:  $10 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2 + 12 \cdot x_3 + 14 \cdot x_4 + 9 \cdot x_5 \geq 11044$

VARIABLES

$100 \leq x_1 \leq 500$  Integer

$100 \leq x_2 \leq 500$  Integer

$100 \leq x_3 \leq 500$  Integer

$100 \leq x_4 \leq 500$  Integer

$100 \leq x_5 \leq 500$  Integer

[100. 100. 100. 318. 388.]

8544.0

## ЗЛП с 3 уступками (финальная):

Загрузка:

MINIMIZE

$7 \cdot x_1 + 10 \cdot x_2 + 17 \cdot x_3 + 10 \cdot x_4 + 12 \cdot x_5 + 0$

SUBJECT TO

\_C1:  $4 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 + 3 \cdot x_5 \leq 3000$

\_C2:  $2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 + 4 \cdot x_4 + 2 \cdot x_5 \leq 4500$

\_C3:  $3 \cdot x_1 + x_2 + x_4 + x_5 \leq 1500$

\_C4:  $2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 + 4 \cdot x_4 + 5 \cdot x_5 \leq 5000$

\_C5:  $x_1 + 2 \cdot x_2 + 6 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 + 2 \cdot x_5 \leq 4000$

\_C6:  $3 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 + x_4 + 4 \cdot x_5 \leq 4000$

\_C7:  $x_1 + x_2 + 2 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 + x_5 \leq 2000$

\_C8:  $3 \cdot x_1 + x_2 + 3 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 + 3 \cdot x_5 \geq 2125$

\_C9:  $10 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2 + 12 \cdot x_3 + 14 \cdot x_4 + 9 \cdot x_5 \geq 11044$

\_C10:  $7 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 + 12 \cdot x_4 + 6 \cdot x_5 \leq 9825$

VARIABLES

$100 \leq x_1 \leq 500$  Integer

$100 \leq x_2 \leq 500$  Integer

$100 \leq x_3 \leq 500$  Integer

$100 \leq x_4 \leq 500$  Integer

$100 \leq x_5 \leq 500$  Integer

## Оптимальные значения переменных

[292. 100. 100. 366. 100.]

Прибыль: 2308.0

Валовый объем 11044.0

Себестоимость 8736.0

Уровень загрузки 9604.0



# Пример расчета главного критерия

ЗЛП с  
добавочными  
критериями:

```
Прибыль:
MAXIMIZE
3*x1 + 1*x2 + 3*x3 + 2*x4 + 3*x5 + 0
SUBJECT TO
_C1: 4 x1 + 5 x2 + 3 x3 + 2 x4 + 3 x5 <= 3000
_C2: 2 x1 + 4 x2 + 4 x3 + 4 x4 + 2 x5 <= 4500
_C3: 3 x1 + x2 + x4 + x5 <= 1500
_C4: 2 x1 + 3 x2 + 5 x3 + 4 x4 + 5 x5 <= 5000
_C5: x1 + 2 x2 + 6 x3 + 3 x4 + 2 x5 <= 4000
_C6: 3 x1 + 4 x2 + 4 x3 + x4 + 4 x5 <= 4000
_C7: x1 + x2 + 2 x3 + 2 x4 + x5 <= 2000
_C8: 7 x1 + 10 x2 + 17 x3 + 10 x4 + 12 x5 <= 15000 ←
_C9: 10 x1 + 9 x2 + 12 x3 + 14 x4 + 9 x5 >= 12000 ←
_C10: 7 x1 + 8 x2 + 9 x3 + 12 x4 + 6 x5 <= 10000 ←

VARIABLES
100 <= x1 <= 500 Integer
100 <= x2 <= 500 Integer
100 <= x3 <= 500 Integer
100 <= x4 <= 500 Integer
100 <= x5 <= 500 Integer
```



← критерии переведенные в ограничения

Оптимальные значения:

$x = [100. \ 100. \ 100. \ 498. \ 268.]$

Прибыль: 2500.0

Валовый объем 12484.0

Себестоимость 9984.0

Уровень нагрузки 11596.0

- ✓ В ходе выполнения лабораторной работы были реализованы методы решения многокритериальных ЗЛП методом уступок и методом главного критерия
- ✓ Была решена задача планирования выпуска продукции с учетом затрат и ресурсов на основе 4 критериев.

# Спасибо за внимание!

Осадчий Дмитрий, группа J42113

IT'sMO<sup>re</sup> than a  
UNIVERSITY