

PROPIEDAD DE TESIS

# Aprendizaje automático en el modelado de la propagación de ondas: De los métodos numéricos estándar a las redes neuronales informadas por la física

**Estudiante:** Oscar Rincón Cardeño

**Director:** Nicolás Guarín-Zapata, Ph.D.

**Codirectora:** Silvana Montoya-Noguera, Ph.D.

**Grupos de investigación:** Aplicaciones Matemáticas en Ciencias e Ingeniería  
Naturaleza y Ciudad

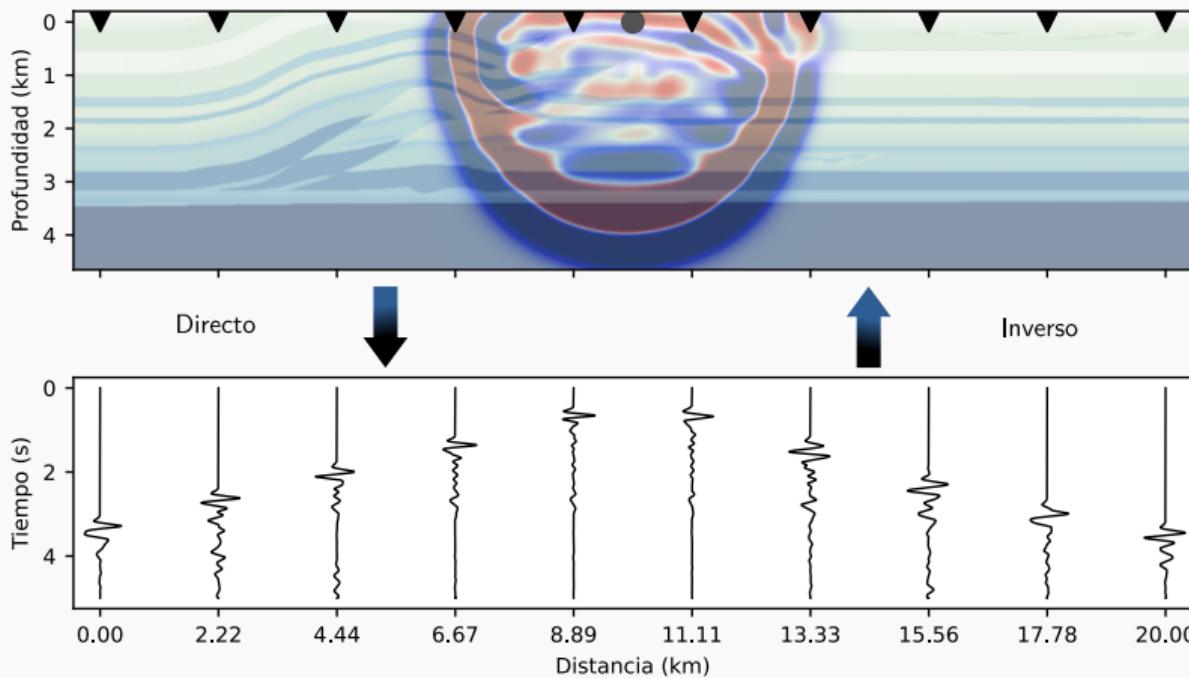
Universidad EAFIT  
Escuela de Ciencias Aplicadas e Ingeniería  
Doctorado en Ingeniería

Noviembre de 2025

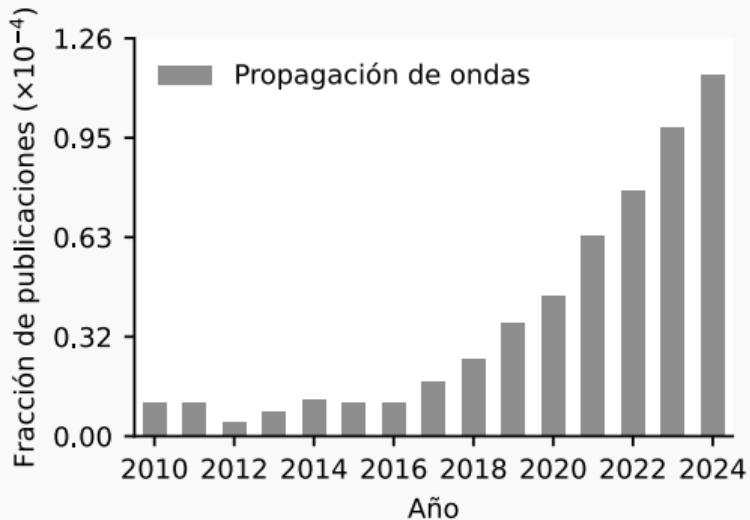
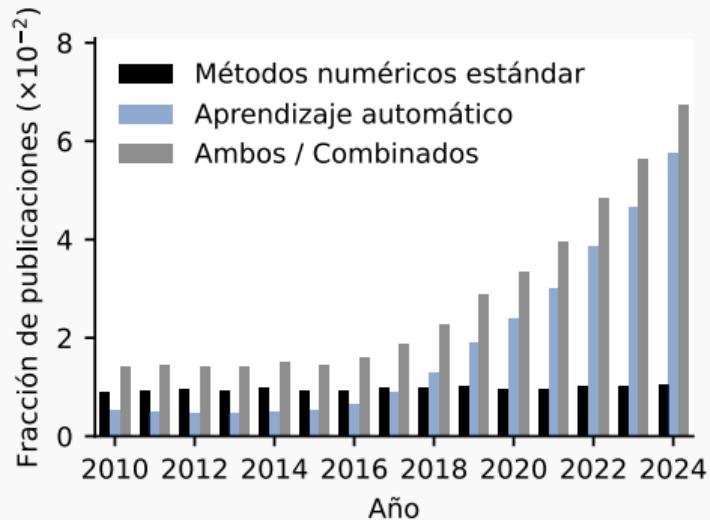
# Contenido

- ▶ Introducción
  - ▶ Modelado de la propagación de ondas
  - ▶ Métodos numéricos estándar
  - ▶ Métodos basados en aprendizaje automático
- ▶ Objetivos de investigación
- ▶ Metodología
- ▶ Avances preliminares

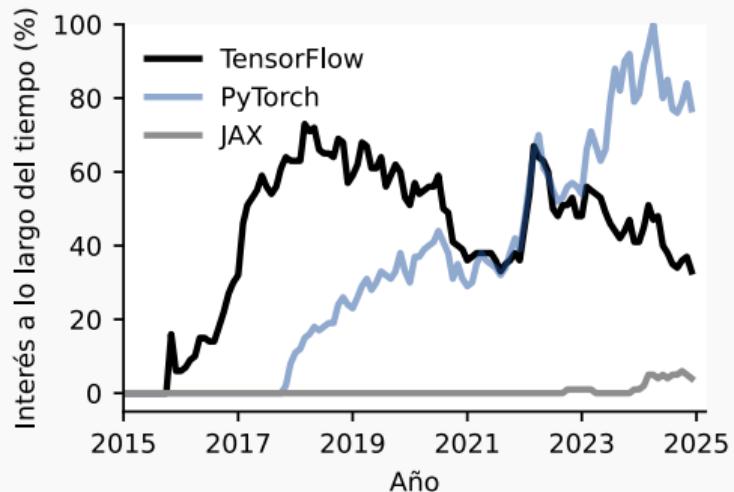
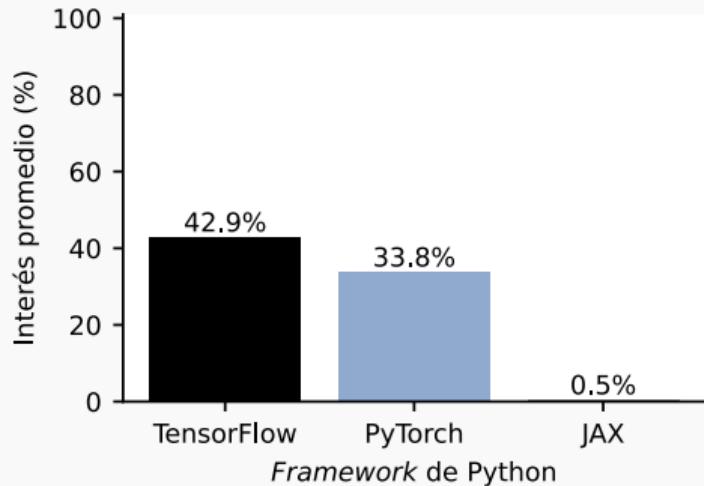
**Un modelo matemático que describe la propagación de ondas** en un medio busca representar, en el caso directo, mediante una función, cómo evoluciona un sistema a lo largo del tiempo y en el espacio.



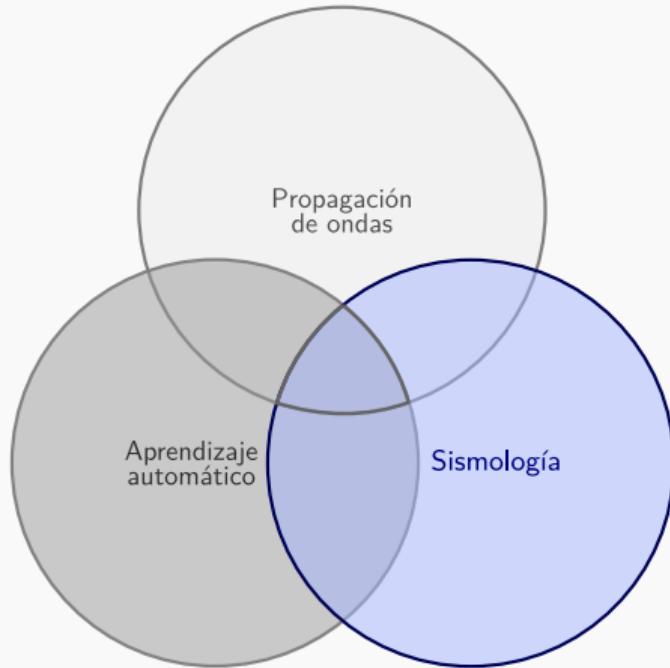
La relevancia de esta investigación se sustenta en el **creciente interés por integrar técnicas de aprendizaje automático** en áreas tradicionalmente dominadas por métodos numéricos estándar, como la sismología.



La investigación en aprendizaje automático fue impulsada por avances en hardware como las GPUs, un incremento significativo en la disponibilidad de datos, así como el desarrollo de **herramientas computacionales de acceso abierto** para la implementación de estos métodos.



Proponemos abordar la intersección entre el **aprendizaje automático** y el modelado de **la propagación de ondas**, específicamente en aplicaciones en **sismología**.

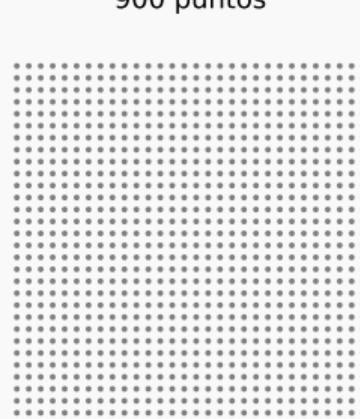
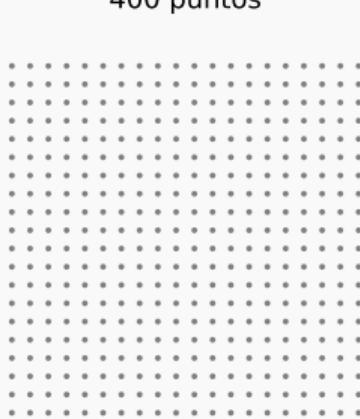


Se plantea la siguiente **pregunta de investigación**:

*¿De qué manera el aprendizaje automático puede constituir una alternativa o un complemento para las aplicaciones relacionadas con la propagación de ondas sísmicas?*

En los **métodos numéricos estándar** la precisión requerida que se logra depende de la discretización de la malla computacional.

Malla



Consideremos **el caso de la solución aproximada  $\hat{f}(x, y)$  obtenida mediante el método de diferencias finitas** para la ecuación de Helmholtz:

$$\begin{cases} \nabla^2 f + (5\pi)^2 f = 0, & \text{en } \Omega, \\ f = 0, & \text{en } \partial\Omega. \end{cases}$$

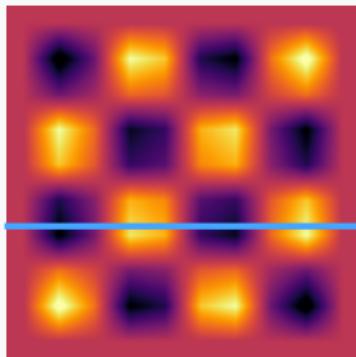
La solución analítica correspondiente está dada por

$$f(x, y) = \sin(5\pi x) \sin(5\pi y).$$

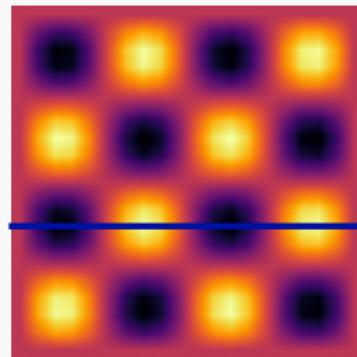
El refinamiento de la malla mejora la aproximación numérica.

$\hat{f}(x, y)$

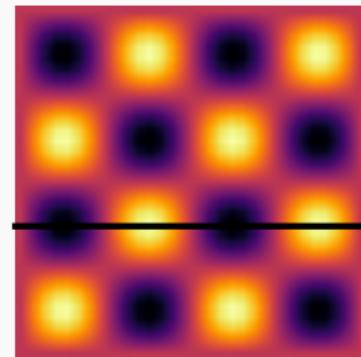
100 puntos



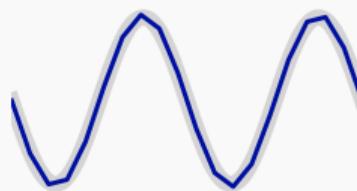
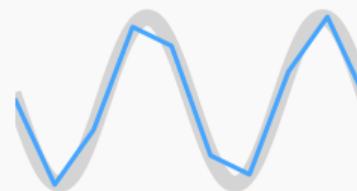
400 puntos



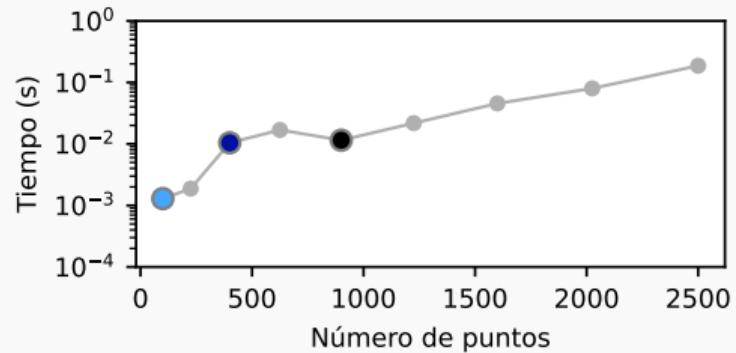
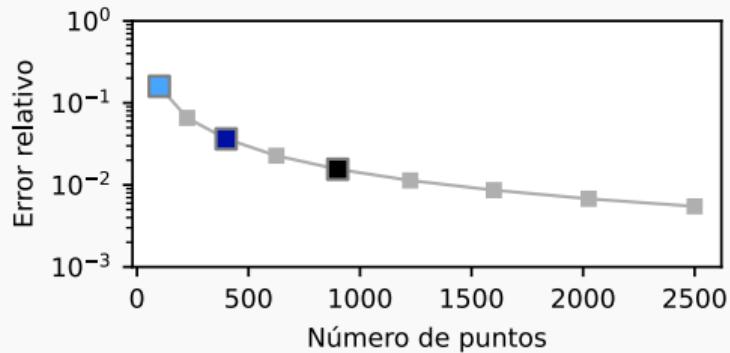
900 puntos



$\hat{f}(x, 0.375)$

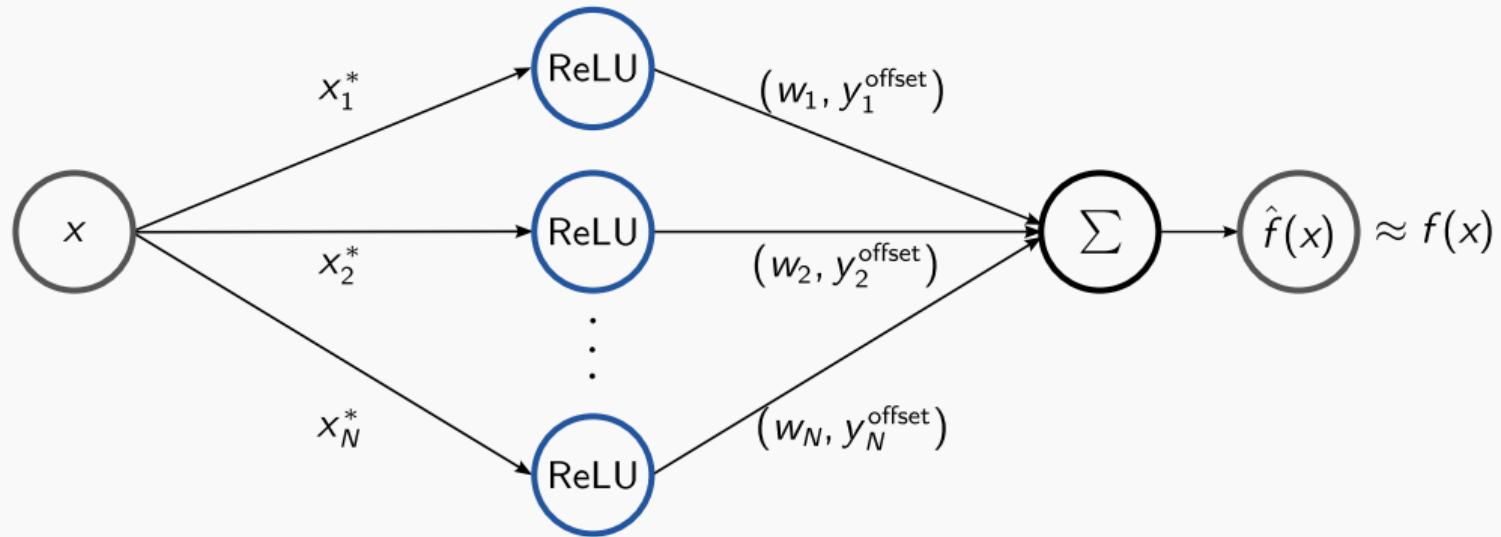


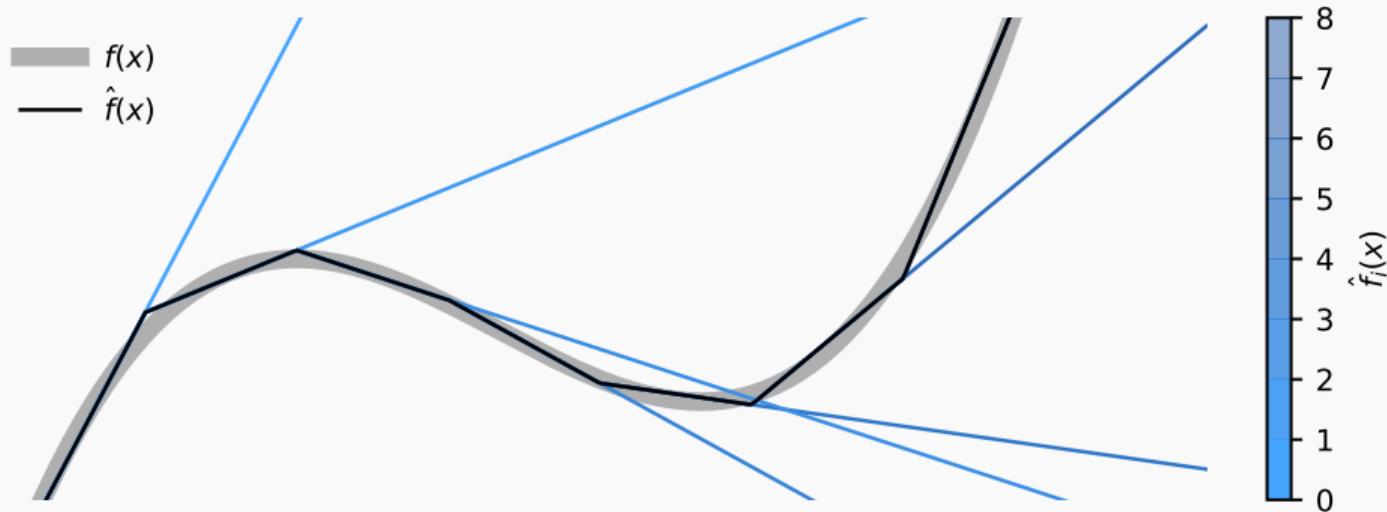
Se reduce el error relativo con respecto a la solución analítica y, al mismo tiempo, incrementa el tiempo de cómputo.

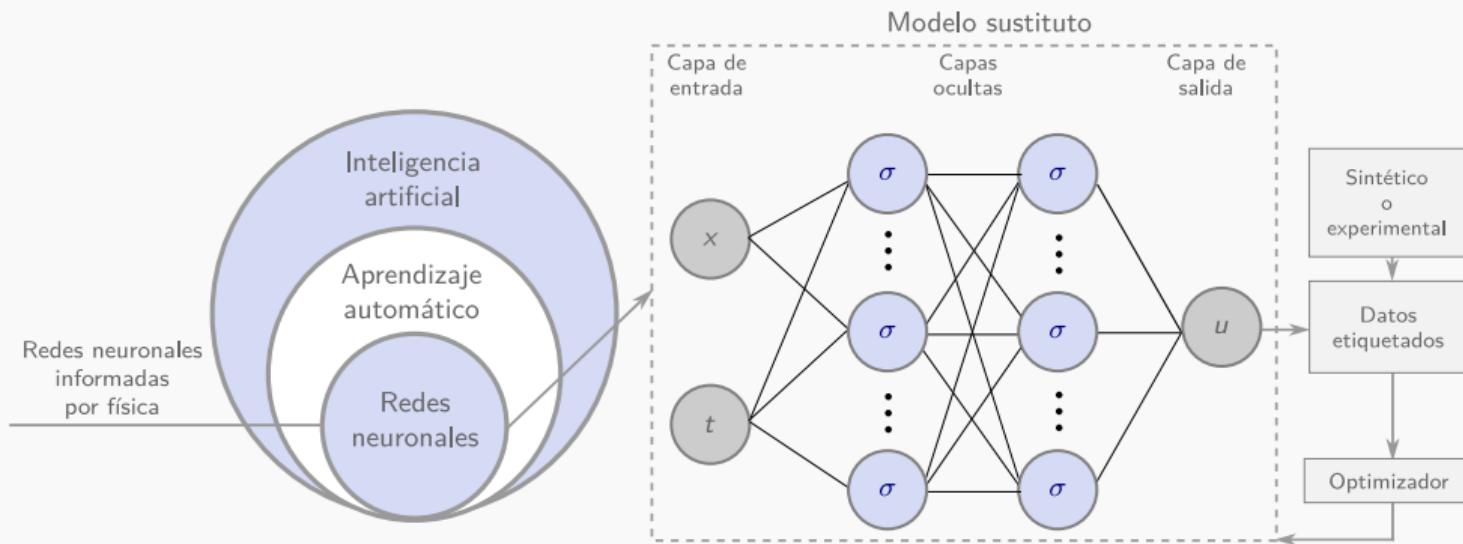


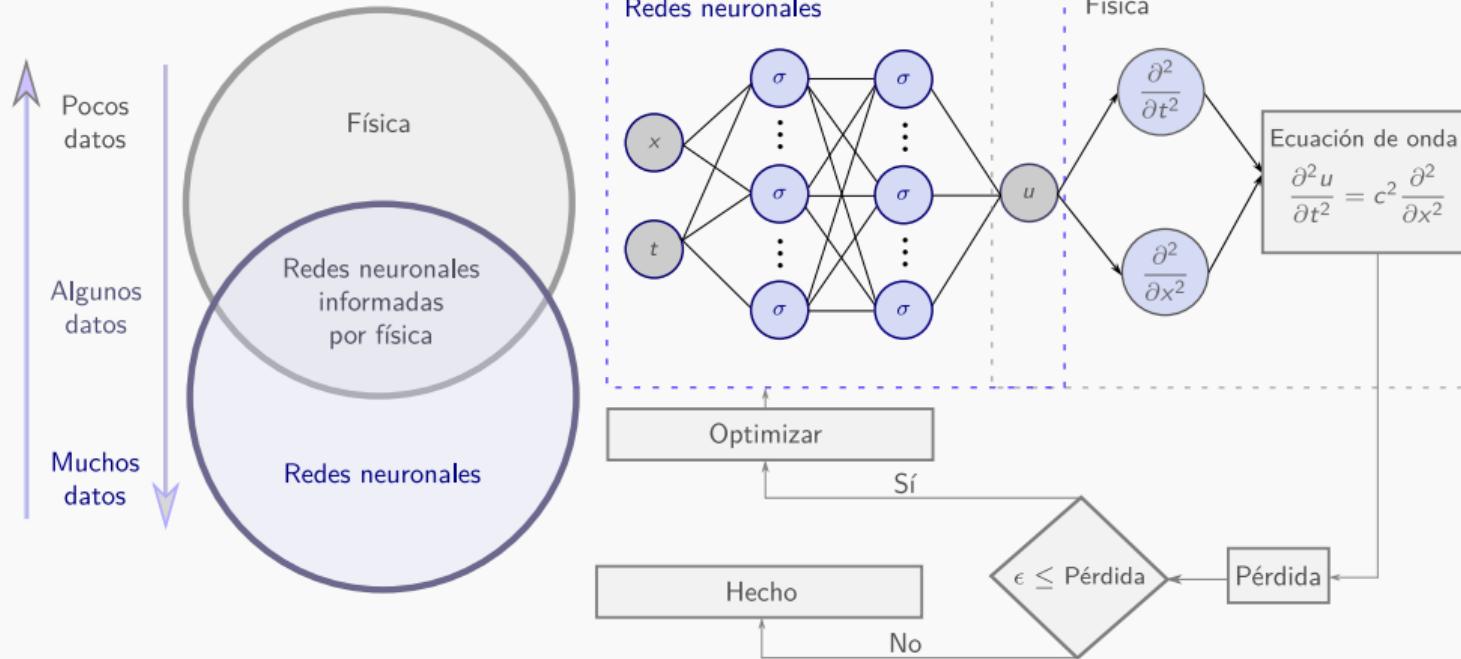


*Una red neuronal de propagación hacia adelante con una sola capa oculta y cierto número finito de neuronas puede aproximar de manera arbitraria cualquier función continua definida en un subconjunto compacto del espacio de entradas, siempre que la función de activación utilizada sea no constante, acotada y continua.*









Puntos de muestreo

60 puntos

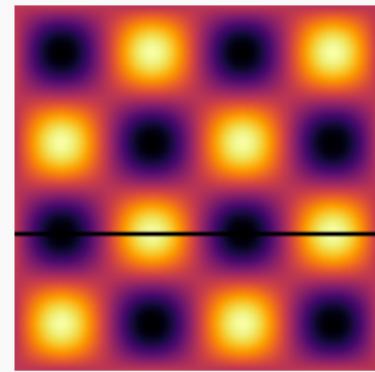
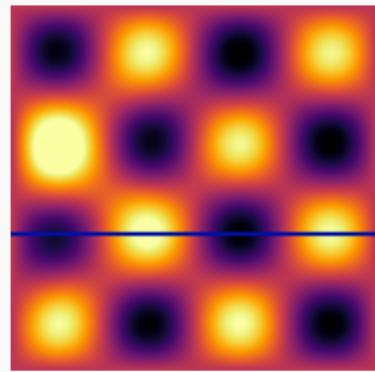
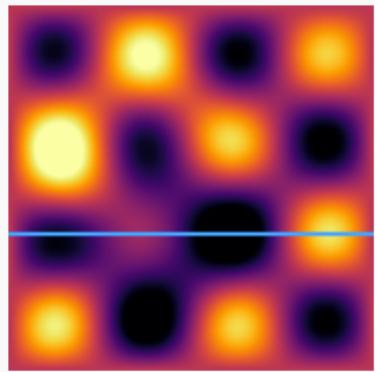
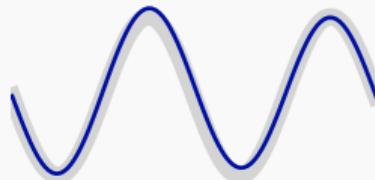
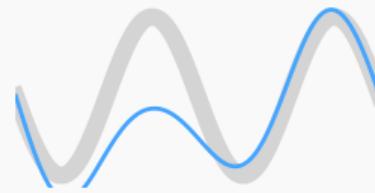


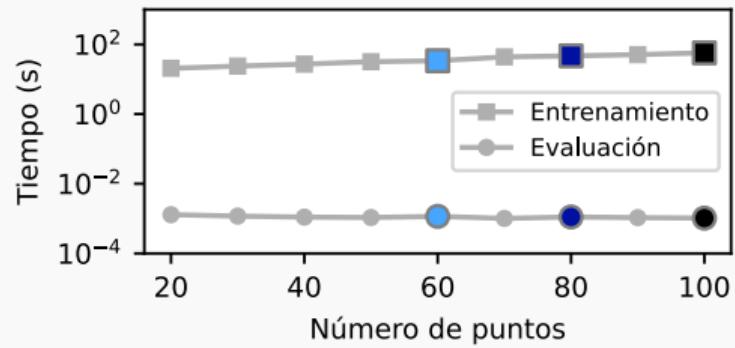
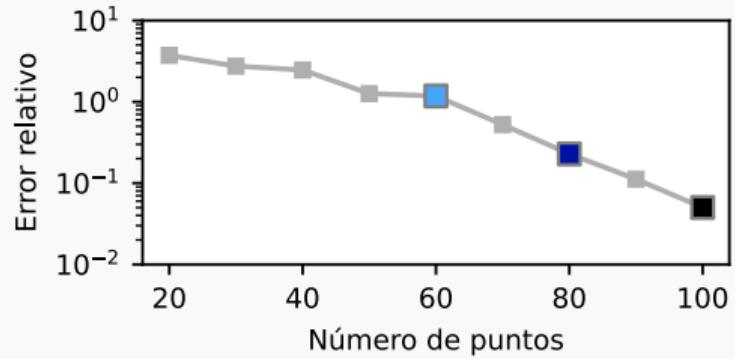
80 puntos



100 puntos



$\hat{f}(x, y)$  $\hat{f}(x, 0.375)$ 



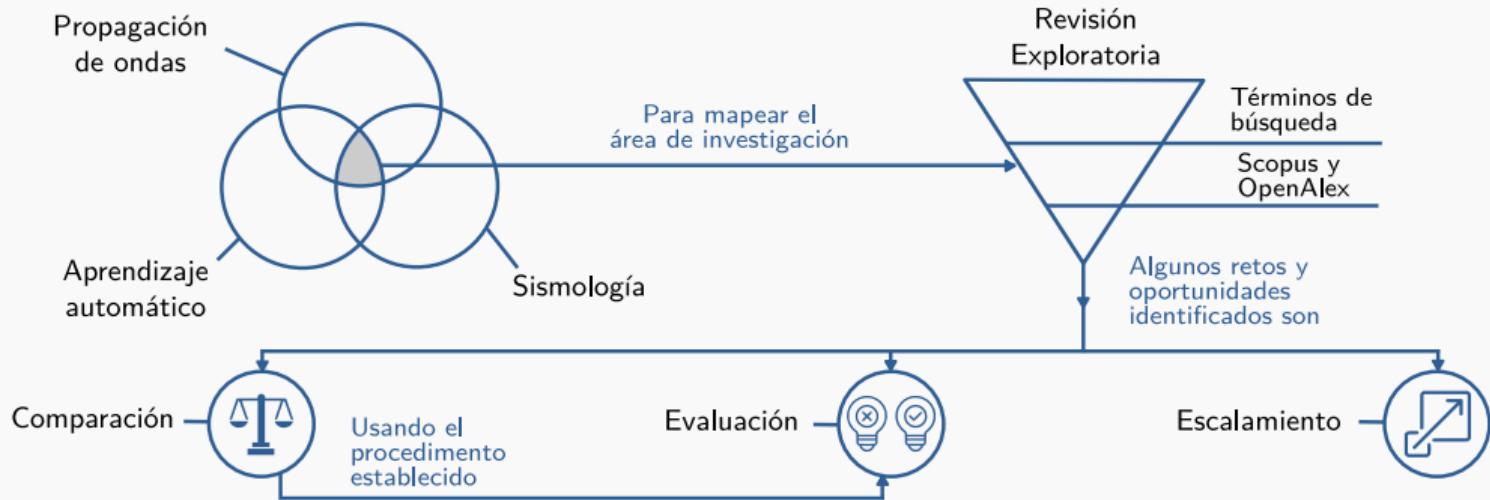
# Objetivos de la investigación

## **Objetivo general:**

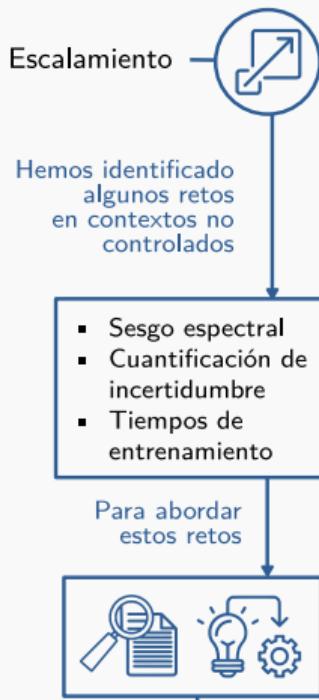
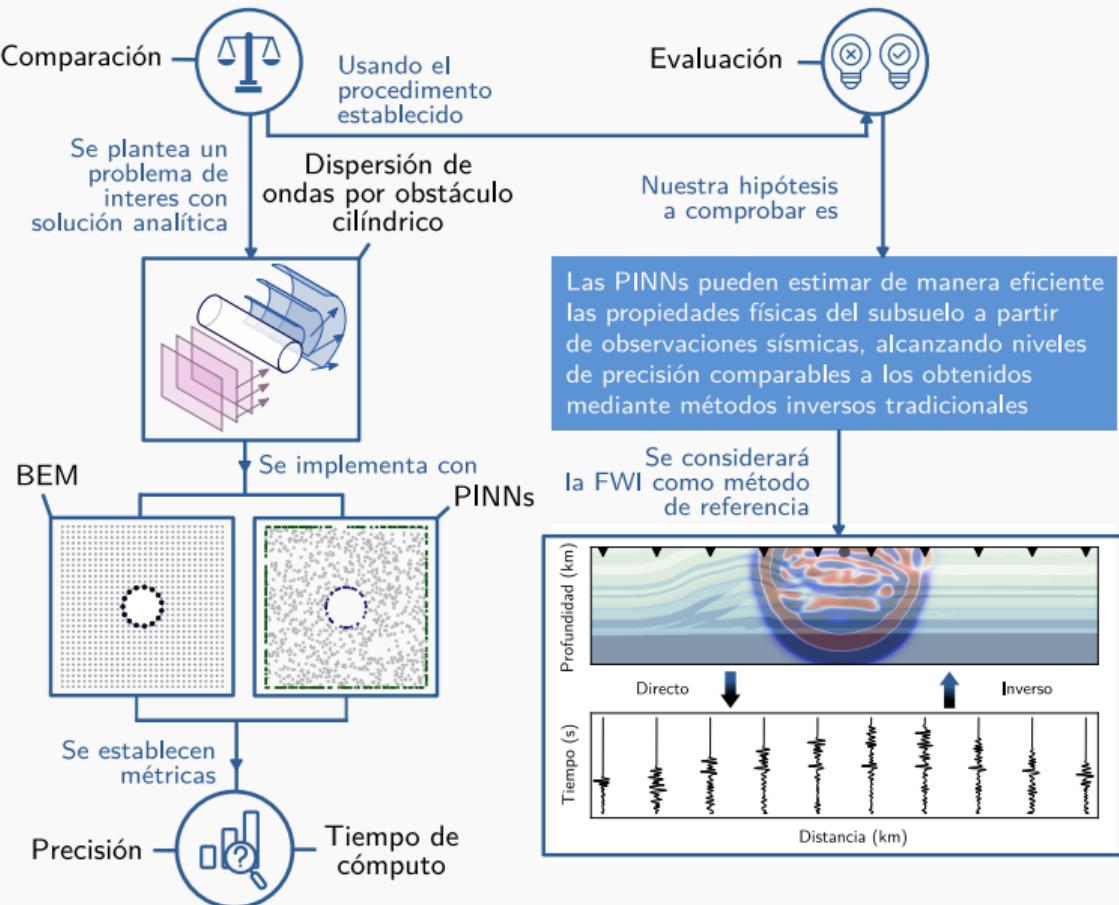
Desarrollar enfoques de aprendizaje automático que puedan constituir una alternativa o complemento a los métodos numéricos estándar en la modelación de la propagación de ondas, con énfasis en la evaluación de su rendimiento computacional y aplicabilidad en sismología.

## Objetivos específicos:

- ▶ **Mapear** las técnicas de aprendizaje automático utilizadas en el modelado de la ecuación de ondas aplicadas a la sismología, resaltando sus aplicaciones, alcances y desafíos actuales.
- ▶ **Comparar** métodos representativos de aprendizaje automático, frente a enfoques numéricos estándares, evaluando su precisión y eficiencia computacional, destacando sus ventajas, limitaciones y potencial de integración.
- ▶ **Evaluar** la capacidad de las PINNs para resolver problemas inversos en sismología, en lo referente a mantener una precisión comparable a la de los métodos estándar y, al mismo tiempo, reducir los costos computacionales.
- ▶ **Escalar** los enfoques basados en aprendizaje automático para favorecer el uso de datos provenientes de problemas en sismología en escenarios no controlados.



# Métodología de la investigación



# Avances preliminares











