TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ
YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ
DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ RUIZ

SOLUCIONAR LAS DERIVADAS

a) $f(x) = (x^2+x)^6$

REGLA DE LA CADENA

$= 6(x^2+x)^5 \cdot (2x+1)$

b) $F(x) = (2x^3+1)^{-5}$

$= -5(2x^3+5)^{-6} \cdot 6x^2$

$= \dfrac{-30x^2}{(2x^3+5)^6}$

c) $f(x) = (2x+3)^{3/2}$

$= \dfrac{3}{2}(2x+3)^{1/2} \cdot 2$

$= \dfrac{6\sqrt{2x+3}}{2}$

$= 3\sqrt{2x+3} = 3(2x+3)^{1/2}$

d) $f(x) = \sqrt{x^3+1}$

$= (x^3+1)^{1/2}$

$= \dfrac{1}{2}(x^3+1) \cdot 3x^2$

$= \dfrac{3x^2(x^3+1)^{-1/2}}{2} = \dfrac{3x^2}{2(x^3+1)^{1/2}}$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

e) $f(t) = \sqrt{\underbrace{\frac{t^2+1}{t^2-1}}_{u}} = (\sqrt{u}\cdot u)' = \frac{1}{2}u^{-1/2} = \frac{1}{2u^{1/2}} = \frac{1}{2\sqrt{u}}$

$= \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{t^2+1}{t^2-1}}} \cdot \left(\frac{t^2+1}{t^2-1}\right)'$

$\left(\frac{t^2+1}{t^2-1}\right)' = \frac{2t\cdot(t^2-1)-(t^2+1)\cdot 2t}{(t^2-1)^2}$ → regla del cociente $\frac{t}{g} = \frac{t'\cdot g - g'\cdot t}{g^2}$

$= \frac{2t^3-2t-(2t^3+2t)}{(t^2-1)^2}$

$= \frac{2t^3-2t-2t^3-2t}{(t^2-1)^2}$

$= \frac{\cancel{2t^3}-\cancel{2t^3}-2t-2t}{(t^2-1)^2} = \frac{-4t}{(t^2-1)^2}$

$= \frac{1}{2\sqrt{\frac{t^2+1}{t^2-1}}} \cdot \left(-\frac{4t}{(t^2-1)^2}\right)$

$= \frac{2t}{\sqrt{\frac{t^2+1}{t^2-1}} \cdot (t^2-1)^2}$

f) $f(u) = \frac{1}{(u+1)^2} = 1(u+1)^{-2}$

$= -2(u+1)^{-3}\cdot 1$

$= -2(u+1)^{-3}$

$= -\frac{2}{(u+1)^3}$

ⓐ $f(x) = e^{x^2+6}$

$= 2x\cdot e^{(x^2+6)}$

ⓑ $f(t) = e^{3-5\cdot t}$

$= -5e^{3-5t}$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	**UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA**

c) $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2} \longrightarrow y = u \cdot v = u \cdot v' + u' \cdot v$

$= x^2 \cdot (-2xe^{-x^2}) + 2x \cdot e^{-x^2}$

$= 2x \cdot e^{-x^2} + (-2xe^{-x^2})x^2$

$= 2x \cdot e^{-x^2} - 2xe^{-x^2} \cdot x^2$

$= 2x \cdot e^{-x^2} - 2e^{-x^2} \cdot x^3$

d) $F(u) = \frac{e^{2u}}{u} \longrightarrow \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - f \cdot g'}{g^2}$

$= \frac{2e^{2u} \cdot u - e^{2u} \cdot 1}{u^2}$

$= \frac{2e^{2u} \cdot u - e^{2u}}{u^2}$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

Resolver por derivada implicita

1. $2x\sqrt{y}-3x^2-7xy-1=0$

$$2xy^{1/2}-3x^2-7xy-1=0$$

$$2x\left(\frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}\right)\frac{dy}{dx}+2y^{1/2}-6x-7\left(x\cdot\frac{dy}{dx}+1\cdot y\right)=0$$

$$2x\left(\frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}\right)\frac{dy}{dx}+2y^{1/2}-6x-7x\cdot\frac{dy}{dx}+y)=0$$

$$\frac{dy}{dx}\left(\frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}-7x\right)\cdot 2x+2y^{1/2}-6x+7y=0$$

$$\frac{dy}{dx}\left(\frac{1}{2}y^{-1/2}-7x\right)=-2x-2y^{1/2}+6x-7y$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-2x-2y^{1/2}+6x-7y}{1/2\,y^{-1/2}-7x}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{4x-2\sqrt{y}-7y}{2\sqrt{y}-7x}$$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	**UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA**

2. $2^x \cdot y^2 - 2^y \cdot x^2 = xy$

$$2^x \cdot 2y\frac{dy}{dx} + 2^x \ln(2) \cdot y^2 - 2^y \cdot 2x + 2^y \ln(2) \cdot x^2 = x \cdot \frac{dy}{dx} + 1 \cdot y$$

$$\frac{dy}{dx}\left(2y + 2^y \ln(2) - x\right) 2^x + 2x^2 \ln(2) y^2 - 2^y \cdot 2x + x^2 = y$$

$$\frac{dy}{dx}\left(2y + 2^y \ln(2) - x\right) = y - 2^x - \left(2x^2 \ln(2)\right) + \left(2x + x^2\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y - 2^x - 2x^2 \ln(2) - y^2 + 2x - x^2}{2y + 2^y \ln(2) - x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(1-y) - 2^x - 2x\left(1 + x\ln(2)\right) - x^2}{\left(2y + 2^y \ln(2)\right) - x}$$

3. $x^2 + y^2 + 3x - 5y + 2 = 0$

$$2x + 2y\frac{dy}{dx} + 3 - 5\frac{dy}{dx} = 0$$

$$2x + \frac{dy}{dx}(2y - 5) + 3 = 0$$

$$\frac{dy}{dx}(2y - 5) = -2x - 3$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x - 3}{2y - 5}$$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: **OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ** **YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ** **DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ**	**UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA**

4. $\operatorname{sen}(x+y) + e^y = y$

$$\cos(x+y\left(1+\frac{dy}{dx}\right) + \frac{dy}{dx}\, e^y = \frac{dy}{dx}$$

$$1+\frac{dy}{dx} \cdot \cos(x+y) + \frac{dy}{dx}\, e^y = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx}\left(\cancel{1}\; e^y - \cancel{1}\right) = -\cos(x+y) - 1$$

$$\frac{dy}{dx}\left(e^y\right) = -\cos(x+y) - 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\cos(x+y) - 1}{e^y}$$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

6. $x^2 + 2xy + y^2 + y - x = 0$

$$2x + 2\left(x \cdot \frac{dy}{dx} + 1 \cdot y\right) + 2y\frac{dy}{dx} + \frac{dy}{dx} - 1 = 0$$

$$2x + 2x\frac{dy}{dx} + 2y + 2y\frac{dy}{dx} + \frac{dy}{dx} - 1 = 0$$

$$\frac{dy}{dx}\left(2x + 2y + 1\right) = -2x - 2y + 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x - 2y + 1}{2x + 2y + 1}$$

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ, YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ, DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

7. $xy^2 - x^3 + y - 1 = 0$

$$x \cdot 2y\frac{dy}{dx} + 1 \cdot y^2 - 3x^2 + \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx}(2y+1) = -x - y^2 + 3x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x - y^2 + 3x^2}{2y+1}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-y^2 + x(3x-1)}{2y+1}$$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

Realizar integrales.

$$\int \frac{dy}{(2-y)^3} \qquad u = 2-y \qquad du = -1\,dy$$

$$\int \frac{1}{u^3}(-1)dy$$

$$\int u^{-3}\,du \to \frac{u^{-3+1}}{-3+1}\,du$$

$$= \frac{u^{-2}}{-2} \to \frac{u^{\frac{1}{2}}}{-2} \to -\frac{1}{u^2 \cdot 2}$$

$$\to -\frac{1}{2u^2}$$

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

$$= -\frac{1}{2u^2}\,dy$$

$$= -\left(-\frac{1}{2(2-y)^2}\right) + c$$

$$R = \frac{1}{2(2-y)^2} + c$$

$$\int \frac{x\ dx}{(x^2+4)^3}$$

$$v = x^2 + 4$$

$$dv = 2x\,dx$$

$$\frac{dv}{2}\ x\,dx$$

$$\int \frac{\frac{dv}{2}}{v}$$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: **OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ** **YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ** **DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ**	**UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA**

$\frac{1}{2}\int \frac{dv}{v}$ Formula $\int \frac{dv}{v} = \ln(v)$

$\frac{1}{2}\ln(v) + C$

Respuesta: $\frac{1}{2}\ln|x^2+4|+C$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: **OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ** **YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ** **DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ**	**UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA**

$$\int (1 - x^3)^2 x^2 \, dx$$

$$u = 1 - x^3$$

$$du = -2x^2 \, dx$$

$$\frac{du}{-2x^2} = dx$$

$$\int u^2 \cdot x^2 \frac{du}{3x^2}$$

$$\frac{1}{3} \int u^2 \cdot \cancel{x^2} \frac{du}{\cancel{x^2}}$$

$$\frac{1}{3} \int u^2 \cdot du \qquad \text{Formula: } \int u^n \, du = \frac{u^{n+1}}{n+1}$$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES:	UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA
OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{(1-x^3)^3}{3}+C$$

Respuesta: $\dfrac{(1-x^3)^3}{9}+C$

$$\int \sqrt{3x-1}\ dx$$

$\int (3x-1)^{1/2}\ dx$ Fomula: $\int v^n\, dv = \dfrac{v^{n+1}}{n+1}$

$v = 3x-1$

$dv = 3\,dx$

$$\int (3x-1)^{1/2}\ 3\,dx$$

$$\frac{1}{3}\int (3x-1)^{1/2}\ dx$$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{(3x-1)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{(3x-1)^{3/2}}{3/2} + C$$

Respuesta! $\dfrac{(3x-1)^{3/2}}{9/2} + C$

$$\int \sqrt{2-3x}\, dx$$

$$\int (2-3x)^{1/2}\, dx$$

$v = 2-3x$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	**UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA**

$du = -3\,dx$

$\int v^{1/2} \cdot -3\,dx$

$-\frac{1}{3}\int v^{1/2} \cdot dx$

$-\frac{1}{3} \cdot \frac{v^{3/2}}{3/2}$

$-\frac{1}{3} \cdot \frac{(2-3)^{3/2}}{3/2} + C$

Respuesta: $-\frac{(2-3)^{3/2}}{9/2} + C$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: **OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ** **YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ** **DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ**	**UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA**

$$\int (2x^2+3)^{1/3}\, x\, dx$$

$$u = 2x^2+3$$

$$du = 4x\, dx \rightarrow \frac{du}{4x}\, dx$$

$$\int u^{1/3} \cdot x \frac{du}{4x}$$

$$\frac{1}{4}\int u^{1/3} \cdot du$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{u^{1/3+1}}{1/3+1}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{(2x^2+3)^{4/3}}{4/3}$$

$$\frac{(2x^2+3)^{1/3}}{\frac{16}{3}} \rightarrow \frac{(2x^2+3)^{1/3}}{\frac{1}{\frac{16}{3}}} \rightarrow \frac{3(2x^2+3)^{1/3}}{16}$$

Respuesta: $\dfrac{(6x^2+9)^{1/3}}{16}$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

$$\int (x-1)^2 x \, dx$$

$$\int x\left(x^2 + 2x(-1) + (-1)^2\right) dx$$

$$\int x\left(x^2 - 2x + 1\right) dx$$

$$\int \left(x^3 - 2x^2 + x\right) dx$$

$$\int x^3 \int 2x^2 + \int x \, dx$$

$$\frac{x^4}{4} - \frac{2x^2}{4} + \frac{x^2}{2} + C \rightarrow \frac{x^4}{4} - \cancel{\frac{x^2}{2}} + \cancel{\frac{x^2}{2}} + C$$

Respuesta: $\frac{x^4}{4} + C$

$$\int \left(x^2 - 1\right) x \, dx$$

$u = x^2 - 1$

$du = 2x \, dx$

$\frac{du}{2} = x \, dx$

$\int u \cdot \frac{du}{2}$

$\frac{1}{2} \int u \cdot du$

$= \frac{1}{2} \frac{u^{1+1}}{1+1} + C$

$= \frac{1}{2} \frac{u^2}{2} + C$

$= \frac{u^2}{4} + C$

$= \frac{x^2 - 1}{4} + C \rightarrow$ Respuesta

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

$$\int \sqrt{1+y^4}\; y^3\, dy$$

$$\int (1+y^4)^{1/2}\, y^3\, dy$$

$$u = 1+y^4$$

$$du = 4y^3\, dx \rightarrow \frac{du}{4y^3} = dx$$

$$\int u^{1/2} \cdot \cancel{y^3} \cdot \frac{du}{4\cancel{y^3}}$$

$$\frac{1}{4}\int u^{1/2} \cdot du. \quad \text{Formula: } \int u^n \cdot du = \frac{u^{n+1}}{n+1}$$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{(1+y^4)^{1/2+1}}{1/2+1}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{(1+y^4)^{3/2}}{3/2}$$

$$\frac{(1+y^4)^{3/2}}{\frac{3}{2}} \rightarrow \frac{\frac{(1+y^4)^{3/2}}{1}}{\frac{3}{2}} \rightarrow \frac{2(1+y^4)^{3/2}}{3}$$

Respuesta: $\frac{(2+2y^4)^{3/2}}{3}$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: **OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ** **YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ** **DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ**	**UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA**

Guía de matemáticas

Tema 1 Derivadas parciales.

para determinar la velocidad o el ritmo de cambio de una función de varias variables respecto a una de sus variables independientes se utiliza el proceso de derivación parcial

Ejemplo 1:

$$f(x,y,z) = 5x^6 \operatorname{sen}(3y^4 z^2)$$

$$f_x = \frac{\partial f}{\partial x} = 5 \cdot \operatorname{sen}(3y^4 z^2) \cdot 6x^5$$

$$= 30x^5 \operatorname{sen}(3y^4 z^2)$$

primera derivada parcial con respecto a x es:

$$f_x = 30x^5 \operatorname{sen}(3y^4 z^2)$$

$$f_y = \frac{\partial f}{\partial y} = 5x^6 \cdot \cos(3y^4 z^2) \cdot 3z^2 \cdot 4y^3$$

$$f_y = 60x^6 y^3 z^2 \cos(3y^4 z^2)$$

Primera derivada parcial con respecto a y es:

$$f_y = 60x^6 y^3 z^2 \cos(3y^4 z^2)$$

$$f_z = \frac{\partial f}{\partial z} = 5x^6 \cdot \cos(3y^4 z^2) \cdot 3y^4 \cdot 2z$$

$$f_z = 30x^6 y^4 z \cos(3y^4 z^2)$$

Primera derivada parcial con respecto a z es:

$$f_z = 30x^6 y^4 z \cos(3y^4 z^2)$$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: **OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ** **YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ** **DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ**	**UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA**

Institución: Curso: Nota:

Tema 2 : Integracion por partes

Introducción:

Cuando integramos debemos tener en cuenta que; Cuando el integrando está formado por un producto se recomienda utilizar el metodo de integración por partes que consiste en aplicar la siguiente Formula:

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

también conocida como:

un día vi una vaca menos flaca vestida de uniforme

Metodos para aplicar la integración por partes:

1. El integrando debe ser el integrando de dos factores
2. Uno de los factores sera u y el otro sera dv
3. Se calcula du derivando u y se integra dv para calcular v.
4. Se aplica la Formula

Ejemplo:

En la siguiente integral no tenemos un producto explicito de funciones, pero como no sabemos cuál es la primitiva del logaritmo, lo que haremos es derivarlo, es decir $u = \ln(x)$

$$\int \ln(x)\,dx$$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: **OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ** **YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ** **DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ**	**UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA**

$u = \ln x \rightarrow du \; \frac{1}{x}$

$dv = 1 \rightarrow v = x$

$$\int \ln(x)\, dx = x \ln x - \int x \cdot \frac{1}{x}\, dx$$

$$= x \ln x - x + C$$

Ejercicios:

$$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\, dx$$

$u = \ln x$

$du = \frac{1}{x}\, dx$

$dv = \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx \rightarrow v = \int dv = \int \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx = \int x^{-1/2} dx$

$$= \frac{x^{1/2}}{1/2} = 2x^{1/2} = 2\sqrt{x}$$

$$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\, dx = \ln x \cdot 2\sqrt{x} - \int 2\sqrt{x} \cdot \frac{1}{x}\, dx$$

$$= 2\sqrt{x} \ln x - 2\int x^{1/2} x^{-1}\, dx$$

$$= 2\sqrt{x} \ln x - 2\int x^{-1/2}\, dx + C$$

$$= 2\sqrt{x} \ln|x - 2\left(\frac{x^{1/2}}{1/2}\right) + C$$

$$R = 2\sqrt{x} \ln|x - 4\sqrt{x}| + C$$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	**UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA**

$$\int \cos x \ln(\operatorname{sen} x)\,dx$$

$u = \ln(\operatorname{sen} x)$ $\quad du = \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}\,dx$

$dv = \cos x$

$v = \int dv = \int \cos x\,dx = \operatorname{sen} x$

$$\int \cos x \ln(\operatorname{sen} x)\,dx$$

$$= \ln(\operatorname{sen} x)\cdot \operatorname{sen} x - \int \operatorname{sen} x \cdot \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}\,dx$$

$$= \operatorname{sen} x \ln(\operatorname{sen} x) - \int \cos x\,dx$$

Respuesta: $\operatorname{sen} x\,(\ln(\operatorname{sen} x) - 1) + C$

Tema 3: integración por fracciones parciales

Es un método de integración que permite resolver integrales de ciertas funciones racionales que no se pueden resolver por otros métodos.

Caso 1: Factores lineales distintos

en este caso cada factor lineal de la forma $ax+b$ del denominador le corresponde una constante, se aumentara en número de constantes dependiendo de cuantos factores se tengan en el denominador

$$\frac{10x+6}{(x-3)(x+1)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+1}$$

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

El número de Factores será igual al grado del polinomimio; es decir; cada Factor lineal ax+b que Figure en n veces en el denominador le corresponde una suma de fracciones de la Forma

$$\frac{A}{(ax+b)}+\frac{B}{(ax+b^2)}\cdots+\frac{N}{(ax+b)^n}$$

Caso 3: Factor cuadratico distinto

En este caso a cada Factor le corresponderan dos constantes, de las cuales una de estas será el coeficiente del termino lineal el denominador contiene factores de segundo grado pero ninguno de estos se repite.

a todo Factor no repetido como

$$x^2+px+q$$

le corresponde una Fracción parcial de la Forma

$$\frac{Ax+B}{x^2+px+q}$$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: **OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ** **YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ** **DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ**	**UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA**

Caso 4: Factores cuadráticos Repetidos

El denominador contiene factores de segundo grado y algunos de estos se repiten. A todo factor de segundo grado repetido n veces, como:

$$(x^2+pq+q)^n$$

Corresponderá a la suma de n fracciones parciales, de la forma

$$\frac{Ax+B}{(x^2+px+q)^n}+\frac{Cx+D}{(x^2+px+q)^n}+\frac{Cx+M}{(x^2+px+q)^n}$$

Ejercicios

$$\int \frac{x^2+2x-1}{2x^3+3x^2-2x}\,dx$$

$$2x^3+3x^2-2x$$
$$x(2x^2+3x-2)$$

$$a=2 \quad b=3 \quad c=-2$$

b^2-4ac

$=9-4\cdot 2\cdot(-2)$

$=9+16=25$

$$\frac{(2x)^2+3\cdot(2x)-4}{2}=\frac{(\cancel{2x+4})(2x-1)}{2}$$

$x+2$

$$=(x+2)(2x-1$$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ	**UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA**

$$\int \frac{x^2+2x-1}{x(x+2)(2x-1)}\,dx$$

$$\frac{x^2+2x-1}{x(x+2)((2x-1)}$$

$$= \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{2x-1}$$

$$\frac{x^2+2x-1}{x(x-2)(2x-1)} = \frac{A(x+2)(2x-1)+Bx(2x-1)+Cx(x+2)}{x(x+2)(2x-1)}$$

$$x^2+2x-1 = A(x+2)(2x-1)+Bx(2x-1)+Cx(x+2)$$

$$x=-2$$

$$4-4-1 = B\cdot(-2)(-5)$$

$$-1 = 10B$$

$$\frac{1}{10} = B$$

$x = 1/2$ $\quad 2x-1=0$

$2x = 1$

$x \;\; \frac{1}{2}$

$1/4+1-1 = C\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{2}$

$1/4 = \frac{5}{4}C$

$\frac{1}{5} = C$

TALLER DE IDENTIDADES. **Matemáticas especiales**

INTEGRANTES: **OSCAR YESID SANCHEZ GUTIERREZ** **YONATAN ESTIVEN CASTAÑEDA RODRIGUEZ** **DIEGO ALEJANDRO RODRIGUEZ**	**UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA**

$$x = 0$$

$$-1 = A \cdot 2 \cdot (-1)$$

$$-1 = -2A$$

$$\frac{-1}{-2} = A$$

$$\frac{x^2 + 2x - 1}{x(x+2)(2x-1)} = \frac{1/2}{x} + \frac{-1/10}{x+2} + \frac{1/5}{2x-1}$$

$$= \int \left(\frac{1/2}{x} - \frac{1/10}{x+2} + \frac{1/5}{2x-1} \right) dx$$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{dx}{x} - \frac{1}{10}\int \frac{dx}{x+2} + \frac{1}{5}\int \frac{dx}{2x-1}$$

$$= \frac{1}{2}\ln x - \frac{1}{10}\ln(x+2) + \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2}\ln(2x-1)$$

$$= \frac{1}{2}\ln x - \frac{1}{10}\ln(x+2) + \frac{1}{10}\ln(2x-1) + C$$