模擬與統計計算

HW4

N26120838 吳定洋

Method 1

按照法一的要求

STEP 1: $t = 0, I = 0.$
STEP 2: Generate a random number U.
STEP 3: $t = t - \frac{1}{\lambda} \log U$. If $t > T$, stop.
STEP 4: $I = I + 1, S(I) = t.$
STEP 5: Go to Step 2.

我進行了 3 個 λ 參數測試，分別為 1.0、4.0、10.0，而 T 我皆固定為 1，每個實驗我都進行了 1M 次，並將結果畫成折線圖，來觀察 PDF 機率質量函數圖。

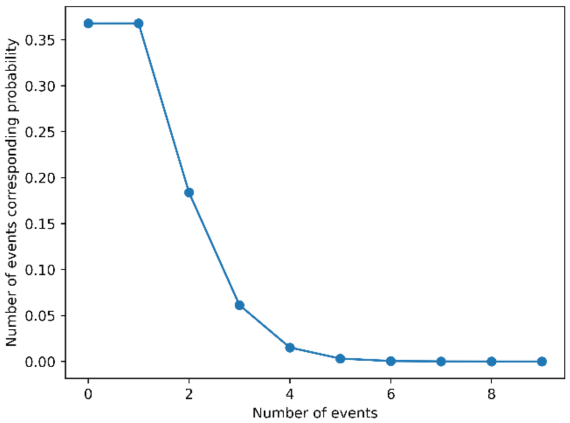

圖 一 λ = 1.0 取樣 1M 次 Poisson distribution

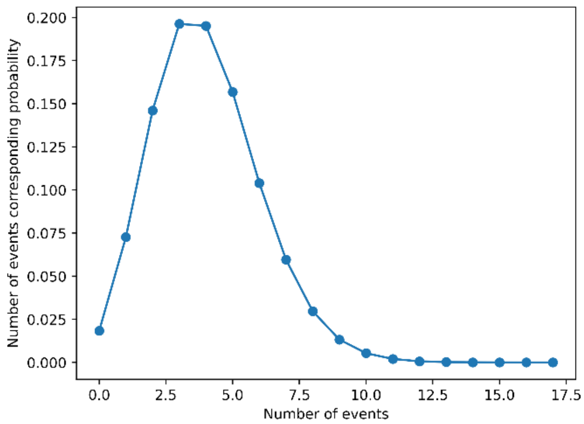

圖 二 λ = 4.0 取樣 1M 次 Poisson distribution

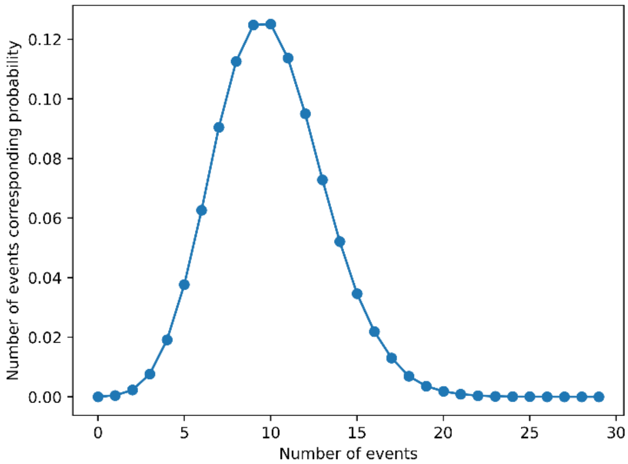

圖 三 λ = 10.0 取樣 1M 次 Poisson distribution

之所以取這些 λ 是因為可以從 wikipedia 中對照 Poisson distribution

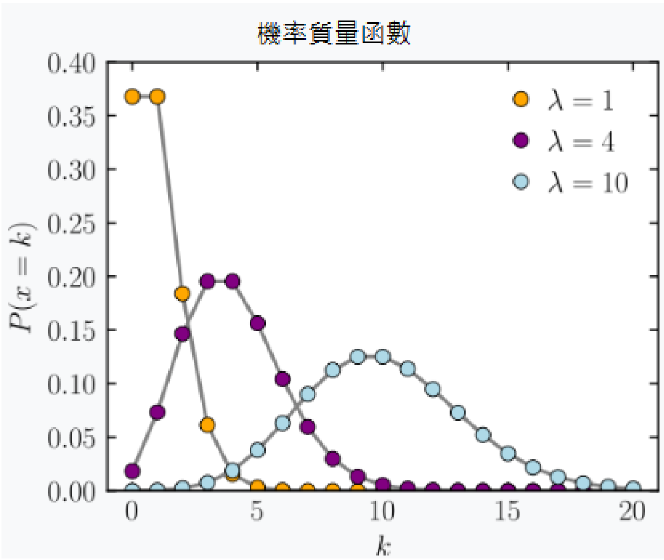

圖 四 維基百科 Poisson distribution 圖

Method 2

- Generate n=N(T)
- Generate $u_1, u_2, \ldots u_n$ Uniform (0,1) random numbers, each is Uniform(0,1)
- $u_1T, u_2T, \ldots, u_nT$ are the unordered Poisson arrival times

用法二的方法，一樣我進行了 3 個 λ 參數測試，分別為 1.0、4.0、10.0，而 T 我皆固定為 1，每個實驗我都進行了 1M 次，並將結果畫成折線圖，來觀察 PDF 機率質量函數圖。

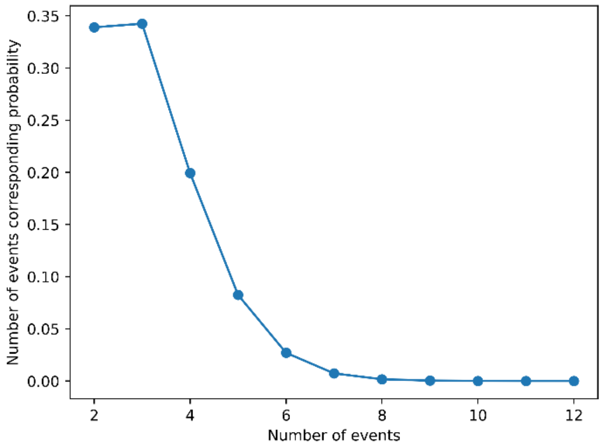

圖 六　λ = 1.0　取樣 1M 次　Poisson distribution

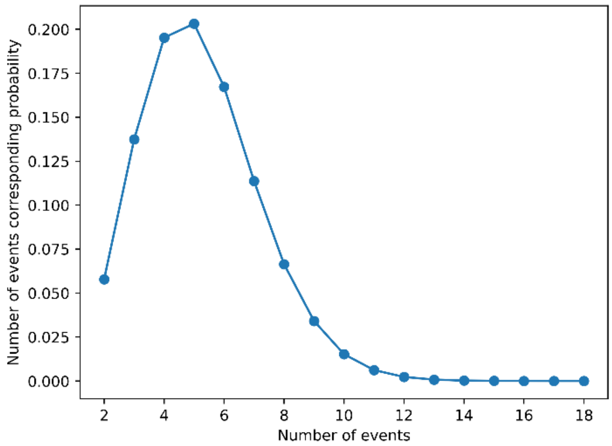

圖 五　λ = 4.0　取樣 1M 次　Poisson distribution

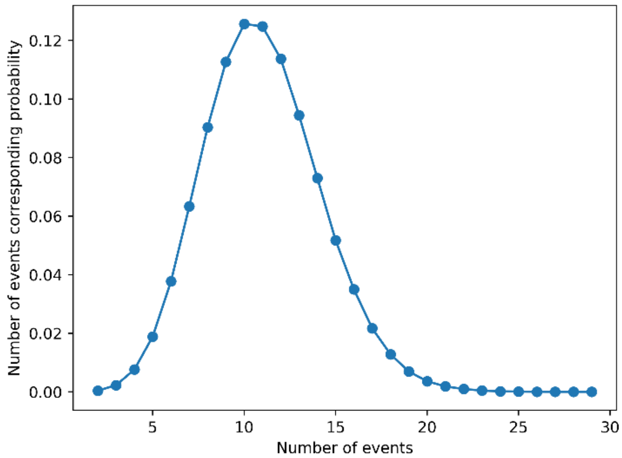

圖 七　λ = 10.0　取樣 1M 次　Poisson distribution

由法二畫出來的圖所示，其實和法一畫出來的圖幾乎一模一樣。

由此可以觀察出這兩個方法都是 based on Poisson distribution，因為這兩個方法都有用到上課提到的 inverse transform algorithm。

$$F(x) = 1 - e^{-x}$$

Poisson

n

$$u = F(x) = 1 - e^{-x}$$

$$1 - u = e^{-x}$$

$$x = -\log(1 - u)$$

mean

$$X = \boxed{-\frac{1}{\lambda}} \log U$$

$X = -$ me