模擬與統計計算

HW6

N26120838 吳定洋

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 字型 的圖片

自動產生的描述

1、概述

本次作業要我們模擬M/M/1的queueing system，代表是single-server的模擬。

本作業的customer arrival time和service time都是要用到exponential distribution的概念，因為poisson process 也是由此而來。

2、實作

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 軟體, 多媒體軟體 的圖片

自動產生的描述

首先我先將所有客人的到達時間點給記錄下來，每次的arrival都是poisson process，我的寫法是將所以客人到達的時間放在一個時間軸上，例如在1分鐘時來了一個客人，然後用poisson process取一個時間得到30秒後又來第二個，在customer\_arrival\_time\_timeline上就會記錄[1 , 1.5]。

接下來all\_service\_time則紀錄該客人(index)所需要的服務時間。

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 字型, 軟體 的圖片

自動產生的描述

我需要計算前一個客人的離開時間，以便我計算後面這位客人進入排隊等待的時間等待時間有多長，只需要把前一位客人離開時間點減去現在這位客人的抵達時時間點即可，不會有負數會直接記0 (不用等)。

這邊離開時間點也是和到達時間一樣概念用的timeline的方法，leave time只需要將該客人的wait time + service time加上他到達的時間點即可。

3、模擬實驗



我的主要function可調控參數如上。lambda\_possion調整arrival time的poisson process的lambda、customers代表這次模擬幾位客人、lambda\_service調整service exponential distribution的lambda。

例子：

我將最小時間單位設定為1，如果lambda\_possion = 2，代表客人平均 1/2 分鐘也就是30秒會來一個。lambda\_service = 1，代表一個客人平均要服務1/1分鐘也就是一分鐘。

接下來我會分別模擬3個實驗，分別為

1. lambda\_possion = 2 , lambda\_service = 1 , customers = 1000
2. lambda\_possion = 1 , lambda\_service = 1 , customers = 1000
3. lambda\_possion = 1 , lambda\_service = 2 , customers = 1000
4. lambda\_possion = 2 , lambda\_service = 1 , customers = 1000

一張含有 文字, 行, 螢幕擷取畫面, 繪圖 的圖片

自動產生的描述

圖表 1 客人平均0.5分鐘來一個 服務時間平均1分鐘

由此圖可以看出，每位客人的等待時間會越來越長，因為客人來的速度太快，而服務時間太久，導致後面來的客人前面可能還要等好多人。越後面來的人需要等越多人。由上圖可看出最後一個客人需要等將近500分鐘。



圖表 2 模擬1 utilization與 average wait time

由此可看出server的利用率非常的高，但平均等待時間是233分鐘。

1. lambda\_possion = 1 , lambda\_service = 1 , customers = 1000

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面 的圖片

自動產生的描述

圖表 3 客人平均1分鐘來一個 服務時間平均1分鐘

這圖就沒有前一個後面的客人會越等越久的現象了，而且最常等待時間也只有35分鐘左右。



圖表 4 模擬2 utilization與 average wait time

Server的utilization有降下來一點，只剩下95.5%，代表有些時候客人arrival時server可能是空的。而平均的wait time只有11.5分鐘左右。

1. lambda\_possion = 1 , lambda\_service = 2 , customers = 1000

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 圖表, 繪圖 的圖片

自動產生的描述

圖表 5 客人平均1分鐘來一個 服務時間平均0.5分鐘

這圖的bar明顯更加稀疏了，代表有很多時間server是閒置狀態，客人來了等都不用等可以直接服務，因為員工太有效率服務太快。等最久的客人也只有等7分鐘左右。



圖表 6 模擬2 utilization與 average wait time

Server的utilization只剩下51%左右，而客人平均等待時間為0.58分鐘。

4、討論

此實驗可以看出如果lambda\_possion比lambda\_service大很多的話很有可能utilization會到無限接近100%，反之則會導致utilization下降。

直方圖主要在呈現資料分布的結果，長條圖呈現的是各組資料的大小，這邊每條bar都獨立代表該客人的等待時間，每條bar之間不會呈現分布結果，所用長條圖才對。

5、追加

一張含有 文字, 字型, 螢幕擷取畫面, 白色 的圖片

自動產生的描述

要進行MM1的模擬並劃出信心區間。

依討論結果理解題目意思，我們要進行n次的模擬，並計算每次的waiting time平均值，然後拿這些平均再行一次平均得到的值就是我們該次 lambda 和 mu所模擬得出來的waiting time，所以模擬n次的waiting time平均是samples，我們要從中得到mean和confident interval。然後我們要探討不同n的信心區間結果差異。

以下程式是用來作圖的：

* num\_simulation 就是上面提到的n。
* arrival 的 poisson lambda會從0.01到1.5 以0.01為間隔，當作X軸參數
* service time 的mu 則是以0.25, 0.5, 1, 2 進行模擬，畫出4條線
* y軸則代表average waiting time
* 計算 confidence interval我是直接call scipy.stats 的module

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 軟體 的圖片

自動產生的描述

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 繪圖, 行 的圖片

自動產生的描述

圖表 7 n = 10 信心區間圖

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 繪圖, 圖表 的圖片

自動產生的描述

圖表 8 n = 100 信心區間圖

一張含有 文字, 繪圖, 螢幕擷取畫面, 圖表 的圖片

自動產生的描述

圖表 9 n = 1000 信心區間圖

由不同的模擬次數來取平均值可以看出，當模擬次數約多時，信心區間會越小，顯示出資料更集中於mean。