Presentación Final | Cinemática diferencial de piernas

Oscar Ortiz Torres A01769292

```
clc
clear all
close all

% Declaración de las variables simbólicas para los ángulos y medidas de los
eslabones del robot
syms th0(t) th1(t) th2(t) th3(t) th4(t) th5(t) th6(t) l0 l1 l2 l3 l4 l5 l6 l7 t

% Configuración del robot, de cada GDL
RP = [0 0 0 0 0 0 0];

% Creación del vector de coordenadas articulares
Q = [th0 th1 th2 th3 th4 th5 th6];

% Creación del vector de velocidades generalizadas
Qp = diff(Q, t);

% Número de grados de libertad
GDL = size(RP, 2);
GDL_str = num2str(GDL);

P = sym(zeros(3,1,GDL));
```

Articulación 1

```
% Posición de la articulación 0 a 1
P(:,:,1) = [
             0;
             0;
             0;
            ];

% Matriz de rotación de la junta 0 a 1
R(:,:,1) = [
             cos(th0)   -sin(th0)     0;
             sin(th0)    cos(th0)     0;
             0           0            1
             ];
```

Articulación 2

```
% Posición de la articulación 1 a 2
P(:,:,2) = [
             0;
             0;
             0
```

```
          ];

% Matriz de rotación de la junta 1 a 2
R(:,:,2) = [
             cos(th1)   -sin(th1)     0;
             sin(th1)    cos(th1)     0;
             0           0            1
             ]*rotX(-90)*rotY(90);
```

Articulación 3

```
% Posición de la articulación 2 a 3
P(:,:,3) = [
             0;
             0;
             0
           ];

% Matriz de rotación de la junta 2 a 3
R(:,:,3) = [
             cos(th2)   -sin(th2)     0;
             sin(th2)    cos(th2)     0;
             0           0            1
             ]*rotX(90)*rotY(-90);
```

Articulación 4

```
% Posición de la articulación 3 a 4
P(:,:,4) = [
             l3*cos(th3);
             l3*sin(th3);
             0
           ];

% Matriz de rotación de la junta 3 a 4
R(:,:,4) = [
             cos(th3)   -sin(th3)     0;
             sin(th3)    cos(th3)     0;
             0           0            1
             ];
```

Articulación 5

```
% Posición de la articulación 4 a 5
P(:,:,5) = [
             l4*cos(th4);
             l4*sin(th4);
             0
           ];
```

```
% Matriz de rotación de la junta 4 a 5
R(:,:,5) = [
             cos(th4)   -sin(th4)     0;
             sin(th4)    cos(th4)     0;
             0           0            1
             ]*rotZ(90);
```

Articulación 6

```
% Posición de la articulación 5 a 6
P(:,:,6) = [
             0;
             0;
             0
           ];

% Matriz de rotación de la junta 5 a 6
R(:,:,6) = [
             cos(th5)   -sin(th5)     0;
             sin(th5)    cos(th5)     0;
             0           0            1
             ]*rotX(90)*rotY(90);
```

Articulación 7

```
% Posición de la articulación 6 a 7
P(:,:,7) = [
             0;
             0;
             l7
           ];

% Matriz de rotación de la junta 5 a 6
R(:,:,7) = [
             cos(th6)   -sin(th6)     0;
             sin(th6)    cos(th6)     0;
             0           0            1
             ];
```

Matrices

```
% Creación de vector de ceros
vector_zeros = zeros(1,3);

% Inicialización de las matrices de Transformación Homogenea locales
A(:, :, GDL) = simplify([ ...
                        R(:,:,GDL)      P(:,:,GDL); ...
                        vector_zeros    1 ...
                        ]);
```

```
% Inicialización de las matrices de tranformación Homogenea globales
T(:,:,GDL) = simplify([ ...
                        R(:,:,GDL)      P(:,:,GDL); ...
                        vector_zeros    1 ...
                        ]);

% Inicialización de los vectores de posición vistos desde el marco de
% referencia inercial
PO(:,:,GDL) = P(:,:,GDL);

% Inicialización de las matrices de rotación vistas desde el marco de
% referencia inercial
RO(:,:,GDL) = R(:,:,GDL);

for i = 1:GDL
    i_str = num2str(i);

    % Locales
    disp(strcat('Matriz de Transformación local A', i_str));
    A(:,:,i) = simplify([ ...
                         R(:,:,i)       P(:,:,i); ...
                         vector_zeros   1 ...
                        ]); A(:,:,i)

    % Globales
    try
        T(:,:,i) = T(:,:,i-1)*A(:,:,i);
    catch
        T(:,:,i) = A(:,:,i); % Caso específico cuando i=1 nos marcaría error en try
    end

    %disp(strcat('Matruz de Transformación global T', i_str));
    T(:,:,i) = simplify(T(:,:,i));

    % Obtención de la matriz de rotación "RO" y el vector de traslación PO
    % de la matriz de transformación homogenea global T(:,:, GDL)
    RO(:,:,i) = T(1:3,1:3,i);
    PO(:,:,i) = T(1:3,4,i);
end
```

```
Matriz de Transformación local A1
ans =
```

$$\begin{pmatrix} \cos(\mathrm{th}_0(t)) & -\sin(\mathrm{th}_0(t)) & 0 & 0 \\ \sin(\mathrm{th}_0(t)) & \cos(\mathrm{th}_0(t)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
Matriz de Transformación local A2
ans =
```

$$\begin{pmatrix} \sin(\mathrm{th}_1(t)) & 0 & \cos(\mathrm{th}_1(t)) & 0 \\ -\cos(\mathrm{th}_1(t)) & 0 & \sin(\mathrm{th}_1(t)) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
Matriz de Transformación local A3
ans =
```

$$\begin{pmatrix} \sin(\mathrm{th}_2(t)) & 0 & -\cos(\mathrm{th}_2(t)) & 0 \\ -\cos(\mathrm{th}_2(t)) & 0 & -\sin(\mathrm{th}_2(t)) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
Matriz de Transformación local A4
ans =
```

$$\begin{pmatrix} \cos(\mathrm{th}_3(t)) & -\sin(\mathrm{th}_3(t)) & 0 & l_3\cos(\mathrm{th}_3(t)) \\ \sin(\mathrm{th}_3(t)) & \cos(\mathrm{th}_3(t)) & 0 & l_3\sin(\mathrm{th}_3(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
Matriz de Transformación local A5
ans =
```

$$\begin{pmatrix} -\sin(\mathrm{th}_4(t)) & -\cos(\mathrm{th}_4(t)) & 0 & l_4\cos(\mathrm{th}_4(t)) \\ \cos(\mathrm{th}_4(t)) & -\sin(\mathrm{th}_4(t)) & 0 & l_4\sin(\mathrm{th}_4(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
Matriz de Transformación local A6
ans =
```

$$\begin{pmatrix} -\sin(\mathrm{th}_5(t)) & 0 & \cos(\mathrm{th}_5(t)) & 0 \\ \cos(\mathrm{th}_5(t)) & 0 & \sin(\mathrm{th}_5(t)) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
Matriz de Transformación local A7
ans =
```

$$\begin{pmatrix} \cos(\mathrm{th}_6(t)) & -\sin(\mathrm{th}_6(t)) & 0 & 0 \\ \sin(\mathrm{th}_6(t)) & \cos(\mathrm{th}_6(t)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
disp('Matriz de Transformación global'); T(:,:,GDL)
```

```
Matriz de Transformación global
ans =
```

$$\left(\begin{array}{cc} -\cos(\mathrm{th}_6(t))\,\sigma_5 - \cos(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_6(t))\sin(\sigma_{14}) & \sin(\mathrm{th}_6(t))\,\sigma_5 - \cos(\mathrm{th}_2(t))\cos(\mathrm{th}_6(t))\sin(\sigma_{14}) \\ \cos(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_6(t))\cos(\sigma_{14}) - \cos(\mathrm{th}_6(t))\,\sigma_4 & \sin(\mathrm{th}_6(t))\,\sigma_4 + \cos(\mathrm{th}_2(t))\cos(\mathrm{th}_6(t))\cos(\sigma_{14}) \\ \sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_6(t)) - \cos(\mathrm{th}_2(t))\cos(\mathrm{th}_6(t))\cos(\sigma_1) & \cos(\mathrm{th}_6(t))\sin(\mathrm{th}_2(t)) + \cos(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_6(t))\cos(\sigma_1) \\ 0 & 0 \end{array}\right.$$

where

$$\sigma_1 = \mathrm{th}_3(t) + \mathrm{th}_4(t) + \mathrm{th}_5(t)$$

$$\sigma_2 = \cos(\mathrm{th}_5(t))\,\sigma_8 - \sin(\mathrm{th}_5(t))\,\sigma_9$$

$$\sigma_3 = \cos(\mathrm{th}_5(t))\,\sigma_6 - \sin(\mathrm{th}_5(t))\,\sigma_7$$

$$\sigma_4 = \cos(\mathrm{th}_5(t))\,\sigma_7 + \sin(\mathrm{th}_5(t))\,\sigma_6$$

$$\sigma_5 = \cos(\mathrm{th}_5(t))\,\sigma_9 + \sin(\mathrm{th}_5(t))\,\sigma_8$$

$$\sigma_6 = \cos(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_{11} - \sin(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_{10}$$

$$\sigma_7 = \cos(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_{10} + \sin(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_{11}$$

$$\sigma_8 = \cos(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_{12} - \sin(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_{13}$$

$$\sigma_9 = \cos(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_{13} + \sin(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_{12}$$

$$\sigma_{10} = \sin(\mathrm{th}_3(t))\sin(\sigma_{14}) - \cos(\mathrm{th}_3(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\cos(\sigma_{14})$$

$$\sigma_{11} = \cos(\mathrm{th}_3(t))\sin(\sigma_{14}) + \sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_3(t))\cos(\sigma_{14})$$

$$\sigma_{12} = \cos(\mathrm{th}_3(t))\cos(\sigma_{14}) - \sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_3(t))\sin(\sigma_{14})$$

$$\sigma_{13} = \sin(\mathrm{th}_3(t))\cos(\sigma_{14}) + \cos(\mathrm{th}_3(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\sigma_{14})$$

$$\sigma_{14} = \mathrm{th}_0(t) + \mathrm{th}_1(t)$$

```
% Inicialización de jacobianos analíticos (lineal y angular)
Jv_a(:,GDL) = PO(:,:,GDL);
Jw_a(:,GDL) = PO(:,:,GDL);

for k = 1:GDL
    if(RP(k) == 0)
        % Para las articulaciones rotacionales
```

```
        try
            Jv_a(:,k) = cross(RO(:,3,k-1), PO(:,:,GDL) - PO(:,:,k-1));
            Jw_a(:,k) = RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k) = cross([0 0 1], PO(:,:,GDL)); % Matriz de rotación de 0 con
respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa tambien será 0
            Jw_a(:,k) = [0 0 1]; % Si no hay matriz de rotación previa se obtiene
la matriz identidad
        end
    elseif(RP(k) == 1)
        % Para las articulaciones prismáticas
        try
            Jv_a(:,k) = RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k) = [0,0,1]; % Si no hay matriz de rotación previa se obtiene
la matriz identidad
        end
            Jw_a(:,k) = [0 0 0];
    end
end
```

Despliegue

```
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal'); V = simplify(Jv_a *
Qp')
```

```
Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal
V(t) =
```

$$\left(\begin{array}{l}\sigma_2 \sin(\sigma_{48})\,\sigma_{16} - \sigma_{11}\,\sigma_{14} - \sigma_1\,(\sigma_{37} - l_3 \cos(\mathrm{th}_3(t)) \cos(\sigma_{48}) + l_3 \sin(\mathrm{th}_2(t)) \sin(\mathrm{th}_3(t)) \sin(\sigma_{48}) - \sigma_{39} + \sigma_{33} + \sigma \\ \sigma_{12}\,\sigma_{15} + \sigma_{11}\,\sigma_{15} + \sigma_1\,(l_3 \cos(\mathrm{th}_3(t)) \sin(\sigma_{48}) + \sigma_{40} + l_3 \sin(\mathrm{th}_2(t)) \sin(\mathrm{th}_3(t)) \cos(\sigma_{48}) - \sigma_{38} + \sigma_{28} + \sigma_{27} - \sigma_{3} \\ \qquad \frac{l_7\,\sigma_2\,\sigma_3}{2} - \frac{l_7\,\sigma_1\,\sigma_4}{2} - \frac{l_7\,\sigma_7\,\sigma_4}{2} - \frac{l_7\,\sigma_8\,\sigma_4}{2} - \frac{l_4\,\sigma_2\,\sigma_6}{2} - \frac{l_4}{}\end{array}\right.$$

where

$$\sigma_1 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_3(t)}$$

$$\sigma_2 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t)}$$

$$\sigma_3 = \cos(\mathrm{th}_3(t) - \mathrm{th}_2(t) + \mathrm{th}_4(t) + \mathrm{th}_5(t))$$

$$\sigma_4 = \cos(\mathrm{th}_2(t) + \mathrm{th}_3(t) + \mathrm{th}_4(t) + \mathrm{th}_5(t))$$

$$\sigma_5 = \sin(\mathrm{th}_3(t) - \mathrm{th}_2(t) + \mathrm{th}_4(t))$$

$$\sigma_6 = \sin(\mathrm{th}_2(t) + \mathrm{th}_3(t) + \mathrm{th}_4(t))$$

$$\sigma_7 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t)}$$

$$\sigma_8 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_5(t)}$$

$$\sigma_9 = \sin(\mathrm{th}_2(t) - \mathrm{th}_3(t))$$

$$\sigma_{10} = \sin(\mathrm{th}_2(t) + \mathrm{th}_3(t))$$

$$\sigma_{11} = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t)}$$

$$\sigma_{12} = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_0(t)}$$

$$\sigma_{13} = \cos(\mathrm{th}_2(t))^2$$

$$\sigma_{14} = l_7\,\sigma_{41} + l_4 \cos(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_{44} + l_4 \sin(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_{45} + l_3 \sin(\mathrm{th}_3(t)) \sin(\sigma_{48}) - l_3 \cos(\mathrm{th}_3(t)) \sin(\mathrm{th}_2(t)) \cos(\sigma_{48})$$

$$\sigma_{15} = l_7\,\sigma_{42} + l_4 \cos(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_{47} + l_4 \sin(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_{46} + l_3 \sin(\mathrm{th}_3(t)) \cos(\sigma_{48}) + l_3 \cos(\mathrm{th}_3(t)) \sin(\mathrm{th}_2(t)) \sin(\sigma_{48})$$

$$\sigma_{16} = \cos(\mathrm{th}_2(t))\,\left(l_3 \cos(\mathrm{th}_3(t)) + l_4 \cos(\mathrm{th}_3(t) + \mathrm{th}_4(t))\right) - l_7 \cos(\mathrm{th}_2(t))\,\sigma_{43}$$

```
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular'); W = simplify(Jw_a
* Qp')
```

```
Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular
W(t) =
```

$$\left(\begin{array}{c} \sigma_5 \cos(\sigma_{10}) + \sigma_1 \,(\cos(\mathrm{th}_5(t))\,(\cos(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_7 - \sin(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_8) - \sin(\mathrm{th}_5(t))\,(\cos(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_8 + \sin(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_7)) - \\ \sigma_5 \sin(\sigma_{10}) + \sigma_1 \,(\cos(\mathrm{th}_5(t))\,(\cos(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_9 - \sin(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_6) - \sin(\mathrm{th}_5(t))\,(\cos(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_6 + \sin(\mathrm{th}_4(t))\,\sigma_9)) + \\ \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_0(t)} + \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t)} + \sigma_4 \sin(\mathrm{th}_2(t)) + \sigma_3 \sin(\mathrm{th}_2(t)) + \sigma_2 \sin(\mathrm{th}_2(t)) - \sigma_1 \mathrm{c} \end{array}\right.$$

where

$$\sigma_1 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_6(t)}$$

$$\sigma_2 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_5(t)}$$

$$\sigma_3 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t)}$$

$$\sigma_4 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_3(t)}$$

$$\sigma_5 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t)}$$

$$\sigma_6 = \sin(\mathrm{th}_3(t))\sin(\sigma_{10}) - \cos(\mathrm{th}_3(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\cos(\sigma_{10})$$

$$\sigma_7 = \cos(\mathrm{th}_3(t))\cos(\sigma_{10}) - \sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_3(t))\sin(\sigma_{10})$$

$$\sigma_8 = \sin(\mathrm{th}_3(t))\cos(\sigma_{10}) + \cos(\mathrm{th}_3(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\sigma_{10})$$

$$\sigma_9 = \cos(\mathrm{th}_3(t))\sin(\sigma_{10}) + \sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_3(t))\cos(\sigma_{10})$$

$$\sigma_{10} = \mathrm{th}_0(t) + \mathrm{th}_1(t)$$

Funciones de rotacion

```
function r_x = rotX(th)
    r_x = [1 0 0; 0 cosd(th) -sind(th); 0 sind(th) cosd(th)];
end

function r_y = rotY(th)
```

```
    r_y = [cosd(th) 0 sind(th); 0 1 0; -sind(th) 0 cosd(th)];
end

function r_z = rotZ(th)
    r_z = [cosd(th) -sind(th) 0; sind(th) cosd(th) 0; 0 0 1];
end
```