

Actividad 2 (Análisis de transformaciones)

Oscar Ortiz Torres A01769292

Fundamentación de robótica

Grupo 101

Tecnológico de Monterrey Campus Puebla

Viernes 21 de febrero de 2025

Introducción

El estudio de las matrices de transformación homogéneas es fundamental para la representación y análisis de la cinemática de robots manipuladores. En este trabajo, se comparan las transformaciones homogéneas de dos configuraciones robóticas distintas: un robot planar de 3 grados de libertad (GDL) y un robot antropomórfico de 3 GDL. A través de este análisis, se busca comprender las diferencias en la propagación de las transformaciones en función de la naturaleza del movimiento de cada robot, resaltando cómo la dimensionalidad influye en la estructura de las matrices y en la representación de la posición y orientación del efector final, así como en la generación de velocidades lineales y angulares en cada configuración.

Metodología

Se realizaron dos códigos en MATLAB, ambos calculan las matrices de transformación homogéneas locales y globales para obtener los vectores de velocidad lineal y angular. El primer código lo hace para un robot planar de 3 GDL y el segundo código lo obtiene para un robot antropomórfico de 3 GDL.

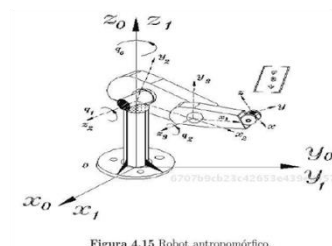
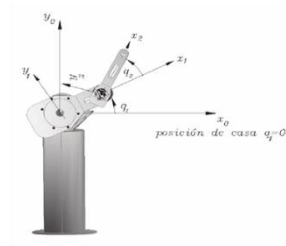


Figura 4.15 Robot antropomórfico.

ROBOT ANTROPOMÓRFICO (3GDL)



ROBOT PLANAR (3GDL)

Imagen 1. Sistemas de referencia de los robots

Análisis de matrices de transformación locales

Matrices locales 1

<p>Robot planar Matriz de Transformación local A1</p> <p>ans =</p> $\begin{pmatrix} \cos(\theta_1(t)) & -\sin(\theta_1(t)) & 0 & l_1 \cos(\theta_1(t)) \\ \sin(\theta_1(t)) & \cos(\theta_1(t)) & 0 & l_1 \sin(\theta_1(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	<p>Robot antropomórfico Matriz de Transformación local A1</p> <p>ans =</p> $\begin{pmatrix} \cos(\theta_1(t)) & 0 & \sin(\theta_1(t)) & 0 \\ \sin(\theta_1(t)) & 0 & -\cos(\theta_1(t)) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
--	--

Imagen 2. Resultados obtenidos para la matriz local 1 de cada robot

En el caso del robot planar, su matriz de rotación es respecto a “z”, debido a que todo su movimiento es respecto a ese eje, y por la misma razón, su vector de posición únicamente contiene valores en “x” y “y”, ya que es en el plano “x-y” donde se puede mover. Por otro lado, la matriz de rotación del robot antropomórfico es igualmente respecto a “z” pero con la variación de que se multiplica por una transformación rotacional positiva de 90° en “x”, ya que es la transformación necesario de este primer eslabón respecto al segundo, sobre su vector de posición, únicamente representa movimiento en el eje ”z”.

Matrices locales 2

<p>Robot planar Matriz de Transformación local A2</p> <p>ans =</p> $\begin{pmatrix} \cos(\theta_2(t)) & -\sin(\theta_2(t)) & 0 & l_2 \cos(\theta_2(t)) \\ \sin(\theta_2(t)) & \cos(\theta_2(t)) & 0 & l_2 \sin(\theta_2(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	<p>Robot antropomórfico Matriz de Transformación local A2</p> <p>ans =</p> $\begin{pmatrix} \cos(\theta_2(t)) & -\sin(\theta_2(t)) & 0 & l_2 \cos(\theta_2(t)) \\ \sin(\theta_2(t)) & \cos(\theta_2(t)) & 0 & l_2 \sin(\theta_2(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
--	--

Imagen 3. Resultados obtenidos para la matriz local 2 de cada robot

En el robot planar, su matriz de rotación no sufre cambios, ya que se sigue moviendo en el mismo plano “x-y”, y de igual manera su vector de posición, únicamente contiene movimientos en “x” y “y”. En el caso del robot antropomórfico, su matriz de rotación es respecto a “z”, se mantiene de esta manera ya que no sufre transformación

rotacional alguna, y su vector de posición ahora representa movimiento en “x” y “y”, ya que por la rotación anterior, el eslabón de mueve en ese plano.

En este caso, no hay diferencia entre ambas matrices de transformación globales debido a que ambas juntas rotacionales ejecutan su movimiento en el plano “x-y”.

Matrices locales 3

<p>Robot planar Matriz de Transformación local A3</p> <p>ans =</p> $\begin{pmatrix} \cos(\theta_3(t)) & -\sin(\theta_3(t)) & 0 & l_3 \cos(\theta_3(t)) \\ \sin(\theta_3(t)) & \cos(\theta_3(t)) & 0 & l_3 \sin(\theta_3(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	<p>Robot antropomórfico Matriz de Transformación local A3</p> <p>ans =</p> $\begin{pmatrix} \cos(\theta_3(t)) & -\sin(\theta_3(t)) & 0 & l_3 \cos(\theta_3(t)) \\ \sin(\theta_3(t)) & \cos(\theta_3(t)) & 0 & l_3 \sin(\theta_3(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
--	--

Imagen 4. Resultados obtenidos para la matriz local 3 de cada robot

En el robot planar, nuevamente, al no sufrir cambios, su matriz de rotación y vector de traslación se mantienen iguales. Para el robot antropomórfico es el mismo caso, ya que no se aplica alguna transformación para este eslabón.

Debido a lo anterior, no hay diferencias entre las matrices de transformación locales de ambos robots.

Análisis de matrices de transformación globales

<p>Robot planar Matriz de Transformación global T3</p> <p>ans =</p> $\begin{pmatrix} \sigma_2 & -\sigma_1 & 0 & l_1 \cos(\theta_1(t)) + l_3 \sigma_2 + l_2 \cos(\theta_1(t) + \theta_2(t)) \\ \sigma_1 & \sigma_2 & 0 & l_1 \sin(\theta_1(t)) + l_3 \sigma_1 + l_2 \sin(\theta_1(t) + \theta_2(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ <p>where</p> <p>$\sigma_1 = \sin(\theta_1(t) + \theta_2(t) + \theta_3(t))$</p> <p>$\sigma_2 = \cos(\theta_1(t) + \theta_2(t) + \theta_3(t))$</p>	<p>Robot antropomórfico Matriz de Transformación global T3</p> <p>ans =</p> $\begin{pmatrix} \cos(\theta_1(t)) \cos(\sigma_2) & -\cos(\theta_1(t)) \sin(\sigma_2) & \sin(\theta_1(t)) & \cos(\theta_1(t)) \sigma_1 \\ \sin(\theta_1(t)) \cos(\sigma_2) & -\sin(\theta_1(t)) \sin(\sigma_2) & -\cos(\theta_1(t)) & \sin(\theta_1(t)) \sigma_1 \\ \sin(\sigma_2) & \cos(\sigma_2) & 0 & l_1 + l_2 \sin(\theta_2(t)) + l_3 \sin(\sigma_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ <p>where</p> <p>$\sigma_1 = l_2 \cos(\theta_2(t)) + l_3 \cos(\sigma_2)$</p> <p>$\sigma_2 = \theta_2(t) + \theta_3(t)$</p>
--	--

Imagen 5. Resultados obtenidos para la matriz global de cada robot

En la matriz de transformación global del robot planar se puede observar que su matriz de rotación sigue teniendo la estructura de la rotación en “z”, debido a que este tipo de robot solo se mueve sobre este eje, y en su vector de posición se representa movimiento en el plano “x-y”, ambas estructuras teniendo en cuenta las longitudes y ángulos de los tres eslabones.

En la del robot antropomórfico, denota la propagación de la aplicación de la transformación rotacional en su matriz de rotación, debido a que la naturaleza del robot es de tener movimiento en 3 dimensiones, por la misma razón, su vector de posición incluye movimiento en los 3 ejes.

La diferencia entre las matrices globales de estos dos tipos de robots recae en el número de dimensiones en las que se mueve cada uno, el planar moviéndose en 2 dimensiones y el antropomórfico en 3 dimensiones, dando expresiones más complejas para el segundo tipo de robot.

Análisis de velocidades lineales y angulares

<p>Robot planar Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal</p> $V(t) = \begin{pmatrix} -\sigma_4 (l_3 \sin(\sigma_1) + l_2 \sin(\sigma_2)) - \sigma_5 (l_1 \sin(\theta_1(t)) + l_3 \sin(\sigma_1) + l_2 \sin(\sigma_2)) - l_3 \sigma_3 \sin(\sigma_1) \\ \sigma_4 (l_3 \cos(\sigma_1) + l_2 \cos(\sigma_2)) + \sigma_5 (l_1 \cos(\theta_1(t)) + l_3 \cos(\sigma_1) + l_2 \cos(\sigma_2)) + l_3 \sigma_3 \cos(\sigma_1) \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>where</p> $\sigma_1 = \theta_1(t) + \theta_2(t) + \theta_3(t)$ $\sigma_2 = \theta_1(t) + \theta_2(t)$ $\sigma_3 = \frac{\partial}{\partial t} \theta_3(t)$ $\sigma_4 = \frac{\partial}{\partial t} \theta_2(t)$ $\sigma_5 = \frac{\partial}{\partial t} \theta_1(t)$	<p>Robot antropomórfico Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal</p> $V(t) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \theta_1(t) \sin(\theta_1(t)) \sigma_3 - \sigma_2 \cos(\theta_1(t)) \sigma_4 - l_3 \sigma_1 \cos(\theta_1(t)) \sigma_6 \\ \frac{\partial}{\partial t} \theta_1(t) \cos(\theta_1(t)) \sigma_3 - \sigma_2 \sin(\theta_1(t)) \sigma_4 - l_3 \sigma_1 \sin(\theta_1(t)) \sigma_6 \\ \sigma_2 \sigma_3 + l_3 \sigma_1 \sigma_5 \end{pmatrix}$ <p>where</p> $\sigma_1 = \frac{\partial}{\partial t} \theta_3(t)$ $\sigma_2 = \frac{\partial}{\partial t} \theta_2(t)$ $\sigma_3 = l_2 \cos(\theta_2(t)) + l_3 \sigma_5$ $\sigma_4 = l_2 \sin(\theta_2(t)) + l_3 \sigma_6$ $\sigma_5 = \cos(\theta_2(t) + \theta_3(t))$ $\sigma_6 = \sin(\theta_2(t) + \theta_3(t))$
--	--

Imagen 6. Resultados obtenidos para la velocidad lineal de cada robot

Al comparar los vectores de velocidad lineal, se observa que el robot planar solo tiene componentes en “x” y “y”, al poderse mover solo en 2D, mientras que el robot antropomórfico tiene componentes en “x”, “y” y “z”, por su capacidad de movimiento en 3D.

<p>Robot planar Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular</p> $\dot{W}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \theta_1(t) + \frac{\partial}{\partial t} \theta_2(t) + \frac{\partial}{\partial t} \theta_3(t) \end{pmatrix}$	<p>Robot antropomórfico Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular</p> $\dot{W}(t) = \begin{pmatrix} \sin(\theta_1(t)) \left(\frac{\partial}{\partial t} \theta_2(t) + \frac{\partial}{\partial t} \theta_3(t) \right) \\ -\cos(\theta_1(t)) \left(\frac{\partial}{\partial t} \theta_2(t) + \frac{\partial}{\partial t} \theta_3(t) \right) \\ \frac{\partial}{\partial t} \theta_1(t) \end{pmatrix}$
---	--

Imagen 7. Resultados obtenidos para la velocidad angular de cada robot

Sobre las velocidades angulares, el robot planar solo tiene una componente alrededor del eje “z”, ya que todo su movimiento es entorno a este eje, y el robot antropomórfico contiene componentes en los 3 ejes, ya que el movimiento puede ser en cualquiera de ellos.

Conclusión

El análisis de las matrices de transformación homogéneas en ambas configuraciones robóticas permitió evidenciar diferencias clave en su estructura y comportamiento. Se observó que, en el robot planar, las transformaciones se mantienen dentro del plano “x-y”, con rotaciones únicamente en torno al eje “z”. En contraste, el robot antropomórfico presenta una mayor complejidad en sus transformaciones, al incluir movimientos en los tres ejes espaciales y la propagación de transformaciones rotacionales adicionales. La principal diferencia entre ambos sistemas radica en la cantidad de dimensiones en las que pueden operar, lo que afecta directamente la formulación de sus matrices globales. Este trabajo proporciona una base para comprender la importancia de la estructura cinemática en la

movilidad, en la distribución de velocidades y en el control de robots con distintas configuraciones.