Actividad 7 | Evaluación final

Oscar Ortiz Torres A01769292

```
clc
clear all
close all
```

Para obtener el modelo de la enegía total y Lagrangiano para la configuración del robot manipulador, primero se debe encontrar la cinemática directa, estableciendo los diferentes sistemas de coordenadas para cada artiuclación, además de las variables para los ángulos y distancias dependientes del tiempo, y las medidas de los eslabones.

```
% Declaración de variables simbólicas
syms th1(t) th2(t) l3(t) th4(t) th5(t) th6(t) t
syms d1 d2 d4 d5 d6 dc1 dc2 lc3 dc4 dc5 dc6
syms m1 m2 m3 m4 m5 m6
syms Ixx1 Iyy1 Izz1 Ixx2 Iyy2 Izz2 Ixx3 Iyy3 Izz3 Ixx4 Iyy4 Izz4 Ixx5 Iyy5 Izz5
Ixx6 Iyy6 Izz6 % Masas y matrices de Inercia
syms pi g a cero

Q = [th1;
     th2;
     l3;
     th4;
     th5;
     th6];

Qp = diff(Q, t);
Qp = Qp(t);

Qpp = diff(Qp, t);

RP = [0 0 1 0 0 0];

% Número de grado de libertad del robot
GDL= size(RP,2);
GDL_str= num2str(GDL);
```

Posteriormente, en base a los sistemas de coordenadas, siguiendo las convenciones de que las juntas rotacionales hacen su movimiento en el eje Z y las juntas prismáticas se trasladan en el mismo eje, se analizan las rotaciones necesatias para pasar de un sistema de coordendas a otro de manera secuencial, considerando cada articulación como independiente y siguiendo la regla de la mano derecha.

Articulación 1

La medida d1 de este eslabón gira sobre el eje Z, por lo que no hay variación en la posición final de la junta, así que se declara como constante en dicho eje de su vector de posición.

```
% Posición de la articulación 1 respecto a 0
P(:,:,1) = [0;
            0;
            d1];
```

Para pasaar del sistema de coordenadas 0 al 1, se debe aplicar una rotación, siendo de -90° en X (respecto al sistema 0). El signo se debe a la regla de la mano derecha.

```
% Matriz de rotación de la junta 0 a 1
R(:,:,1) = [cos(th1)   -sin(th1)     0;
             sin(th1)    cos(th1)     0;
             0           0            1
             ]*rotX(-90);
```

Articulación 2

Similar al caso anterior, la medida d2 solo rota sobre Z, por lo que no hay posibles cambios de posición, así que se declara constante en ese eje de su vector de posición.

```
% Posición de la articulación 2 respecto a 1
P(:,:,2) = [0;
            0;
            d2];
```

Para pasar del sistema de orientación 1 al 2 se debe aplicar una rotación de +90° en X (respecto al sistema 1).

```
% Matriz de rotación de la junta 1 a 2
R(:,:,2) = [cos(th2)   -sin(th2)     0;
            sin(th2)    cos(th2)     0;
            0           0            1]*rotX(90);
```

Articulación 3

Esta articulación prismática tiene su desplazamiento l3 en el eje Z, y al ser el único movimiento de este tipo de junta, se establece como contante en dicho eje de su vector de posición.

```
% Posición de la articulación 3 respecto a 2
P(:,:,3) = [0;
            0;
            l3];
```

Al no haber cambio entre los sistemas 2 y 3, solo se establece la matriz identidad de rotación en Z.

```
% Matriz de rotación de la junta 2 a 3
R(:,:,3) = rotZ(0);
```

Articulación 4

La longitud d4 solo rota en el eje Z, por lo que se establece como constante en ese eje del vector de posición.

```
% Posición de la articulación 4 respecto a 3
P(:,:,4) = [0;
            0;
            d4];
```

Para pasar del sistema 3 al 4 hay que aplicar una transformación de -90° en X.

```
% Matriz de rotación de la junta 3 a 4
R(:,:,4) = [cos(th4)   -sin(th4)     0;
            sin(th4)    cos(th4)     0;
            0           0            1]*rotX(-90);
```

Articulación 5

La rotación de esta junta hace que la posición final pueda variar en el plano XY, por lo que se distribuyen sus componentes en el vector de posición.

```
% Posición de la articulación 5 respecto a 4
P(:,:,5) = [d5*cos(th5);
            d5*sin(th5);
            0];
```

Para pasar del sistema 4 al 5 hay que aplicar una rotación de +90° en X.

```
% Matriz de rotación de la junta 4 a 5
R(:,:,5) = [cos(th5)   -sin(th5)     0;
            sin(th5)    cos(th5)     0;
            0           0            1]*rotX(90);
```

Articulación 6

Esta articulación al rotar solo en Z, se queda constante la longitud en ese eje de su vector de posición.

```
% Posición de la articulación 6 respecto a 5
P(:,:,6) = [0;
            0;
            d6];
```

Al ser el último sistema de coordenadas, únicamente se representa la matriz de rotación de la naturaleza de la junta.

```
% Matriz de rotación de la junta 5
R(:,:,6) = [cos(th6)   -sin(th6)     0;
            sin(th6)    cos(th6)     0;
            0           0            1];
```

```
% Creamos un vector de ceros
Vector_Zeros= zeros(1, 3);
```

```
% Inicializamos las matrices de transformación Homogénea locales
A(:,:,GDL)=simplify([R(:,:,GDL) P(:,:,GDL); Vector_Zeros 1]);

% Inicializamos las matrices de transformación Homogénea globales
T(:,:,GDL)=simplify([R(:,:,GDL) P(:,:,GDL); Vector_Zeros 1]);

% Inicializamos las posiciones vistas desde el marco de referencia inercial
PO(:,:,GDL)= P(:,:,GDL);

% Inicializamos las matrices de rotación vistas desde el marco de referencia
inercial
RO(:,:,GDL)= R(:,:,GDL);

for i = 1:GDL
    i_str= num2str(i);
    %disp(strcat('Matriz de Transformación local A', i_str));
    A(:,:,i)=simplify([R(:,:,i) P(:,:,i); Vector_Zeros 1]);
    %pretty (A(:,:,i));

    %Globales
    try
       T(:,:,i)= T(:,:,i-1)*A(:,:,i);
    catch
       T(:,:,i)= A(:,:,i);
    end
    %disp(strcat('Matriz de Transformación global T', i_str));
    T(:,:,i)= simplify(T(:,:,i));
    %pretty(T(:,:,i))

    RO(:,:,i)= T(1:3,1:3,i);
    PO(:,:,i)= T(1:3,4,i);
    %pretty(RO(:,:,i));
    %pretty(PO(:,:,i));
end
```

Calculo de la velocidad para cada articulación

Para el calculo de la energía cinética es necesario obtener la velocidad en cada eslabón del robot. Esto se realiza ejecutando un ciclo for para cada articulación, aplicando solo las iteraciones necesarias en relación al número de grado de libertad que representa, restando en cada una a la variable GDL, que representa los grados totales del robot. Con ello, obtenemos la velocidad lineal y angular de cada eslabón.

VELOCIDADES PARA ESLABÓN 6

```
% Calculamos el jacobiano lineal de forma analítica
Jv_a6(:,GDL)=PO(:,:,GDL);
Jw_a6(:,GDL)=PO(:,:,GDL);

for k= 1:GDL
    if RP(k)==0
```

```
        % Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a6(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:,:,GDL)-PO(:,:,k-1));
            Jw_a6(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a6(:,k)= cross([0,0,1], PO(:,:,GDL)); % Matriz de rotación de 0 con respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa tambien será 0
            Jw_a6(:,k)=[0,0,1]; % Si no hay matriz de rotación previa se obtiene la Matriz identidad
         end
     else
        % Para las juntas prismáticas
        try
            Jv_a6(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a6(:,k)=[0,0,1];
        end
            Jw_a6(:,k)=[0,0,0];
     end
 end

% Obtenemos SubMatrices de Jacobianos
Jv_a6= simplify (Jv_a6);
Jw_a6= simplify (Jw_a6);

% Matriz de Jacobiano Completa
%disp('Matriz de Jacobiano');
Jac6 = [Jv_a6;
        Jw_a6];
Jacobiano6 = simplify(Jac6);
% pretty(Jacobiano5);

% Obtenemos vectores de Velocidades Lineales y Angulares para el eslabón 6
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 6'); V6 = simplify(Jv_a6*Qp)
```

```
Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 6
V6 =
```

$$\left(\begin{array}{r}
\cos(\mathrm{th}_1(t))\,\sigma_6\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t) - (d_2\cos(\mathrm{th}_1(t)) + \sigma_7 + d \\
\sigma_3\,\sigma_1\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t) - (d_2\sin(\mathrm{th}_1(t)) + \sigma_8 - d_4\cos(\mathrm{th} \\
\cos(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,l_3(t) - (d_4\sin(\mathrm{th}_2(t)) + \sin(\mathrm{th}_2(t))\,l_3(t) + d_6\cos(\mathrm{th}_5(t))\sin(\mathrm{th}_2(t)) - d_5\sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_5(t)) +
\end{array}\right.$$

where

$$\sigma_1 = \cos(\mathrm{th}_1(t))\cos(\mathrm{th}_4(t)) - \cos(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_4(t))$$

$$\sigma_2 = \cos(\mathrm{th}_4(t))\sin(\mathrm{th}_1(t)) + \cos(\mathrm{th}_1(t))\cos(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_4(t))$$

$$\sigma_3 = d_5\cos(\mathrm{th}_5(t)) + d_6\sin(\mathrm{th}_5(t))$$

$$\sigma_4 = d_5\cos(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_5(t))$$

$$\sigma_5 = d_5\sin(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_5(t))$$

$$\sigma_6 = d_4\cos(\mathrm{th}_2(t)) + \cos(\mathrm{th}_2(t))\,l_3(t) + \sigma_{14} - \sigma_{13} - \sigma_{12} - \sigma_{11}$$

$$\sigma_7 = d_6\,(\sin(\mathrm{th}_5(t))\,\sigma_{16} + \cos(\mathrm{th}_5(t))\sin(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t)))$$

$$\sigma_8 = d_6\,(\sin(\mathrm{th}_5(t))\,\sigma_{15} - \cos(\mathrm{th}_1(t))\cos(\mathrm{th}_5(t))\sin(\mathrm{th}_2(t)))$$

$$\sigma_9 = d_5\cos(\mathrm{th}_5(t))\,\sigma_{15}$$

$$\sigma_{10} = d_5\cos(\mathrm{th}_5(t))\,\sigma_{16}$$

$$\sigma_{11} = d_6\cos(\mathrm{th}_4(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_5(t))$$

$$\sigma_{12} = d_5\cos(\mathrm{th}_4(t))\cos(\mathrm{th}_5(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))$$

$$\sigma_{13} = d_5\cos(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_5(t))$$

$$\sigma_{14} = d_6\cos(\mathrm{th}_2(t))\cos(\mathrm{th}_5(t))$$

$$\sigma_{15} = \sin(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_4(t)) - \cos(\mathrm{th}_1(t))\cos(\mathrm{th}_2(t))\cos(\mathrm{th}_4(t))$$

$$\sigma_{16} = \cos(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_4(t)) + \cos(\mathrm{th}_2(t))\cos(\mathrm{th}_4(t))\sin(\mathrm{th}_1(t))$$

```
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 6'); W6
= simplify(Jw_a6*Qp)
```

```
Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 6
W6 =
```

$$\left(\begin{array}{l} \cos(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{th}_4(t) - \sin(\mathrm{th}_1(t))\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{th}_2(t) - (\cos(\mathrm{th}_4(t))\sin(\mathrm{th}_1(t)) + \cos(\mathrm{th}_1(t))\cos(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th} \\ (\sin(\mathrm{th}_5(t))\ (\cos(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_4(t)) + \cos(\mathrm{th}_2(t))\cos(\mathrm{th}_4(t))\sin(\mathrm{th}_1(t))) + \cos(\mathrm{th}_5(t))\sin(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t)))\frac{\partial}{\partial t} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \cos(\mathrm{th}_2(t))\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{th}_4(t) + \frac{\partial}{\partial t}\mathrm{th}_1(t) + (\cos(\mathrm{th}_2(t))\cos(\mathrm{th}_5(t \end{array}\right.$$

VELOCIDADES PARA ESLABÓN 5

```
% Calculamos el jacobiano lineal de forma analítica
Jv_a5(:,GDL-1)=PO(:,:,GDL-1);
Jw_a5(:,GDL-1)=PO(:,:,GDL-1);

for k= 1:GDL-1
    if RP(k)==0
        % Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a5(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:,:,GDL-1)-PO(:,:,k-1));
            Jw_a5(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a5(:,k)= cross([0,0,1], PO(:,:,GDL-1)); % Matriz de rotación de 0
con respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa tambien será 0
            Jw_a5(:,k)=[0,0,1]; % Si no hay matriz de rotación previa se obtiene la
Matriz identidad
         end
     else
        % Para las juntas prismáticas
        try
            Jv_a5(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a5(:,k)=[0,0,1];
        end
            Jw_a5(:,k)=[0,0,0];
     end
 end

% Obtenemos SubMatrices de Jacobianos
Jv_a5= simplify (Jv_a5);
Jw_a5= simplify (Jw_a5);

% Matriz de Jacobiano Completa
%disp('Matriz de Jacobiano');
Jac5 = [Jv_a5;
        Jw_a5];
Jacobiano5 = simplify(Jac5);
```

```
% pretty(Jacobiano5);

% Obtenemos vectores de Velocidades Lineales y Angulares para el eslabón 5
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 5'); V5 =
simplify(Jv_a5*Qp(1:5))
```

```
Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 5
V5 =
```

$$\left(\begin{array}{l} \cos(\mathrm{th}_1(t))\,\sigma_1\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t) - (d_2\cos(\mathrm{th}_1(t)) + d_4\sin(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t)) + d_5\cos(\mathrm{th}_5(t))\,\,(\cos(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_4(t)) + \\ \sin(\mathrm{th}_1(t))\,\sigma_1\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t) - (d_2\sin(\mathrm{th}_1(t)) - d_4\cos(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t)) + d_5\cos(\mathrm{th}_5(t))\,\,(\sin(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_4(t)) - \mathrm{c} \\ \\ \end{array}\right.$$

where

$$\sigma_1 = d_4\cos(\mathrm{th}_2(t)) + \cos(\mathrm{th}_2(t))\,l_3(t) - d_5\cos(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_5(t)) - d_5\cos(\mathrm{th}_4(t))\cos(\mathrm{th}_5(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))$$

```
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 5'); W5
= simplify(Jw_a5*Qp(1:5))
```

```
Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 5
W5 =
```

$$\left(\begin{array}{c} \cos(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t) - (\cos(\mathrm{th}_4(t))\sin(\mathrm{th}_1(t)) + \cos(\mathrm{th}_1(t))\cos(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_4(t)))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_5(t) - \sin(\mathrm{tl} \\ \cos(\mathrm{th}_1(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t) + (\cos(\mathrm{th}_1(t))\cos(\mathrm{th}_4(t)) - \cos(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_4(t)))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_5(t) + \sin(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{tl} \\ \cos(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t) + \frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t) + \sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_4(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_5(t) \end{array}\right.$$

VELOCIDADES PARA ESLABÓN 4

```
% Calculamos el jacobiano lineal de forma analítica
Jv_a4(:,GDL-2)=PO(:,:,GDL-2);
Jw_a4(:,GDL-2)=PO(:,:,GDL-2);

for k= 1:GDL-2
    if RP(k)==0
        % Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a4(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:,:,GDL-2)-PO(:,:,k-1));
            Jw_a4(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a4(:,k)= cross([0,0,1], PO(:,:,GDL-2)); % Matriz de rotación de 0
con respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa tambien será 0
            Jw_a4(:,k)=[0,0,1]; % Si no hay matriz de rotación previa se obtiene la
Matriz identidad
         end
      else
```

```
        % Para las juntas prismáticas
        try
            Jv_a4(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a4(:,k)=[0,0,1];
        end
            Jw_a4(:,k)=[0,0,0];
     end
 end

% Obtenemos SubMatrices de Jacobianos
Jv_a4= simplify (Jv_a4);
Jw_a4= simplify (Jw_a4);

% Matriz de Jacobiano Completa
%disp('Matriz de Jacobiano');
Jac4= [Jv_a4;
      Jw_a4];
Jacobiano4 = simplify(Jac4);
% pretty(Jacobiano3);

% Obtenemos vectores de Velocidades Lineales y Angulares para el eslabón 4
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 4'); V4 =
simplify(Jv_a4*Qp(1:4))
```

```
Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 4
V4 =
```

$$\left(\begin{array}{c} \cos(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,l_3(t) - \left(d_2\cos(\mathrm{th}_1(t)) + d_4\sin(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t)) + \sin(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,l_3(t)\right)\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1 \\ \left(d_4\cos(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t)) - d_2\sin(\mathrm{th}_1(t)) + \cos(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,l_3(t)\right)\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t) + \sin(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,l_3 \\ \cos(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,l_3(t) - \sin(\mathrm{th}_2(t))\,\left(d_4 + l_3(t)\right)\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t) \end{array}\right.$$

```
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 4'); W4
= simplify(Jw_a4*Qp(1:4))
```

```
Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 4
W4 =
```

$$\left(\begin{array}{c} \cos(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t) - \sin(\mathrm{th}_1(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t) \\ \cos(\mathrm{th}_1(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t) + \sin(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t) \\ \cos(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t) + \frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t) \end{array}\right)$$

VELOCIDADES PARA ESLABÓN 3

```
% Calculamos el jacobiano lineal de forma analítica
Jv_a3(:,GDL-3)=PO(:,:,GDL-3);
Jw_a3(:,GDL-3)=PO(:,:,GDL-3);
```

```
for k= 1:GDL-3
    if RP(k)==0
        % Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a3(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:,:,GDL-3)-PO(:,:,k-1));
            Jw_a3(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a3(:,k)= cross([0,0,1], PO(:,:,GDL-3)); % Matriz de rotación de 0
con respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa tambien será 0
            Jw_a3(:,k)=[0,0,1]; % Si no hay matriz de rotación previa se obtiene la
Matriz identidad
         end
     else
        % Para las juntas prismáticas
        try
            Jv_a3(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a3(:,k)=[0,0,1];
        end
            Jw_a3(:,k)=[0,0,0];
     end
 end

% Obtenemos SubMatrices de Jacobianos
Jv_a3= simplify (Jv_a3);
Jw_a3= simplify (Jw_a3);
%disp('Jacobiano lineal obtenido de forma analítica');
%pretty (Jv_a3);
%disp('Jacobiano ángular obtenido de forma analítica');
%pretty (Jw_a3);

% Matriz de Jacobiano Completa
%disp('Matriz de Jacobiano');
Jac3= [Jv_a3;
      Jw_a3];
Jacobiano3= simplify(Jac3);
% pretty(Jacobiano3);

% Obtenemos vectores de Velocidades Lineales y Angulares para el eslabón 3
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 3'); V3 =
simplify(Jv_a3*Qp(1:3))
```

```
Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 3
V3 =
```

$$\begin{pmatrix} \cos(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\frac{\partial}{\partial t}\, l_3(t) - (d_2\cos(\mathrm{th}_1(t)) + \sin(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\, l_3(t))\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t) + \cos(\mathrm{th}_1(t))\cos(\mathrm{th}_2(t) \\ \sin(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\frac{\partial}{\partial t}\, l_3(t) - (d_2\sin(\mathrm{th}_1(t)) - \cos(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\, l_3(t))\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t) + \cos(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_1(t)) \\ \cos(\mathrm{th}_2(t))\frac{\partial}{\partial t}\, l_3(t) - \sin(\mathrm{th}_2(t))\, l_3(t)\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t) \end{pmatrix}$$

```
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 3'); W3
= simplify(Jw_a3*Qp(1:3))
```

```
Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 3
W3 =
```

$$\begin{pmatrix} -\sin(\mathrm{th}_1(t))\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t) \\ \cos(\mathrm{th}_1(t))\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t) \\ \frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t) \end{pmatrix}$$

VELOCIDADES PARA ESLABÓN 2

```
% Calculamos el jacobiano lineal y angular de forma analítica
Jv_a2(:,GDL-4)=PO(:,:,GDL-4);
Jw_a2(:,GDL-4)=PO(:,:,GDL-4);

for k= 1:GDL-4
    if RP(k)==0
        % Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a2(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:,:,GDL-4)-PO(:,:,k-1));
            Jw_a2(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a2(:,k)= cross([0,0,1], PO(:,:,GDL-4));% Matriz de rotación de 0 con
respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa tambien será 0
            Jw_a2(:,k)=[0,0,1]; % Si no hay matriz de rotación previa se obtiene la
Matriz identidad
         end
     else
        % Para las juntas prismáticas
        try
            Jv_a2(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a2(:,k)=[0,0,1];
        end
            Jw_a2(:,k)=[0,0,0];
     end
 end

% Obtenemos SubMatrices de Jacobianos
```

```
Jv_a2= simplify (Jv_a2);
Jw_a2= simplify (Jw_a2);
%disp('Jacobiano lineal obtenido de forma analítica');
%pretty (Jv_a2);
%disp('Jacobiano ángular obtenido de forma analítica');
%pretty (Jw_a2);

% Matriz de Jacobiano Completa
%disp('Matriz de Jacobiano');
Jac2 = [Jv_a2;
        Jw_a2];
Jacobiano2= simplify(Jac2);
% pretty(Jacobiano2);

% Obtenemos vectores de Velocidades Lineales y Angulares para el eslabón 2
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 2'); V2 =
simplify(Jv_a2*Qp(1:2))
```

```
Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 2
V2 =
```

$$\begin{pmatrix} -d_2 \cos(\mathrm{th}_1(t)) \frac{\partial}{\partial t} \mathrm{th}_1(t) \\ -d_2 \sin(\mathrm{th}_1(t)) \frac{\partial}{\partial t} \mathrm{th}_1(t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

```
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 2'); W2
= simplify(Jw_a2*Qp(1:2))
```

```
Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 2
W2 =
```

$$\begin{pmatrix} -\sin(\mathrm{th}_1(t)) \frac{\partial}{\partial t} \mathrm{th}_2(t) \\ \cos(\mathrm{th}_1(t)) \frac{\partial}{\partial t} \mathrm{th}_2(t) \\ \frac{\partial}{\partial t} \mathrm{th}_1(t) \end{pmatrix}$$

VELOCIDADES PARA ESLABÓN 1

```
% Calculamos el jacobiano lineal y angular de forma analítica
Jv_a1(:,GDL-5)=PO(:,:,GDL-5);
Jw_a1(:,GDL-5)=PO(:,:,GDL-5);

for k= 1:GDL-5
    if RP(k)==0
        % Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a1(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:,:,GDL-5)-PO(:,:,k-1));
            Jw_a1(:,k)= RO(:,3,k-1);
```

```
        catch
            Jv_a1(:,k)= cross([0,0,1], PO(:,:,GDL-5));% Matriz de rotación de 0 con
respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa tambien será 0
            Jw_a1(:,k)=[0,0,1]; % Si no hay matriz de rotación previa se obtiene la
Matriz identidad
         end
     else
        % Para las juntas prismáticas
        try
            Jv_a1(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a1(:,k)=[0,0,1];
        end
            Jw_a1(:,k)=[0,0,0];
     end
 end

% Obtenemos SubMatrices de Jacobianos
Jv_a1= simplify (Jv_a1);
Jw_a1= simplify (Jw_a1);
%disp('Jacobiano lineal obtenido de forma analítica');
%pretty (Jv_a1);
%disp('Jacobiano ángular obtenido de forma analítica');
%pretty (Jw_a1);

% Matriz de Jacobiano Completa
%disp('Matriz de Jacobiano');
Jac1 = [Jv_a1;
        Jw_a1];
Jacobiano1 = simplify(Jac1);
% pretty(Jacobiano);

% Obtenemos vectores de Velocidades Lineales y Angulares para el eslabón 2
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 1'); V1 =
simplify(Jv_a1*Qp(1))
```

```
Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 1
V1 =
```

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

```
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 1'); W1
= simplify(Jw_a1*Qp(1))
```

```
Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 1
W1 =
```

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_1(t) \end{pmatrix}$$

Energía Cinética

Para obtener la cinemática diferencial respecto al centro de maca, se sustituyen las variables de longitudes por variables simbolicas que representan la distancia al centro de masa, o sea, la mitad de cada una de las longitudes. Tambien se declaran las matrices de incercia de cada eslabón.

```
P01=subs(P(:,:,1), d1, dc1);
P12=subs(P(:,:,2), d2, dc2);
P23=subs(P(:,:,3), l3, lc3);
P34=subs(P(:,:,4), d4, dc4);
P45=subs(P(:,:,5), d5, dc5);
P56=subs(P(:,:,6), d6, dc6);

% Matrices de inercia para cada eslabón
I1=[Ixx1 0 0;
    0 Iyy1 0;
    0 0 Izz1];

I2=[Ixx2 0 0;
    0 Iyy2 0;
    0 0 Izz2];

I3=[Ixx3 0 0;
    0 Iyy3 0;
    0 0 Izz3];

I4=[Ixx4 0 0;
    0 Iyy4 0;
    0 0 Izz4];

I5=[Ixx5 0 0;
    0 Iyy5 0;
    0 0 Izz5];

I6=[Ixx6 0 0;
    0 Iyy6 0;
    0 0 Izz6];
```

Usando las declaraciones anteriores y las velocidades calculadas por eslabón, se hace el cálculo de la energía cinética en cada articulación, haciendola dependiente de su masa, velocidad lineal, velocidad angular y velocidad total.

```
% Eslabón 1
V1_Total = V1+cross(W1,P01);
```

```
K1= (1/2*m1*(V1_Total))'*((V1_Total)) + (1/2*W1)'*(I1*W1);
disp('Energía Cinética en el Eslabón 1'); K1
```

```
Energía Cinética en el Eslabón 1
K1 =
```

$$\frac{\mathrm{Izz}_1\,\overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t)}\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t)}{2}$$

```
% Eslabón 2
V2_Total = V2+cross(W2,P12);
K2= (1/2*m2*(V2_Total))'*((V2_Total)) + (1/2*W2)'*(I2*W2);
disp('Energía Cinética en el Eslabón 2'); K2
```

```
Energía Cinética en el Eslabón 2
K2 =
```

$$\frac{\overline{m_2}\left(d_2\cos(\mathrm{th}_1(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t)-\mathrm{dc}_2\cos(\mathrm{th}_1(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t)\right)\left(\sigma_2\,\sigma_4\,\overline{d_2}-\sigma_1\,\sigma_4\,\overline{\mathrm{dc}_2}\right)}{2}+\frac{\mathrm{Izz}_2\,\sigma_2\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t)}{2}+\frac{\overline{m_2}\left(d_2\,\mathrm{si}\right.}{}$$

where

$$\sigma_1=\overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t)}$$

$$\sigma_2=\overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t)}$$

$$\sigma_3=\sin\left(\overline{\mathrm{th}_1(t)}\right)$$

$$\sigma_4=\cos\left(\overline{\mathrm{th}_1(t)}\right)$$

```
% Eslabón 3
V3_Total = V3+cross(W3,P23);
K3= (1/2*m3*(V3_Total))'*((V3_Total)) + (1/2*W3)'*(I3*W3);
disp('Energía Cinética en el Eslabón 3'); K3
```

```
Energía Cinética en el Eslabón 3
K3 =
```

$$\frac{\overline{m_3}\ \left(\sigma_6\,\sigma_7-\sigma_1\,\overline{l_3(t)}\,\sigma_4\right)\ \left(\cos(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\ l_3(t)-\sin(\mathrm{th}_2(t))\ l_3(t)\,\frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_2(t)\right)}{2}+\frac{\mathrm{Izz}_3\,\sigma_5\,\frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_1(t)}{2}+\frac{\overline{m_3}\ \left(-(d_2\cos(t\right.}{}$$

where

$$\sigma_1=\overline{\frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_2(t)}$$

$$\sigma_2=\sin\left(\overline{\mathrm{th}_1(t)}\right)$$

$$\sigma_3=\cos\left(\overline{\mathrm{th}_1(t)}\right)$$

$$\sigma_4=\sin\left(\overline{\mathrm{th}_2(t)}\right)$$

$$\sigma_5=\overline{\frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_1(t)}$$

$$\sigma_6=\overline{\frac{\partial}{\partial t}\ l_3(t)}$$

$$\sigma_7=\cos\left(\overline{\mathrm{th}_2(t)}\right)$$

```
% Eslabón 4
V4_Total = V4+cross(W4,P34);
K4= (1/2*m4*(V4_Total))'*((V4_Total)) + (1/2*W4)'*(I4*W4);
disp('Energía Cinética en el Eslabón 4'); K4
```

```
Energía Cinética en el Eslabón 4
K4 =
```

$$\frac{\overline{m_4}\ \left(\sigma_{10}\ \left(\overline{l_3(t)}\,\sigma_5\,\sigma_1-\sigma_4\,\overline{d_2}+\sigma_5\,\sigma_1\,\overline{d_4}\right)+\overline{\mathrm{dc}_4}\ (\sigma_6\,\sigma_4-\sigma_9\,\sigma_5\,\sigma_1)+\sigma_{11}\,\sigma_4\,\sigma_1+\sigma_6\,\sigma_8\,\sigma_4\,\sigma_7\right)\ \Big(\mathrm{dc}_4\,\sigma_2+(d_4\cos(\mathrm{tl}}{}$$

where

$$\sigma_1=\sin\left(\overline{\mathrm{th}_2(t)}\right)$$

$$\sigma_2=\sin(\mathrm{th}_1(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_2(t)-\cos(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_4(t)$$

$$\sigma_3=\cos(\mathrm{th}_1(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_2(t)+\sin(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_4(t)$$

$$\sigma_4=\sin\left(\overline{\mathrm{th}_1(t)}\right)$$

$$\sigma_5=\cos\left(\overline{\mathrm{th}_1(t)}\right)$$

$$\sigma_6=\overline{\frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_2(t)}$$

$$\sigma_7=\overline{l_3(t)}+\overline{d_4}$$

$$\sigma_8=\cos\left(\overline{\mathrm{th}_2(t)}\right)$$

$$\sigma_9=\overline{\frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_4(t)}$$

$$\sigma_{10}=\overline{\frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_1(t)}$$

$$\sigma_{11}=\overline{\frac{\partial}{\partial t}\ l_3(t)}$$

```
% Eslabón 5
V5_Total = V5+cross(W5,P45);
K5= (1/2*m5*(V5_Total))'*((V5_Total)) + (1/2*W5)'*(I5*W5);
disp('Energía Cinética en el Eslabón 5'); K5
```

```
Energía Cinética en el Eslabón 5
K5 =
```

$$\mathrm{Izz}_5 \left(\frac{\sigma_{15}}{2}+\frac{\sigma_{14}\,\sigma_{21}}{2}+\frac{\sigma_{13}\,\sigma_{16}\,\sigma_{23}}{2}\right)\sigma_1+\frac{\overline{m_5}\,\left(\sigma_{15}\,\left(\sigma_{20}\,\overline{d_2}+\overline{l_3(t)}\,\sigma_{19}\,\sigma_{16}+\sigma_{17}\,\overline{d_5}\,\left(\sigma_{20}\,\sigma_{23}+\sigma_{21}\,\sigma_{22}\,\sigma_{19}\right)+\sigma_{19}\,\sigma\right.\right.}{}$$

where

$$\sigma_1=\cos(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t)+\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t)+\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\sin(\mathrm{th}_4(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_5(t)$$

$$\sigma_2=d_4\cos(\mathrm{th}_2(t))+\cos(\mathrm{th}_2(t))\,l_3(t)-d_5\cos(\mathrm{th}_2(t))\,\sin(\mathrm{th}_5(t))-d_5\cos(\mathrm{th}_4(t))\,\cos(\mathrm{th}_5(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))$$

$$\sigma_3=\overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t)}$$

$$\sigma_4=\overline{\frac{\partial}{\partial t}\,l_3(t)}$$

$$\sigma_5=\sin(\mathrm{th}_1(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t)+\sigma_{11}\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_5(t)-\cos(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t)$$

$$\sigma_6=\cos(\mathrm{th}_1(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t)+\sigma_{12}\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_5(t)+\sin(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t)$$

$$\sigma_7=\sigma_{15}+\sigma_{14}\,\sigma_{21}+\sigma_{13}\,\sigma_{16}\,\sigma_{23}$$

$$\sigma_8=\overline{l_3(t)}\,\sigma_{21}+\sigma_{21}\,\overline{d_4}-\sigma_{21}\,\sigma_{18}\,\overline{d_5}-\sigma_{22}\,\sigma_{17}\,\sigma_{16}\,\overline{d_5}$$

$$\sigma_9=\sigma_{20}\,\sigma_{22}-\sigma_{21}\,\sigma_{19}\,\sigma_{23}$$

$$\sigma_{10}=\sigma_{22}\,\sigma_{19}+\sigma_{20}\,\sigma_{21}\,\sigma_{23}$$

$$\sigma_{11}=\cos(\mathrm{th}_4(t))\,\sin(\mathrm{th}_1(t))+\cos(\mathrm{th}_1(t))\,\cos(\mathrm{th}_2(t))\,\sin(\mathrm{th}_4(t))$$

$$\sigma_{12}=\cos(\mathrm{th}_1(t))\,\cos(\mathrm{th}_4(t))-\cos(\mathrm{th}_2(t))\,\sin(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_4(t))$$

$$\sigma_{13}=\overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_5(t)}$$

$$\sigma_{14}=\overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t)}$$

$$\sigma_{15}=\overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t)}$$

$$\sigma_{16}=\sin\left(\overline{\mathrm{th}_2(t)}\right)$$

```
% Eslabón 6
V6_Total = V6+cross(W6,P56);
K6= (1/2*m6*(V6_Total))'*((V6_Total)) + (1/2*W6)'*(I6*W6);
disp('Energía Cinética en el Eslabón 6'); K6
```

```
Energía Cinética en el Eslabón 6
K6 =
```

$$\mathrm{Izz}_6\left(\cos(\mathrm{th}_2(t))\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t)+\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t)+(\cos(\mathrm{th}_2(t))\cos(\mathrm{th}_5(t))-\cos(\mathrm{th}_4(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_5(t)))\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_6(t)+\right.$$

where

$$\sigma_1 = d_5\cos(\mathrm{th}_5(t)) + d_6\sin(\mathrm{th}_5(t))$$

$$\sigma_2 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_5(t)}$$

$$\sigma_3 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t)}$$

$$\sigma_4 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t)}$$

$$\sigma_5 = d_5\cos(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_5(t))$$

$$\sigma_6 = d_5\sin(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\sin(\mathrm{th}_5(t))$$

$$\sigma_7 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_6(t)}$$

$$\sigma_8 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t)}$$

$$\sigma_9 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,l_3(t)}$$

$$\sigma_{10} = \sigma_{25}\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_6(t)+\cos(\mathrm{th}_1(t))\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t)+\sigma_{24}\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_5(t)+\sin(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t)$$

$$\sigma_{11} = \sigma_{27}\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_6(t)+\sin(\mathrm{th}_1(t))\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t)+\sigma_{26}\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_5(t)-\cos(\mathrm{th}_1(t))\sin(\mathrm{th}_2(t))\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_4(t)$$

$$\sigma_{12} = d_4\cos(\mathrm{th}_2(t)) + \cos(\mathrm{th}_2(t))\,l_3(t) + \sigma_{31} - \sigma_{30} - \sigma_{29} - \sigma_{28}$$

$$\sigma_{13} = d_5\cos(\mathrm{th}_5(t))\,\sigma_{37}$$

$$\sigma_{14} = d_5\cos(\mathrm{th}_5(t))\,\sigma_{36}$$

$$\sigma_{15} = \overline{l_3(t)}\,\sigma_{41} + \sigma_{41}\,\overline{d_4} + \sigma_{41}\,\sigma_{38}\,\overline{d_6} - \sigma_{41}\,\sigma_{40}\,\overline{d_5} - \sigma_{32} - \sigma_{33}$$

$$\sigma_{16} = \sigma_{41}\,\sigma_{40}\,\overline{d_5} - \sigma_{41}\,\sigma_{38}\,\overline{d_6} + \sigma_{32} + \sigma_{33}$$

La energía cinética total de todo el sistema se obtiene al sumar las energías cinéticas de todos los eslabones.

```
disp('Energía Cinética Total'); K_Total = K1+K2+K3+K4+K5+K6
```

```
Energía Cinética Total
K_Total =
```

$$\frac{\overline{m_4}\ \left(\sigma_{69}\ \left(\sigma_{31} - \sigma_{79}\,\overline{d_2} + \sigma_{80}\,\sigma_{77}\,\overline{d_4}\right) + \overline{\mathrm{dc}_4}\ (\sigma_1\,\sigma_{79} - \sigma_{71}\,\sigma_{80}\,\sigma_{77}) + \sigma_{17}\,\sigma_{79}\,\sigma_{77} + \sigma_1\,\sigma_{81}\,\sigma_{79}\,\sigma_{18}\right)\ \Big(\mathrm{dc}_4\ (\sigma_{54} - \sigma_{5}}{2}$$

where

$$\sigma_1 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_2(t)}$$

$$\sigma_2 = \sin(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\ l_3(t)$$

$$\sigma_3 = \cos(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\ l_3(t)$$

$$\sigma_4 = \sin(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,l_3(t)$$

Energía Potencial

Ahora, para obtener la energía potencial, es necesario determinar el eje que representa la altura en cada sistema de referencia, siendo 1 el eje X, 2 el eje Y y 3 el eje Z.

Una vez teniendo todos los parametros, se aplica la formula de energía potencial para cada eslabón.

```
% Alturas respecto a la gravedad
h1 = P01(3);
h2 = P12(2);
h3 = P23(3);
h4 = P34(3);
h5 = P45(2);
h6 = P56(3);

U1=m1*g*h1;
U2=m2*g*h2;
U3=m3*g*h3;
U4=m4*g*h4;
U5=m5*g*h5;
U6=m6*g*h6;
```

Para poder obtener la energía potencial total se deben sumar las energías potenciales de cada eslabón.

```
% Energía potencial total
U_Total= U1 + U2 + U3 + U4 + U5 + U6
```

U_Total = $\mathrm{dc}_1\, g\, m_1 + \mathrm{dc}_4\, g\, m_4 + \mathrm{dc}_6\, g\, m_6 + g\, \mathrm{lc}_3\, m_3 + \mathrm{dc}_5\, g\, m_5 \sin(\mathrm{th}_5(t))$

El Lagrangiano se obtiene de la resta de la energía cinética total menos la energía potencial total.

```
% Calculo del Lagrangiano
Lagrangiano = K_Total-U_Total
```

Lagrangiano =

$$\frac{\overline{m_4}\ \left(\sigma_{69}\ \left(\sigma_{31} - \sigma_{79}\,\overline{d_2} + \sigma_{80}\,\sigma_{77}\,\overline{d_4}\right) + \overline{\mathrm{dc}_4}\ (\sigma_1\,\sigma_{79} - \sigma_{71}\,\sigma_{80}\,\sigma_{77}) + \sigma_{17}\,\sigma_{79}\,\sigma_{77} + \sigma_1\,\sigma_{81}\,\sigma_{79}\,\sigma_{18}\right)\ \left(\mathrm{dc}_4\ (\sigma_{54} - \sigma_{5}\right.}{2}$$

where

$$\sigma_1 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_2(t)}$$

$$\sigma_2 = \sin(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\ l_3(t)$$

$$\sigma_3 = \cos(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\ l_3(t)$$

$$\sigma_4 = \sin(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,l_3(t)$$

Por otro lado, el modelo de enegía se obtiene de la manera opuesta, sumando la energía cinética total más la energía potencial total.

```
% Modelo de Energía
H = K_Total+U_Total
```

```
H =
```

$$\frac{\overline{m_4}\ \left(\sigma_{69}\ \left(\sigma_{31} - \sigma_{79}\,\overline{d_2} + \sigma_{80}\,\sigma_{77}\,\overline{d_4}\right) + \overline{\mathrm{dc}_4}\ (\sigma_1\,\sigma_{79} - \sigma_{71}\,\sigma_{80}\,\sigma_{77}) + \sigma_{17}\,\sigma_{79}\,\sigma_{77} + \sigma_1\,\sigma_{81}\,\sigma_{79}\,\sigma_{18}\right)\ \Big(\mathrm{dc}_4\ (\sigma_{54} - \sigma_{5}}{2}$$

where

$$\sigma_1 = \overline{\frac{\partial}{\partial t}\ \mathrm{th}_2(t)}$$

$$\sigma_2 = \sin(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\ l_3(t)$$

$$\sigma_3 = \cos(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,\frac{\partial}{\partial t}\ l_3(t)$$

$$\sigma_4 = \sin(\mathrm{th}_1(t))\,\sin(\mathrm{th}_2(t))\,l_3(t)$$

```
function r_x = rotX(th)
    r_x = [1 0 0; 0 cosd(th) -sind(th); 0 sind(th) cosd(th)];
end

function r_y = rotY(th)
    r_y = [cosd(th) 0 sind(th); 0 1 0; -sind(th) 0 cosd(th)];
end

function r_z = rotZ(th)
    r_z = [cosd(th) -sind(th) 0; sind(th) cosd(th) 0; 0 0 1];
end
```