Actividad 1 (Velocidades Lineales y angulares)

Oscar Ortiz Torres A01769292

```
% Limpieza de pantalla
clear all
close all
clc

% Declaración de variables simbólicas
syms th1(t) l1 t th2(t) l2

% Configuración del robot
RP = [0, 0];

% Creación del vector de coordenadas articulares
disp('Coordenandas articulares'); Q = [th1, th2]
```

Coordenandas articulares

Q(t) = $\left(\mathrm{th}_1(t) \quad \mathrm{th}_2(t)\right)$

```
% Creación del vector de velocidades articulares
disp('Velocidades articulares'); Qp = diff(Q,t) % Uso de diff para derivadas cuya
variable de referencia no depende de otra
```

Velocidades articulares

Qp(t) =

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t) \quad \frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t)\right)$$

```
% Número de grado de libertad del robot
GDL = size(RP, 2)
```

GDL = 2

Articulación 1

```
% Posición de la junta 1 respecto a la 0
P(:,:,1) = [
            l1*cos(th1);
            l1*sin(th1);
            0
           ];

% Matriz de rotación de la articulación 1 respecto a la 0
R(:,:,1) = [
            cos(th1)    -sin(th1)   0;
            sin(th1)     cos(th1)   0;
            0            0          1
           ];
```

Articulación 2

```
% Posición de la junta 2 respecto a la 1
P(:,:,2) = [
            l2*cos(th2);
            l2*sin(th2);
            0
           ];

% Matriz de rotación de la articulación 2 respecto a la 1
R(:,:,2) = [
            cos(th2)    -sin(th2)   0;
            sin(th2)     cos(th2)   0;
            0            0          1
           ];
```

Matrices de transformación

```
% Creación del vector de ceros
vector_zeros = zeros(1,3);

% Inicialización de las matrices de Transformación Homogenea locales
A(:, :, GDL) = simplify([ ...
                        R(:,:,GDL)      P(:,:,GDL); ...
                        vector_zeros    1 ...
                        ]);

% Inicialización de las matrices de Tranformación Homogenea globales
T(:,:,GDL) = simplify([ ...
                        R(:,:,GDL)      P(:,:,GDL); ...
                        vector_zeros    1 ...
                        ]);


% Inicialización de los vectores de posición vistos desde el marco de referencia
inercial
PO(:,:,GDL) = P(:,:,GDL);

% Inicialización de las matrices de rotación vistas desde el marco de referencia
inercial
RO(:,:,GDL) = R(:,:,GDL);

for i = 1:GDL
    i_str = num2str(i);

    % Locales
    disp(strcat('Matriz de Transformación local A', i_str));
    A(:,:,i) = simplify([ ...
                         R(:,:,i)       P(:,:,i); ...
```

```
                          vector_zeros    1 ...
                         ]);
    A(:,:,i)

    % Globales
    try
        T(:,:,i) = T(:,:,i-1)*A(:,:,i);
    catch
        T(:,:,i) = A(:,:,i); % Caso específico cuando i=1 nos marcaría error en try
    end

    disp(strcat('Matriz de Transformación global T', i_str));
    T(:,:,i) = simplify(T(:,:,i));
    T(:,:,i)

    % Obtención de la matriz de rotación "RO" y el vector de traslación PO
    % de la matriz de transformación homogenea global T(:,:, GDL)
    RO(:,:,i) = T(1:3,1:3,i);
    PO(:,:,i) = T(1:3,4,i);
    disp(strcat('Matriz de Rotación RO', i_str)); RO(:,:,i)
    disp(strcat('Vector de Traslación PO', i_str)); PO(:,:,i)
end
```

```
Matriz de Transformación local A1
ans =
```

$$\begin{pmatrix} \cos(\mathrm{th}_1(t)) & -\sin(\mathrm{th}_1(t)) & 0 & l_1\cos(\mathrm{th}_1(t)) \\ \sin(\mathrm{th}_1(t)) & \cos(\mathrm{th}_1(t)) & 0 & l_1\sin(\mathrm{th}_1(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
Matriz de Transformación global T1
ans =
```

$$\begin{pmatrix} \cos(\mathrm{th}_1(t)) & -\sin(\mathrm{th}_1(t)) & 0 & l_1\cos(\mathrm{th}_1(t)) \\ \sin(\mathrm{th}_1(t)) & \cos(\mathrm{th}_1(t)) & 0 & l_1\sin(\mathrm{th}_1(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
Matriz de Rotación RO1
ans =
```

$$\begin{pmatrix} \cos(\mathrm{th}_1(t)) & -\sin(\mathrm{th}_1(t)) & 0 \\ \sin(\mathrm{th}_1(t)) & \cos(\mathrm{th}_1(t)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
Vector de Traslación PO1
ans =
```

$$\begin{pmatrix} l_1\cos(\mathrm{th}_1(t)) \\ l_1\sin(\mathrm{th}_1(t)) \\ 0 \end{pmatrix}$$

```
Matriz de Transformación local A2
ans =
```

$$\begin{pmatrix} \cos(\mathrm{th}_2(t)) & -\sin(\mathrm{th}_2(t)) & 0 & l_2 \cos(\mathrm{th}_2(t)) \\ \sin(\mathrm{th}_2(t)) & \cos(\mathrm{th}_2(t)) & 0 & l_2 \sin(\mathrm{th}_2(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
Matriz de Transformación global T2
ans =
```

$$\begin{pmatrix} \sigma_2 & -\sigma_1 & 0 & l_1 \cos(\mathrm{th}_1(t)) + l_2\,\sigma_2 \\ \sigma_1 & \sigma_2 & 0 & l_1 \sin(\mathrm{th}_1(t)) + l_2\,\sigma_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1 = \sin(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t))$$

$$\sigma_2 = \cos(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t))$$

```
Matriz de Rotación RO2
ans =
```

$$\begin{pmatrix} \cos(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t)) & -\sin(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t)) & 0 \\ \sin(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t)) & \cos(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
Vector de Traslación PO2
ans =
```

$$\begin{pmatrix} l_1 \cos(\mathrm{th}_1(t)) + l_2 \cos(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t)) \\ l_1 \sin(\mathrm{th}_1(t)) + l_2 \sin(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t)) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Calculo del Jacobiano lineal de forma diferencial

```
% Calculo de matriz homogenea global del sistema
MG = A(:,:,1) * A(:,:,2);

% Definición de variables en base a la matriz homogenea resultante
x1 = MG(1,4);
y1 = MG(2,4);
z1 = MG(3,4);

% Derivada pacial de x respecto a th1
Jv11 = functionalDerivative(x1, th1);
% Derivada pacial de x respecto a th2
Jv12 = functionalDerivative(x1, th2);

% Derivada pacial de y respecto a th1
Jv21 = functionalDerivative(y1, th1);
% Derivada pacial de y respecto a th2
```

```
Jv22 = functionalDerivative(y1, th2);

% Derivada pacial de z respecto a th1
Jv31 = functionalDerivative(z1, th1);
% Derivada pacial de z respecto a th2
Jv32 = functionalDerivative(z1, th2);

% Cinemática diferencial del péndulo a partir de la cinemática directa
jv_d = simplify([ ...
                Jv11, Jv12; ...
                Jv21, Jv22; ...
                Jv31, Jv32 ...
                ]);
disp('Jacobiano linel obtenido de forma diferencial'); jv_d
```

```
Jacobiano linel obtenido de forma diferencial
jv_d(t) =
```

$$\begin{pmatrix} -l_1 \sin(\mathrm{th}_1(t)) - l_2 \sin(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t)) & -l_2 \sin(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t)) \\ l_1 \cos(\mathrm{th}_1(t)) + l_2 \cos(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t)) & l_2 \cos(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t)) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Calculo del jacobiano lineal y angular de forma analítica

```
% Inicialización de jacobianos analíticos (lineal y angular)
Jv_a(:,GDL) = PO(:,:,GDL);
Jw_a(:,GDL) = PO(:,:,GDL);

for k = 1:GDL
    %if((RP(k) == 0) | (RP(k) == 1)) % Casos: articulación rotacional y prismática
    if(RP(k) == 0)
        % Para las articulaciones rotacionales
        try
            Jv_a(:,k) = cross(RO(:,3,k-1), PO(:,:,GDL) - PO(:,:,k-1));
            Jw_a(:,k) = RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k) = cross([0 0 1], PO(:,:,GDL)); % Matriz de rotación de 0 con
respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa tambien será 0
            Jw_a(:,k) = [0 0 1]; % Si no hay matriz de rotación previa se obtiene
la matriz identidad
        end
    elseif(RP(k) == 1)
        % Para las articulaciones prismáticas
        try
            Jv_a(:,k) = RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k) = [0,0,1]; % Si no hay matriz de rotación previa se obtiene
la matriz identidad
        end
            Jw_a(:,k) = [0 0 0];
    end
```

```
end
```

Despliegue

```
disp('Jacobiano lineal obtenido de forma analítica'); Jv_a = simplify(Jv_a)
%pretty(Jv_a)
```

```
Jacobiano lineal obtenido de forma analítica
Jv_a =
```

$$\begin{pmatrix} -l_1 \sin(\mathrm{th}_1(t)) - l_2 \sin(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t)) & -l_2 \sin(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t)) \\ l_1 \cos(\mathrm{th}_1(t)) + l_2 \cos(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t)) & l_2 \cos(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t)) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

```
disp('Jacobiano angular obtenido de forma ananlítica'); Jw_a = simplify(Jw_a)
%pretty(Jw_a)
```

```
Jacobiano angular obtenido de forma ananlítica
Jw_a =
```

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

```
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal'); V = simplify(Jv_a *
Qp') %pretty(V);
```

```
Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal
V(t) =
```

$$\begin{pmatrix} -\overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t)}\,(l_1 \sin(\mathrm{th}_1(t)) + l_2\,\sigma_1) - l_2\,\overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t)}\,\sigma_1 \\ \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t)}\,(l_1 \cos(\mathrm{th}_1(t)) + l_2\,\sigma_2) + l_2\,\overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t)}\,\sigma_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1 = \sin(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t))$$

$$\sigma_2 = \cos(\mathrm{th}_1(t) + \mathrm{th}_2(t))$$

```
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular'); W = simplify(Jw_a
* Qp') %pretty(W);
```

```
Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular
W(t) =
```

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_1(t)} + \overline{\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{th}_2(t)} \end{pmatrix}$$