TAREA 2

Parametros de rotaciones
de ángulos de Euler

Oscar Daniel Altamirano Vargas

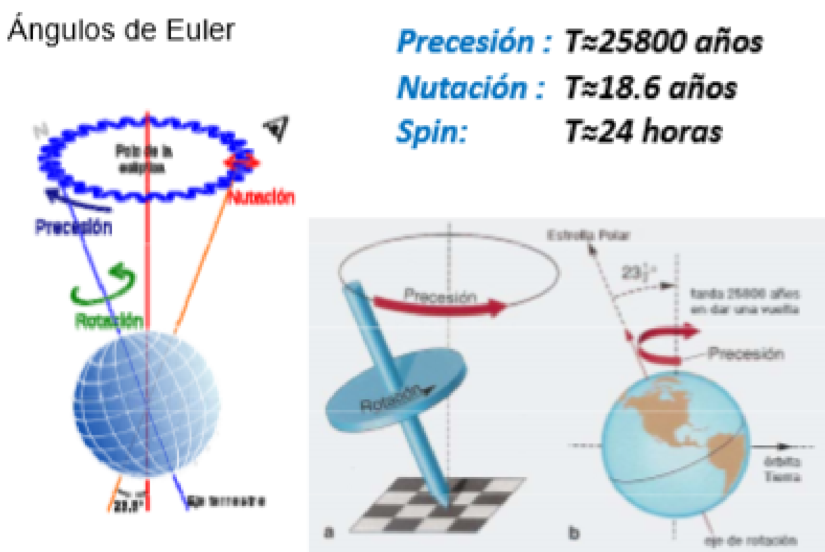
24 de septiembre de 2019

Figura 1:

Expresan una posicion mas general con un puntp fijo mediante 3 ángulos. La posición se alcanza mediante 3 rotaciones sucesivas.

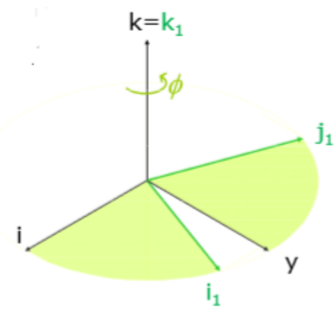
1-Precesión: Giro alrededor de un eje fijo: ϕ
2-Nutación: Giro alrededor del eje perpendicular al fijo y a otro solidario:θ
3-Rotación propia (spin): Giro alrededor del eje solidario al cuerpo: ψ

Figura 2:



PRIMER GIRO ÁNGULO DE PRECESIÓN[1] (ϕ)

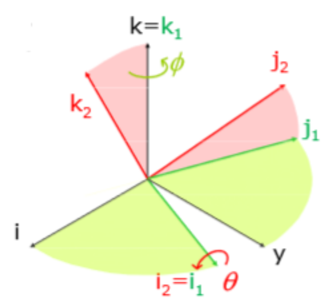
$$\begin{pmatrix} i_1 \\ j_1 \\ k_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} cos\phi & sen\phi & 0 \\ -sen\phi & cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} i_1 \\ j_1 \\ k_1 \end{pmatrix} = \mathrm{Ez}\phi \cdot \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix}$$

SEGUNDO GIRO ÁNGULO DE NUTACIÓN (θ)

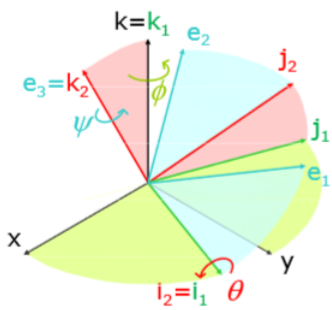
$$\begin{pmatrix} i_2 \\ j_2 \\ k_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta & sen\theta \\ 0 & -sen\theta & cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ j_1 \\ k_1 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} i_2 \\ j_2 \\ k_2 \end{pmatrix} = \mathrm{Ex}\theta \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ j_1 \\ k_1 \end{pmatrix}$$

TERCER GIRO ÁNGULO DE SPIN (ψ)

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} cos\psi & sen\psi & 0 \\ -sen\psi & cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_2 \\ j_2 \\ k_2 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = \text{Ez}\psi \cdot \begin{pmatrix} i_2 \\ j_2 \\ k_2 \end{pmatrix}$$

MATRIZ DE ROTACIÓN DE LOS 3 GIROS

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ j_1 \\ k_1 \end{pmatrix} = \text{Ez}\phi \cdot \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} i_2 \\ j_2 \\ k_2 \end{pmatrix} = \text{Ex}\theta \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ j_1 \\ k_1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = \text{Ez}\psi \cdot \begin{pmatrix} i_2 \\ j_2 \\ k_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} i_2 \\ j_2 \\ k_2 \end{pmatrix} = \text{Ex}\theta \cdot \text{Ez}\ \phi \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = \text{Ez}\psi\cdot\text{Ex}\theta\cdot\text{Ez}\phi \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = \text{E} \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix}$$

$$\text{E} = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\phi - \cos\theta\,\text{sen}\,\phi\,\text{sen}\,\psi & \cos\psi\,\text{sen}\,\phi + \cos\theta\cos\phi\,\text{sen}\,\psi & \text{sen}\,\theta\,\text{sen}\,\psi \\ -\text{sen}\,\psi\cos\phi - \cos\theta\,\text{sen}\,\phi\cos\psi & -\text{sen}\,\psi\,\text{sen}\,\phi + \cos\theta\cos\phi\cos\psi & \text{sen}\,\theta\cos\psi \\ \text{sen}\,\theta\,\text{sen}\,\phi & -\text{sen}\,\theta\cos\phi & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Referencias

[1] cartagena99. Matrices de rotacion Ángulos de euler, September 2016.