Dinámica y control de Robots

Tare2_1_

NOMBRE DEL ALUMNO:

Altamirano Vargas Oscar Daniel

CARRERA:

ING. Mecatrónica

GRADO Y GRUPO:

8°-B

CUATRIMESTRE:

8°- cuatrimestre

NOMBRE DEL DOCENTE:

Ing. Morán Garabito Carlos Enrique

Subsecretaría de Educación Superior
Coordinación General de
Universidades Tecnológicas y Politécnicas

En el modelo dinámico el movimiento de un cuerpo rígido puede ser descompuesto en el movimiento de traslación de un punto arbitrario fijo al cuerpo rígido, y el movimiento de rotación del cuerpo rígido respecto de ese punto. Las ecuaciones dinámicas de un cuerpo rígido pueden también ser representadas por dos ecuaciones; una que describe el movimiento de traslación del *centroide* (o centro de masa) y otra que describe el movimiento de rotación alrededor del centroide. La primera manera es la ecuación de movimiento de una partícula de masa de *Newton* y la segunda manera es la ecuación de movimiento de *Euler*.

Si se considera el diagrama de cuerpo libre de un eslabón de brazo individual, todas las fuerzas y momentos actuantes en un eslabón i cualquiera, estarán representadas por la figura , la cual describe el *balance estático de las fuerzas*, excepto por la *fuerza y momento inercial* que se desprenden del *movimiento dinámico* del eslabón. Si $\mathbf{v_{ci}}$ es la velocidad lineal del centroide del eslabón i con respecto al sistema de coordenadas base $\mathrm{O}_{0-x0 y0 z0}$, el cual es un sistema de referencia inercial; la fuerza inercial está entonces dada por la expresión $-\mathrm{m_i} \cdot \mathbf{\dot{v}_{ci}}$ donde $\mathrm{m_i}$ es la masa del eslabón y $\mathbf{\dot{v}_{ci}}$ es la derivada de $\mathbf{v_{ci}}$ con respecto al tiempo. La ecuación de movimiento resultante es:

$$\mathbf{f_{i-1,i}} - \mathbf{f_{i,i+1}} + \mathrm{m_i} \cdot \mathbf{g} - \mathrm{m_i} \cdot \mathbf{\dot{v}_{ci}} = 0,$$

con $\mathrm{i} = 1, \dots, \mathrm{n}$, donde $\mathbf{f_{i-1,i}}$ y $- \mathbf{f_{i,i+1}}$ son las fuerzas de acoplamiento aplicadas sobre el eslabón i por los eslabones $\mathrm{i-1}$ e $\mathrm{i+1}$, respectivamente, y $\mathbf{g}$ es el vector de aceleración de gravedad.

Fuerzas y momentos actuando sobre el eslabón i.

Los movimientos de rotación están descritos por las ecuaciones de *Euler*. Del mismo modo que para los movimientos de traslación, las ecuaciones dinámicas son derivadas añadiendo torques inerciales al balance estático de momentos.

Las propiedades de masa de un cuerpo rígido unitario, con respecto a las rotaciones alrededor del centroide, están representadas por un tensor de inercia, que es una matriz simétrica de dimensión 3x3, definida por:

$$\mathcal{I} = \left[\begin{array}{rrr} \int {(\delta{y}^2 + \delta{z}^2)} \rho \cdot \mathrm{dV} & -\int {\delta{x} \cdot \delta{y}} \cdot \rho \cdot \mathrm{dV} & -\int {\delta{x} \cdot \delta{z}} \cdot \rho \cdot \mathrm{dV} \\ -\int {\delta{x} \cdot \delta{y}} \cdot \rho \cdot \mathrm{dV} & \int {(\delta{z}^2 + \delta{x}^2)} \rho \cdot \mathrm{dV} & -\int {\delta{y} \cdot \delta{z}} \cdot \rho \cdot \mathrm{dV} \\ -\int {\delta{z} \cdot \delta{x}} \cdot \rho \cdot \mathrm{dV} & -\int {\delta{z} \cdot \delta{y}} \cdot \rho \cdot \mathrm{dV} & \int {(\delta{x}^2 + \delta{y}^2)} \rho \cdot \mathrm{dV} \end{array} \right]$$

donde; ρ es la densidad de la masa, $\delta{x} = x - x_\mathrm{c}$, $\delta{y} = y - y_\mathrm{c}$ y $\delta{z} = z - z_\mathrm{c}$ siendo x_c, y_c, y z_c las coordenadas del centroide del cuerpo rígido de volumen completo V en el cual se evalúa cada integral. Nótese que el tensor de inercia varía según la orientación de este cuerpo.

El torque inercial que actúa sobre el eslabón i está dado por la tasa de cambio en el tiempo del momento angular del eslabón en ese instante. Si se denota por $\boldsymbol{\omega}_\mathbf{i}$ al vector de velocidad angular, y como $\mathcal{I}_\mathrm{i}$ al tensor de inercia centroidal del eslabón i; entonces, el momento angular está dado por $\mathcal{I}_\mathrm{i} \cdot \boldsymbol{\omega}_\mathbf{i}$ dado que el tensor de inercia varía según cambia la orientación del eslabón, la derivada del momento angular con respecto al tiempo incluye no sólo el término resultante de la aceleración angular $\mathcal{I}_\mathrm{i} \cdot \boldsymbol{\dot{\omega}}_\mathbf{i}$ sino también un término resultante de los cambios en el tensor de inercia. Este último término es conocido como el torque giroscópico y está dado por $\boldsymbol{\omega}_\mathbf{i} \times (\mathcal{I}_\mathrm{i} \cdot \boldsymbol{\omega}_\mathbf{i})$. Por lo tanto, la ecuación de balance de momentos será:

$$\begin{equation} \begin{split} \tau_\mathrm{i-1,i} - \tau_\mathrm{i,i+1} + \mathbf{r_{i,ci}} \times \mathbf{f_{i,i+1}} - \mathbf{r_{i-1,ci}} \times \mathbf{f_{i-1,i}} - \mathcal{I}_\mathrm{i} \cdot \boldsymbol{\dot{\omega}}_\mathbf{i} & \\ - \boldsymbol{\omega}_\mathbf{i} \times (\mathcal{I}_\mathrm{i} \cdot \boldsymbol{\omega}_\mathbf{i}) & = 0, \end{split} \end{equation}$$

con $\mathrm{i} = 1, \dots, \mathrm{n}$, donde:

Entidades de la la ecuación de balance de momentos.

Variable	**Definición**
$\tau_{i-1,i}$	Torque aplicado en el eslabón i por el eslabón $\mathrm{i-1}$.
$\tau_{i,i+1}$	Torque aplicado en el eslabón $\mathrm{i+1}$ por el eslabón i.
$\mathbf{f_{i-1,i}}$	Fuerza lineal aplicada en el eslabón i por el eslabón $\mathrm{i-1}$.
$\mathbf{f_{i,i+1}}$	Fuerza lineal aplicada en el eslabón $\mathrm{i+1}$ por el eslabón i.
$\mathbf{r_{i,ci}}$	Posición vectorial medida desde el punto $\mathrm{O_i}$ hasta el centroide $\mathrm{c_i}$.
$\mathbf{r_{i-1,ci}}$	Posición vectorial medida desde el punto $\mathrm{O_{i-1}}$ hasta el centroide $\mathrm{c_i}$.

Las ecuaciones y gobiernan el comportamiento dinámico de un eslabón individual de un brazo. El conjunto total de ecuaciones para el brazo completo del manipulador es obtenido evaluando ambas ecuaciones para todos los eslabones del brazo, $\mathrm{i} = 1, \dots, \mathrm{n}$.