

Table des matières

1	Flot Optique	2
1.1	Introduction	2
1.1.1	Hypothèse pour le Flot Optique	2
1.1.2	Établissement de l'équation du Flot Optique	2
1.1.3	Problème de l'ouverture	2
1.2	Estimation du flot optique	2
1.2.1	Méthode de Horn-Schunck	2
1.2.2	Méthode de Lucas-Kanade	3
1.3	Méthodes Numériques	3
1.3.1	OpenCV	3
1.3.2	Méthode TV-L1	3
1.3.3	Implémentation et premiers résultats	4
	Références	7

1 Flot Optique



1.1 Introduction

1.1.1 Hypothèse pour le Flot Optique

L'hypothèse la plus importante qui sert dans la détermination du flot optique est celle de l'illumination constante. Elle suppose que le triplet $(X_1(t), X_2(t), X_3(t))$, représenté par le couple $(x_1(t), x_2(t))$ dans le plan de la caméra a une luminosité qui ne dépend pas du temps : $I(t, x_1(t), x_2(t)) = I_0, \forall t \geq 0$.

1.1.2 Établissement de l'équation du Flot Optique

On suppose donc ici que l'illumination d'un point au temps t reste constante. On a alors :

$$\forall t \geq 0, I(t, x_1(t), x_2(t)) = I_0$$

On dérive donc de chaque côté par rapport à t :

$$\forall t \geq 0, \frac{d}{dt} I(t, x_1(t), x_2(t)) = 0$$

Or la règle de la chaîne donne

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (I(t, x_1(t), x_2(t))) &= \frac{\partial}{\partial t} I(t, x_1(t), x_2(t)) + \frac{dx_1}{dt} \frac{\partial}{\partial x_1} I(t, x_1(t), x_2(t)) + \frac{dx_2}{dt} \frac{\partial}{\partial x_2} I(t, x_1(t), x_2(t)) \\ &= \frac{\partial}{\partial t} I(t, x_1(t), x_2(t)) + \nabla I \cdot v \end{aligned}$$

avec $v := \left(\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt} \right)$

Finalement, on obtient donc l'équation du flot optique :

$$\frac{\partial I}{\partial t} + \nabla I \cdot v = 0$$

1.1.3 Problème de l'ouverture

L'équation du flot optique,

$$\frac{\partial I}{\partial t} + \nabla I \cdot v = 0$$

est une équation à deux inconnues, $\frac{dx_1}{dt}$ et $\frac{dx_2}{dt}$, et dont les solutions reposent donc sur une droite. Le problème admet donc une infinité de solutions.

1.2 Estimation du flot optique

1.2.1 Méthode de Horn-Schunck

La première méthode qui permet l'estimation du flot optique consiste à ajouter une contrainte supplémentaire, celle visant à avoir un champ assez lisse. En notant $u := \frac{dx_1}{dt}$ et $v := \frac{dx_2}{dt}$, on a que $\nabla u = \left(\frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial u}{\partial x_2} \right)$. Le premier terme représente la variation de u dans la direction x et le deuxième la variation dans la direction y . Horn et Schunck introduisent donc une fonctionnelle à minimiser :

$$\iint \left(\frac{\partial I}{\partial t} + \nabla I \cdot (u, v) \right)^2 dx dy$$

Qui revient à trouver un couple (u, v) qui résout l'équation du flot optique, car le minimum de celle-ci est 0, atteint pour les couples qui vérifient l'équation.

On ajoute de plus une fonctionnelle traduisant la contrainte de régularité, que l'on va également chercher à minimiser.

$$\lambda \iint \|\Delta(u, v)\|^2 dx dy$$

où λ est un paramètre strictement positif

Ainsi, la méthode Horn-Schunck consiste en la minimisation de la fonctionnelle qui correspond à la somme des deux précédentes, c'est-à-dire

$$E(u, v) := \iint \left(\frac{\partial I}{\partial t} + \nabla I \cdot (u, v) \right)^2 dx dy + \lambda \iint \|\Delta(u, v)\|^2 dx dy$$

E est positive en tant que somme de carrés et par positivité de l'intégrale.

Un des désavantages de cette méthode est qu'elle ne peut être utilisée que pour mesurer des déplacements importants, car la régularité imposée implique que l'on ne peut pas mesurer les petites variations locales car se font régulariser.

1.2.2 Méthode de Lucas-Kanade

Deuxièmement, on peut estimer le flot optique via une deuxième méthode, celle de Lucas-Kanade. Elle suppose quant à elle que le déplacement d'un point de l'image entre deux instants consécutifs est petit et approximativement constant dans un voisinage du point p . On note (u, v) le vecteur des vitesses locales autour de ce point p . En supposant qu'il y a n pixels dans cette fenêtre et que l'on les nomme (q_1, \dots, q_n) , u et v doivent vérifier le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial x}(q_1)u + \frac{\partial I}{\partial y}(q_1)v = -\frac{\partial I}{\partial t}(q_1) \\ \frac{\partial I}{\partial x}(q_2)u + \frac{\partial I}{\partial y}(q_2)v = -\frac{\partial I}{\partial t}(q_2) \\ \vdots \\ \frac{\partial I}{\partial x}(q_n)u + \frac{\partial I}{\partial y}(q_n)v = -\frac{\partial I}{\partial t}(q_n) \end{cases}$$

En ayant injecté dans l'équation du flot optique. On peut réécrire ce système sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial I}{\partial x}(q_1) & \frac{\partial I}{\partial y}(q_1) \\ \frac{\partial I}{\partial x}(q_2) & \frac{\partial I}{\partial y}(q_2) \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial I}{\partial x}(q_n) & \frac{\partial I}{\partial y}(q_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial I}{\partial t}(q_1) \\ \frac{\partial I}{\partial t}(q_2) \\ \vdots \\ \frac{\partial I}{\partial t}(q_n) \end{pmatrix}$$

Soit de la forme $Ax = b$. De plus x est solution s'il minimise $\|Ax - b\|_2 = \min \{Ay - b, y \in \mathbb{R}^2\}$ et on retrouve là un problème de moindres carrés.

1.3 Méthodes Numériques

1.3.1 OpenCV

OpenCV (pour Open Source Computer Vision Library) est une bibliothèque Python spécialisée dans le traitement d'images en temps réel. Ses utilisations sont très diverses, et vont de la lecture et du traitement d'une image jusqu'au calcul du flot optique entre 2 frames, ceci étant ce qui nous intéresse particulièrement.

1.3.2 Méthode TV-L1

La méthode TV-L1 est une méthode qui se base sur la minimisation de la fonctionnelle suivante :

$$E(u) = \int_{\Omega} (|\nabla u_1| + |\nabla u_2| + \lambda |\rho(u)|)$$

Où :

- $u = (u_1, u_2)$ est le champ de flux.
- $|\nabla u_1| + |\nabla u_2|$ est le terme de régularisation.
- ρ est la forme linéarisée de $I_1(x + u) - I_0(x)$ où I_0 est la luminosité de la première image, et I_1 celle de la deuxième.
- λ est le facteur de régularisation : plus λ est grand, plus le résultat sera lisse. Au contraire, pour λ petit, le résultat sera plus proche de la réalité, mais aussi possiblement plus bruité.

Enfin, avec son implémentation dans OpenCV, l'algorithme TV-L1 prend également en compte un deuxième paramètre, θ . Celui-ci contrôle la vitesse de convergence et la stabilité du schéma numérique. Si θ est trop petit, la convergence peut-être trop lente et moins stable. Par contre, pour θ plus grand, la convergence sera plus rapide et moins instable. Les résultats peuvent toutefois devenir incohérents.

Les valeurs typiques utilisées sont $\lambda = 0.1$, $\theta = 0.3$. Pour calculer le flot optique entre deux frames, on utilise donc le code suivant :

```
1 def optical_flow(frame1, frame2):
2     gray1 = cv2.cvtColor(frame1, cv2.COLOR_BGR2GRAY)
3     gray2 = cv2.cvtColor(frame2, cv2.COLOR_BGR2GRAY) #on importe les images
4     optical_flow = cv2.optflow.DualTVL1OpticalFlow_create()
5     optical_flow.setLambda(0.1) # On choisit la valeur de lambda
6     optical_flow.setTheta(0.3) # On choisit la valeur de theta
7     flow = optical_flow.calc(gray1, gray2, None)
8     return flow
```

1.3.3 Implémentation et premiers résultats

L'affichage du flot optique superposé sur la première frame se fait en Python de la manière suivante, via toujours la bibliothèque OpenCV.

```
1 import cv2
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4
5 def optical_flow(frame1, frame2):
6     gray1 = cv2.cvtColor(frame1, cv2.COLOR_BGR2GRAY)
7     gray2 = cv2.cvtColor(frame2, cv2.COLOR_BGR2GRAY)
8     optical_flow = cv2.optflow.DualTVL1OpticalFlow_create()
9     optical_flow.setLambda(0.1)
10    optical_flow.setTheta(0.3)
11    flow = optical_flow.calc(gray1, gray2, None)
12    return flow
13
14 def visu_optical_flow(flow, start_frame, min_magnitude=1.0):
15     vis = start_frame.copy()
16     H, W = flow.shape[:2]
17     #mag correspond à l'intensité du mouvement
18     #ang correspond à la direction du mouvement
19     mag, ang = cv2.cartToPolar(flow[..., 0], flow[..., 1])
20     mean_mag = np.mean(mag)
21     scale = max(1, 10 / (mean_mag + 1e-6)) #echelle de visualisation en fonction
22     de la moyenne de l'intensité du mouvement
23     step = 25 # espacement des flèches
24     for y in range(0, H, step):
25         for x in range(0, W, step):
26             dx, dy = flow[y, x]
27             if np.linalg.norm(np.array([dx, dy])) > min_magnitude: # ignorer le
28                 bruit faible
29                 end_point = (int(x + scale * dx), int(y + scale * dy))
30                 cv2.arrowedLine(vis, (x, y), end_point, (0, 255, 0), 1, tipLength
31                               =0.3)
32
33     vis_rgb = cv2.cvtColor(vis, cv2.COLOR_BGR2RGB) #opencv utilise BGR mais
34     Matplotlib utilise RGB
35     plt.figure(figsize=(7, 6))
36     plt.imshow(vis_rgb)
37     plt.title("Optical Flow")
38     plt.axis("off")
39     plt.show()
40
41 if __name__ == "__main__":
42     frame1 = cv2.imread("1.png")
43     frame2 = cv2.imread("2.png")
44     flow = optical_flow(frame1, frame2)
45     visu_optical_flow(flow, frame1, min_magnitude=1.0)
```

On applique ceci par exemple sur la vidéo d'une route, entre les deux images suivantes [1].



Ainsi le flot optique devrait être de la forme :



L'exécution du programme nous renvoie toutefois



Ceci est assez cohérent. En effet, on voit certaines flèches qui ne vont pas dans le sens attendu, ce qui est dû à l'hypothèse faite sur la constance de l'illumination, qui n'est pas vérifiée dans la réalité. De plus, les véhicules du fond ne forment pas de flèche car ne semblent pas bouger, en raison de l'effet parallaxe qui est un effet visuel dans lequel les éléments les plus proches du viewer se déplacent plus rapidement que ceux situés en arrière-plan.

Essayons à présent de changer les paramètres. On fait varier successivement λ et θ



$$\lambda = 0.1, \theta = 0.1$$



$$\lambda = 0.1, \theta = 0.5$$



$$\lambda = 0.1, \theta = 0.9$$



$$\lambda = 0.5, \theta = 0.1$$



$$\lambda = 0.5, \theta = 0.5$$



$$\lambda = 0.5, \theta = 0.9$$



$\lambda = 0.9, \theta = 0.1$



$\lambda = 0.9, \theta = 0.5$



$\lambda = 0.9, \theta = 0.9$

Ceci nous confirme donc le rôle des paramètres λ et θ expliqué précédemment. Plus la valeur de θ est faible, plus le flot sera précis. A contrario, plus on augmente θ , plus il y aura de bruit sur le flot et moins celui-ci sera lisse. Par contre, plus λ est petit, moins il y a de bruit dans l'image qui est pris en compte. Par contre, plus λ est petit, plus le flot est lissé et donc possiblement un peu moins réaliste. Ceci nous invite donc à garder notre choix : $\lambda = 0.1, \theta = 0.3$. À présent essayons sur d'autres vidéos.



Première image



Deuxième image

On s'attend donc à un flot de la forme suivante :



L'exécution du programme précédent donne quant à elle :



$\lambda = 0.1, \theta = 0.1$



$\lambda = 0.1, \theta = 0.5$



$\lambda = 0.1, \theta = 0.9$



$\lambda = 0.5, \theta = 0.1$



$\lambda = 0.5, \theta = 0.5$



$\lambda = 0.5, \theta = 0.9$



$\lambda = 0.9, \theta = 0.1$



$\lambda = 0.9, \theta = 0.5$



$\lambda = 0.9, \theta = 0.9$

À nouveau, le choix $\lambda = 0.1, \theta = 0.3$ semble être le plus cohérent. L'estimation est toutefois assez mauvaise dans ce cas car on n'est pas dans le cas de faibles déplacements, contrairement à précédemment.

Références

- [1] Mike BIRD. <https://www.pexels.com/fr-fr/video/flux-de-traffic-sur-l-autoroute-2103099/>. 2019.