

**GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA**  
**ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA**

**EIBAR**

---

**TFG :**        Modelado de aerogeneradores con PMSM

---

**ANEXO I:** Grado en Ingeniería de Energías Renovables

**Grado:** Grado en Ingeniería de Energías Renovables

**Curso:** **2017 - 2018**

**Autor:** Solbas Amengual, Hermes

**Director:** De Marcos Plaza, Julián

## ANEXO 1. FUNDAMENTO TEÓRICO PARA LA MODULACIÓN VECTORIAL (SVPWM)

### A1.1. NOTACIÓN VECTORIAL

La notación vectorial es una herramienta algebraica que se utiliza para representar sistemas compuestos por dos o más vectores que pertenezcan al mismo espacio vectorial, se realiza la suma vectorial de ellos para obtener un único vector espacial que represente el sistema. Por su capacidad de simplificación se utiliza en una variedad de ámbitos muy extensa.

#### A1.1.1. Vectores espaciales

Se definen tres variables "abc" dependientes del tiempo, con el mismo módulo y desfasadas  $2\pi/3$  radianes, de forma que definan un sistema trifásico equilibrado:

$$x_a(t) = |X| \cdot \cos(\omega t) \quad (A1.1)$$

$$x_b(t) = |X| \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (A1.2)$$

$$x_c(t) = |X| \cdot \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (A1.3)$$

Donde:

$\omega$ : Velocidad angular de oscilación [rad/s].

$|X|$ : Módulo o amplitud.

$t$ : Tiempo [s].

Se define la fórmula de Euler:

$$a = e^{-j\theta} = \cos(\theta) - j \cdot \sin(\theta) \quad (A1.4)$$

Donde  $\theta$  es el ángulo dependiente del tiempo [rad].

Se definen los vectores "abc":

$$\vec{X}_a = x_a(t) \quad (A1.5)$$

$$\vec{X}_b = a \cdot x_b(t) \quad (A1.6)$$

$$\vec{X}_c = a^2 \cdot x_c(t) \quad (A1.7)$$

Se define un vector espacial compuesto por las tres componentes dependientes del tiempo:

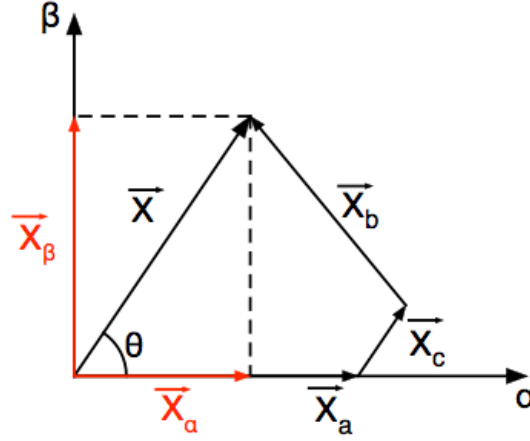
$$\vec{X} = k \cdot (\vec{X}_a + \vec{X}_b + \vec{X}_c) \quad (A1.8)$$

Donde  $k$  es una constante arbitraria escogida por conveniencia que tomará el valor de tres medios para mantener constante el módulo del vector  $\vec{X}$  en régimen permanente sinusoidal.

### A1.1.2. Cambio a un sistema de referencia "αβ"

El vector espacial se puede definir como la suma de dos variables que corresponden a la parte real e imaginaria:

$$\vec{X} = k \cdot (\vec{X}_a + \vec{X}_b + \vec{X}_c) = Re + j \cdot Im = \vec{X}_\alpha(t) + j \cdot \vec{X}_\beta(t) \quad (A1.9)$$



**Figura A1-1. Diagrama fasorial para el vector espacial descrito.**

Ahora para conocer el valor de cada componente realizamos el sumatorio de las partes reales para la componente α e imaginarias para la componente β:

$$\vec{X}_\alpha = \frac{3}{2} \cdot \left( x_a(t) - \frac{1}{2} \cdot x_b(t) - \frac{1}{2} \cdot x_c(t) \right) \quad (A1.10)$$

$$\vec{X}_\beta = \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x_b(t) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x_c(t) \right) \quad (A1.11)$$

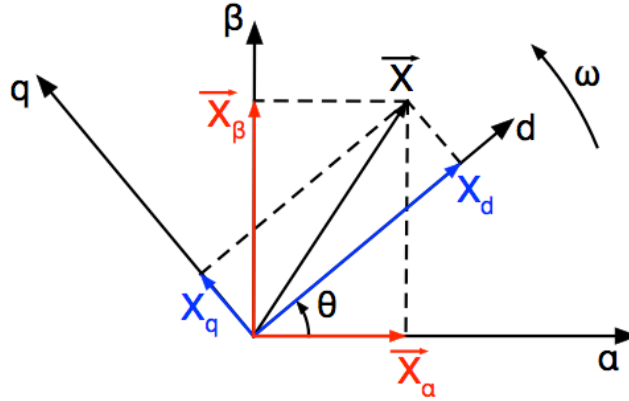
Con las expresiones anteriores se construye la siguiente matriz también conocida como transformada de Clarke, que permite el cambio del sistema de referencia "abc" al sistema de referencia "αβ":

$$\begin{bmatrix} \vec{X}_\alpha \\ \vec{X}_\beta \end{bmatrix} = \frac{3}{2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} \quad (A1.12)$$

La transformada inversa para volver al sistema de referencia convencional conociendo las componentes αβ es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{X}_\alpha \\ \vec{X}_\beta \end{bmatrix} \quad (A1.13)$$

### A1.1.3. Cambio a un sistema de referencia giratorio "dq"



**Figura A1-2. Diagrama fasorial para el sistema de referencia giratorio.**

Una vez tenemos el vector espacial definido en el plano  $\alpha\beta$  aplicamos la fórmula de Euler:

$$\vec{X}_{dq} = \vec{X}_{\alpha\beta} \cdot e^{-j \cdot \theta} \quad (A1.14)$$

$$e^{-j \cdot \theta} = \cos(\theta) - j \cdot \sin(\theta) \quad (A1.15)$$

De las ecuaciones anteriores podemos deducir la siguiente matriz conocida como transformada de Park:

$$\begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{X}_\alpha \\ \vec{X}_\beta \end{bmatrix} \quad (A1.16)$$

La transformada de Park inversa responde a la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} \vec{X}_\alpha \\ \vec{X}_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} \quad (A1.17)$$

#### A1.1.3.2. Transformación de un término derivativo al sistema de referencia giratorio

A la hora de pasar de un sistema a otro, pueden aparecer términos derivativos en función del tiempo en las variables a transformar. Si es el caso se deben tener en cuenta los siguientes términos que aparecen, deducidos matemáticamente al aplicar la fórmula de Euler al termino derivativo.

Cuando pasamos del sistema " $\alpha\beta$ " al sistema "dq" se le denomina término de acoplo:

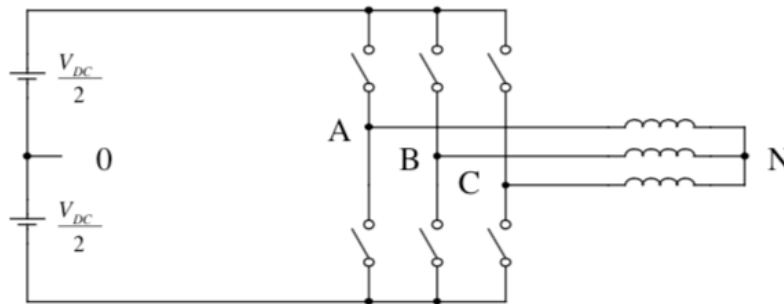
$$\frac{d(\vec{X}_{\alpha\beta})}{dt} \Rightarrow \frac{d(\vec{X}_{dq})}{dt} + j \cdot \omega \cdot \vec{X}_{dq} \quad (A1.18)$$

Por el contrario, si pasamos del sistema "dq" al sistema " $\alpha\beta$ " se le denomina término de desacoplo:

$$\frac{d(\vec{X}_{dq})}{dt} \Rightarrow \frac{d(\vec{X}_{\alpha\beta})}{dt} - j \cdot \omega \cdot \vec{X}_{dq} \quad (A1.19)$$

## A1.2. CONTROL VECTORIAL (SVPWM) EN UN CONVERTIDOR TRIFÁSICO

En este apartado vamos a explicar la técnica de modulación por ancho de pulso del vector espacio (SVPWM), también conocido como control vectorial, aplicado a un convertidor trifásico de dos niveles alimentado por un bus de continua. Como ventaja diremos que tiene una fácil o sencilla implementación, pero como contrapartida diremos que no se adaptan bien a cargas no lineales y poseen elevadas pérdidas de conmutación, que aparecen cuando deseamos una distorsión armónica total, es decir, un THD de bajo valor. Para ello deben aumentarse el número de conmutaciones y como consiguiente las pérdidas en las mismas.



**Figura A1-3. Esquema eléctrico de un convertidor trifásico de dos niveles.**

La característica de este tipo de control se basa en sustituir todo el sistema trifásico por un solo vector, en el que la frecuencia queda reflejada en su velocidad de giro respecto al tiempo.

El vector espacial al que ligaremos el sistema de referencia giratorio es la tensión del convertidor, compuesta por la suma vectorial de sus componentes "abc" desfasadas  $120^\circ$  por ser un sistema equilibrado y que gira a una velocidad angular igual a  $\omega_e$ .

$$\vec{V} = \frac{2}{3} \cdot \left( v_{AN} + e^{j \cdot \frac{2\pi}{3}} \cdot v_{BN} + e^{j \cdot \frac{4\pi}{3}} \cdot v_{CN} \right) = v_\alpha + j \cdot v_\beta \quad (\text{A1.20})$$

Al ser un sistema equilibrado debe cumplirse la siguiente relación entre las componentes del sistema:

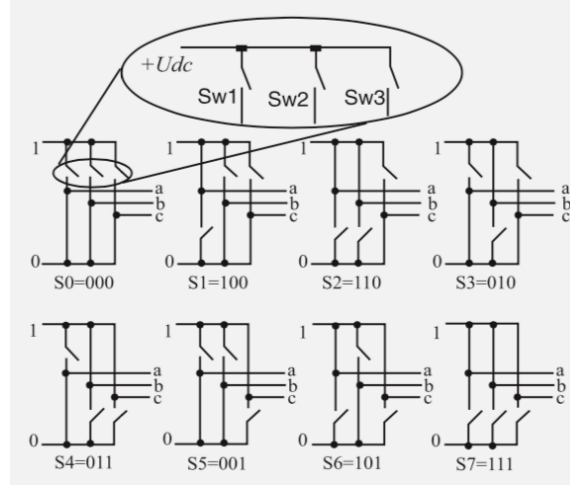
$$v_{AN}(t) + v_{BN}(t) + v_{CN}(t) = 0 \quad (\text{A1.21})$$

Los semiconductores que actúan como interruptores, pueden estar abiertos o cerrados, pero dentro de una misma rama nunca pueden estar ambos en el mismo estado. Las ramas A, B y C pueden tomar valor de 0 o 1, en función del estado de sus semiconductores.

$$\text{Estados} = 2^n = 2^3 = 8 \quad (\text{A1.22})$$

Donde "n" representa el número de ramas que componen el sistema y "2" los estados posibles.

Es decir, atendiendo a la ecuación A1.22, el convertidor trifásico tiene 8 estados distintos que se representan mediante ocho vectores espaciales distintos.



**Figura A1-4. Posibles estados del convertidor trifásico.**

Aplicando Kirchhoff en el circuito obtenemos las ecuaciones que definen los valores de las tensiones respecto al neutro:

$$v_{AN} = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot v_{A0} - v_{B0} - v_{C0}) = \frac{v_{dc}}{3} \cdot (2 \cdot A - B - C) \quad (A1.23)$$

$$v_{BN} = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot v_{B0} - v_{A0} - v_{C0}) = \frac{v_{dc}}{3} \cdot (-A + 2 \cdot B - C) \quad (A1.24)$$

$$v_{CN} = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot v_{C0} - v_{A0} - v_{B0}) = \frac{v_{dc}}{3} \cdot (-A - B + 2 \cdot C) \quad (A1.25)$$

Si aplicamos la transformada de Clarke obtenemos las ecuaciones para las componentes "αβ" del vector tensión:

$$v_{\alpha} = \frac{v_{dc}}{\sqrt{3}} \cdot (2 \cdot A - B - C) \quad (A1.26)$$

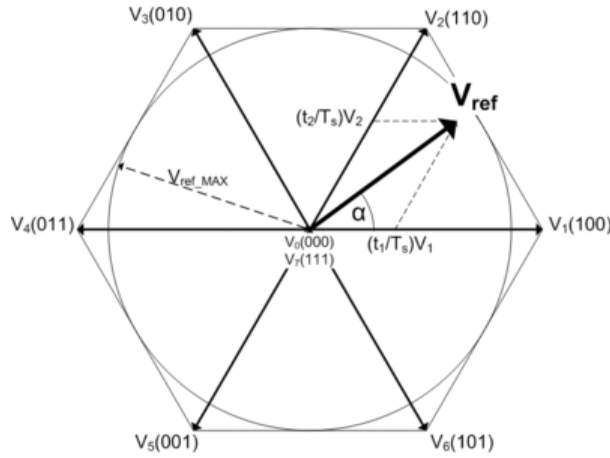
$$v_{\beta} = \frac{v_{dc}}{\sqrt{3}} (B - C) \quad (A1.27)$$

Conociendo las ecuaciones que nos dan los valores de la componentes de ambos sistemas de referencia en función de la tensión del bus de continua, construimos una tabla con los valores de las ramas, las tensiones respecto a 0 y las tensiones respecto neutro.

	A	B	C	$v_{A0}$	$v_{B0}$	$v_{C0}$	$v_{AN}$	$v_{BN}$	$v_{CN}$	$v_{\alpha}$	$v_{\beta}$
$\vec{V}_0$	0	0	0	$\frac{-v_{dc}}{2}$	$\frac{-v_{dc}}{2}$	$\frac{-v_{dc}}{2}$	0	0	0	0	0
$\vec{V}_5$	0	0	1	$\frac{-v_{dc}}{2}$	$\frac{-v_{dc}}{2}$	$\frac{v_{dc}}{2}$	$\frac{-v_{dc}}{3}$	$\frac{-v_{dc}}{3}$	$\frac{2v_{dc}}{3}$	$\frac{-v_{dc}}{3}$	$\frac{-v_{dc}}{\sqrt{3}}$
$\vec{V}_3$	0	1	0	$\frac{-v_{dc}}{2}$	$\frac{v_{dc}}{2}$	$\frac{-v_{dc}}{2}$	$\frac{-v_{dc}}{3}$	$\frac{2v_{dc}}{3}$	$\frac{-v_{dc}}{3}$	$\frac{-v_{dc}}{3}$	$\frac{v_{dc}}{\sqrt{3}}$
$\vec{V}_4$	0	1	1	$\frac{-v_{dc}}{2}$	$\frac{v_{dc}}{2}$	$\frac{v_{dc}}{2}$	$\frac{-2v_{dc}}{3}$	$\frac{v_{dc}}{3}$	$\frac{v_{dc}}{3}$	$\frac{-2v_{dc}}{3}$	0
$\vec{V}_1$	1	0	0	$\frac{v_{dc}}{2}$	$\frac{-v_{dc}}{2}$	$\frac{-v_{dc}}{2}$	$\frac{2v_{dc}}{3}$	$\frac{-v_{dc}}{3}$	$\frac{-v_{dc}}{3}$	$\frac{2v_{dc}}{3}$	0
$\vec{V}_6$	1	0	1	$\frac{v_{dc}}{2}$	$\frac{-v_{dc}}{2}$	$\frac{v_{dc}}{2}$	$\frac{v_{dc}}{3}$	$\frac{-2v_{dc}}{3}$	$\frac{v_{dc}}{3}$	$\frac{v_{dc}}{3}$	$\frac{-v_{dc}}{\sqrt{3}}$
$\vec{V}_2$	1	1	0	$\frac{v_{dc}}{2}$	$\frac{v_{dc}}{2}$	$\frac{-v_{dc}}{2}$	$\frac{v_{dc}}{3}$	$\frac{v_{dc}}{3}$	$\frac{-2v_{dc}}{3}$	$\frac{v_{dc}}{3}$	$\frac{v_{dc}}{\sqrt{3}}$
$\vec{V}_7$	1	1	1	$\frac{v_{dc}}{2}$	$\frac{v_{dc}}{2}$	$\frac{v_{dc}}{2}$	0	0	0	0	0

**Tabla A1-1. Valores de las componentes de ambos sistemas de referencia.**

Ahora tenemos una tabla de valores para 2 sistemas de referencia distintos que nos indica el valor de cada componente en función de la posición de los semiconductores que componen su rama. De tal forma que podemos conocer los valores de los vectores espaciales que representan los ocho estados mencionados.



**Figura A1-5. Representación vectorial de los ocho estados y las seis zonas generadas.**

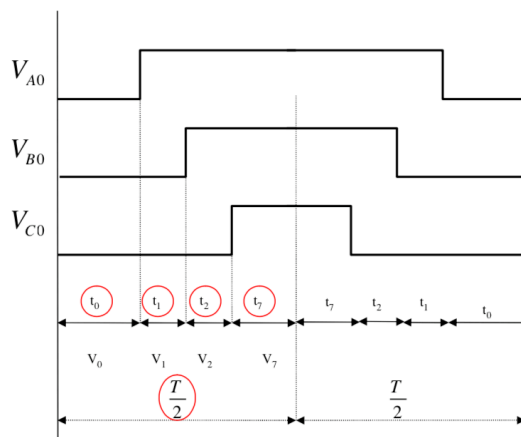
Para generar un vector de referencia o consigna que hará que el semiconductor salga de saturación para conducir o no; debemos tener en cuenta que no coincida con ninguno de los 8 estados propios del convertidor, situación que alteraría el correcto funcionamiento de este tipo de control. En función de la zona que nos encontremos se utilizarán unos vectores de estado u otros para generar el vector consigna. La ecuación que describe el vector referencia:

$$\vec{V}_{ref_{xy}} = \frac{1}{T/2} \cdot (\vec{V}_x \cdot t_x + \vec{V}_y \cdot t_y + \vec{V}_0 \cdot t_0 + \vec{V}_7 \cdot t_7) \quad (A1.28)$$

Donde "x" representa el número representativo del vector adyacente inferior e "y" el número representativo del vector adyacente superior.

Para generar un vector referencia en la zona I, como se muestra en la figura A2-5, se genera el vector adyacente inferior "V1" durante un tiempo "t1" y después se genera el vector adyacente superior "V2" durante un tiempo "t2" y el resto del tiempo se generan los vectores nulos "V0" y "V7". La ecuación que describe el vector referencia para la zona I es:

$$\vec{V}_{ref_{12}} = \frac{1}{T/2} \cdot (\vec{V}_1 \cdot t_1 + \vec{V}_2 \cdot t_2 + \vec{V}_0 \cdot t_0 + \vec{V}_7 \cdot t_7) \quad (A1.29)$$



**Figura A1-6. Pulsos generados para obtener el vector referencia en la zona I.**

Con los valores de la tabla desarrollamos la ecuación A1.29:

$$V_{ref}(\cos \theta + j \cdot \sin \theta) = \frac{1}{T/2} \cdot \left( \frac{2 \cdot v_{dc}}{3} \cdot t_1 + \left( \frac{v_{dc}}{3} + j \cdot \frac{v_{dc}}{\sqrt{3}} \right) \cdot t_2 \right)$$

Donde:

$\vec{V}_{ref}$ : Vector consigna que deseamos generar.

$V_{dc}$ : Tensión en el bus de continua.

$T/2$ : Representa el periodo o semiciclo.

$\vec{V}_1$ : Vector adyacente inferior.

$\vec{V}_2$ : Vector adyacente superior.

$\vec{V}_0, \vec{V}_7$ : Vectores nulos.

$t_1, t_2, t_0, t_7$ : Son los tiempos durante los que se generarán los respectivos vectores.

Para determinar los intervalos de tiempo que se genera un vector u otro, igualamos las partes reales e imaginarias de la ecuación A1.29 y despejamos los tiempos:

$$t_1 = \frac{T}{2} \cdot \frac{\left( V_{ref\alpha} - \frac{1}{\sqrt{3}} V_{ref\beta} \right)}{2/3 \cdot v_{dc}} \quad (A1.30)$$

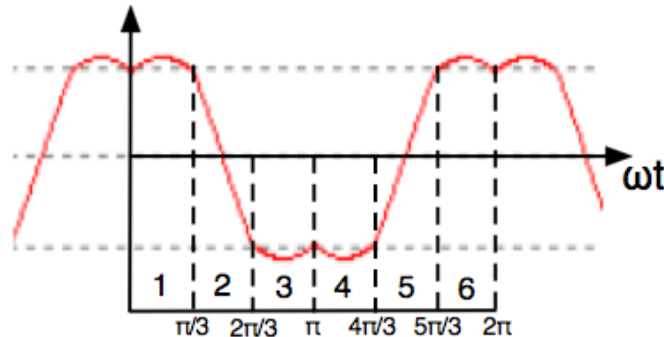
$$t_2 = \frac{T}{2} \cdot \frac{\left( \frac{2}{\sqrt{3}} V_{ref\beta} \right)}{2/3 \cdot v_{dc}} \quad (A1.31)$$

$$t_0 = t_7 = \frac{(T/2) - t_1 - t_2}{2} \quad (A1.32)$$

Como se muestra en la figura A2-5, el valor máximo que puede tomar el vector de referencia generado será inferior al valor máximo que pueden tomar los estados del convertidor, pero aproximadamente un 15% mayor que mediante un control PWM convencional:

$$|v_{ref}|_{\max\_PWM} = \frac{1}{2} v_{dc} \quad (A1.33)$$

$$|v_{ref}|_{\max\_SVPWM} = \frac{1}{\sqrt{3}} v_{dc} \quad (A1.34)$$



**Figura A1-7. Grafica del vector referencia para una rama del sistema y sus zonas.**

Previo comparación con el vector de carreo se atenúa el vector referencia de forma que su valor de pico no supere el valor unitario.

Por convenio el módulo del vector referencia atenuado será el siguiente:

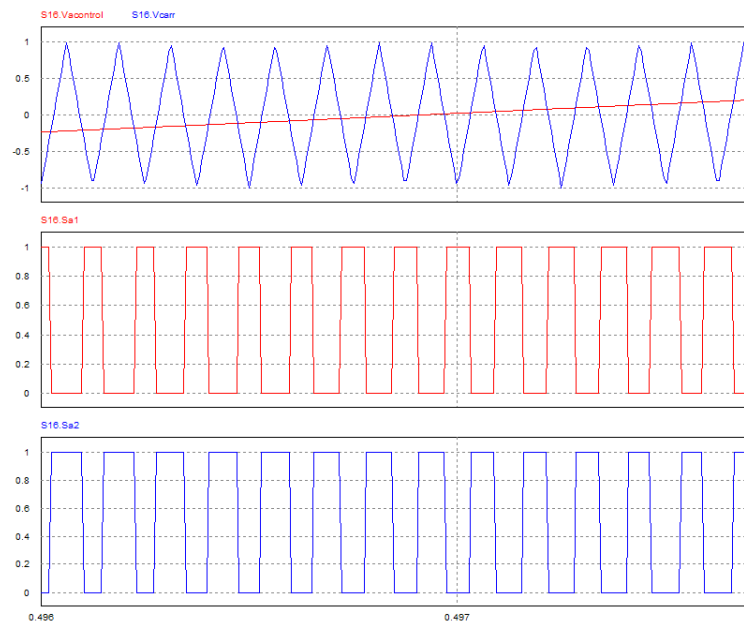


$$V_{ref_{atenuado}} = \frac{V_{ref}}{\left(\frac{1}{2} \cdot v_{dc}\right)} \quad (A1.35)$$

Una vez tenemos el vector referencia por unidad generado generaremos un vector de carreo con forma de onda triangular y un valor de pico unitario.

Mediante un comparador conectado al vector referencia en su terminal positivo y al vector de carreo en su terminal negativo. Cada vez que el vector referencia supera al vector de carreo generamos un pulso utilizado para el disparo del semiconductor superior de la rama, para el inferior se utiliza un negador invirtiendo la señal de disparo, evitando así que ambos puedan coincidir en estado. De esta forma se generan las seis señales o pulsos de disparo que accionan los transistores para cada uno de los 8 estados del convertidor.

Con lo explicado anteriormente podemos deducir los principios básicos de este tipo de control. Si queremos aumentar el módulo de la tensión de rama, aumentamos el módulo del vector referencia generado.



**Figura A1-8. Ondas obtenidas en PSIM; el vector referencia y el vector de carreo en la gráfica superior y los pulsos de una misma rama en la central e inferior.**