

# Diseño y simulación de un controlador PI para un planta RC.

Autores

Estrada Vidal, Jorge [jor1550g@gmail.com](mailto:jor1550g@gmail.com)  
 Florian Chacon, Erick [erick.florian.uni@gmail.com](mailto:erick.florian.uni@gmail.com)  
 Giraldo Castillo, Oscar [oscar.gi.cast@gmail.com](mailto:oscar.gi.cast@gmail.com)

Asesores:

Ing. Rodriguez Bustinza, Ricardo [robust@uni.edu.pe](mailto:robust@uni.edu.pe)

*Universidad Nacional de Ingeniería*

## I. OBJETIVOS

- Identificar el modelo de un planta RC través de la adquisición de datos y de la estructura paramétrica ARX.
- Diseñar un controlador PI para la planta RC.
- Analizar y comparar un controlador PI y PID para la planta RC.

## II. MARCO TEÓRICO

### A. Estructuras de modelos parametricos

Las estructuras de modelos tambien conocidas como “cajas negras” quedan representadas por ejemplo, mediante una ecuación lineal en diferencias dado por:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{n_a} y(t-n_a) = b_1 u_{t-1} + \dots + b_{n_b} y(t-n_b) + e(t) \quad (1)$$

El termino de ruido blanco,  $e(t)$  aca ingresa como un error directo en la ecuacion en diferencias dada en 1, a menudo es llamada ecuacion del modelo de error (estructura).

El vector que es llamado vector de parametros es el objetivo del estudio, es decir, encontrando dicho vector podemos conocer el modelo discreto y por ende el modelo continuo.

$$\theta = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{n_a} \ b_1 \ \dots \ b_{n_b})^T \quad (2)$$

Dentro de estas estructuras parametricas principales que nos proporcionan las herramientas del software de simulacion de Matlab y LabVIEW está:

- Estructura Parametrica ARX:*
- Estructura Parametrica ARMAX:*
- Estructura Parametrica OE (Output Error):*
- Estructura Parametrica BJ (Box Jenkins):* En este laboratorio, estudiaremos la segunda estructura que describiremos a continuación:

### B. Estructura ARMAX

El modelo ARMAX (AutoRegresive eXogenous Moving Average) es mas flexible describiendo la ecuacion de error como un “promedio movil”, el ruido blanco puede ser representado por  $e(t)$ , el modelo presenta la relacion de entrada y salida que puede ser descrita por una ecuacion en diferencia lineal en la forma.

$$y(t) = \frac{B(q)}{A(q)} U(t) + \frac{C(q)}{A(q)} e(t) \quad (3)$$

Siendo su función de transferencia:

$$Y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} z^{-d} U(z) + \frac{C(z)}{A(z)} E(z) \quad (4)$$

A continuación presentamos un esquema básico del sistema analizado (ver Fig. ??).

En donde el bloque etiquetado como planta contiene lo siguiente: (ver Fig. ??)

Cuya simulación obtenida en Proteus es la siguiente: (ver Fig. ??)

## III. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

Para hallar el controlador de nuestra planta RC, procederemos primero a identificar mediante un ARX[111], con esto obtendremos la planta identificada la cual seria como se muestra en la ecuación 5.

$$P(s) = \frac{Gain}{s + \frac{1}{\tau}} = \frac{8.66}{s + 8.59} \quad (5)$$

Observamos que nuestra planta presenta un polo real

$$s_p = -8.59 \quad (6)$$

Sabemos que la Función de Transferencia de nuestro controlador PI es de la siguiente forma

$$G_c(s) = \frac{K(s+a)}{s} \quad (7)$$

Asumiendo las siguientes variables de diseño:

$$t_s = 1; \quad (8)$$

$$M_p = 0.1; \quad (9)$$

Con esto procederemos a hallar nuestros polos deseados ( $s_d$ ) de la siguiente manera:

$$\zeta = -\frac{\log(M_p)}{\sqrt{\log(M_p^2 + \pi^2)}} = 0.5912 \quad (10)$$

$$w_n = \frac{4.6}{\zeta t_s} = 7.7814 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} s_d &= -\zeta w_n \pm j w_n \sqrt{1 - \zeta^2} \\ &= -4.6 \pm j 6.2761 \end{aligned} \quad (12)$$

Graficando el lugar de las raíces (Ver Fig ), en ella se observa el polo deseado, así como el polo de la planta y el cero del controlador PI cuyos parámetros están hallados aplicando el criterio de fase para el caso del cero y el criterio de la magnitud para la ganancia.

Note que  $r_3$  corresponde al cero del integrador que más adelante será calculado. Hallando los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$  con los cuales podremos calcular  $\theta_3$ :

$$\theta_1 = \pi - \text{atan}\left(\frac{I_d}{r_d}\right) = 2.2033 \text{ rad} \quad (13)$$

$$\theta_2 = \text{atan}\left(\frac{I_d - I_p}{r_p - r_d}\right) = 1.0046 \text{ rad} \quad (14)$$

$$\theta_3 = \theta_1 + \theta_2 + \pi = 0.0663 \text{ rad} \quad (15)$$

Usaremos el caso 2 para el cálculo del cero del controlador (a) debido a que el valor de  $\theta_3 < \frac{\pi}{2}$

$$a = r_d + \frac{i_d}{\tan(\theta_3)} \quad (16)$$

Según los parámetros de la Fig podemos hallar las siguientes magnitudes:

$$\begin{aligned} r_1 &= s_d - s_c \\ &= -4.6000 + j 6.2761 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} r_2 &= s_d - s_p \\ &= 3.9895 + j 6.2761 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} r_3 &= s_d - z_c \\ &= -103.79 + j 6.2761 \end{aligned} \quad (19)$$

Para el cálculo de la ganancia K, hacemos uso de la ganancia unitaria en el lugar de las raíces:

$$K = \frac{|r_1| |r_2|}{\text{Gain} |r_3|} = 0.0642 \quad (20)$$

Finalmente nuestro controlador PI queda de la siguiente forma:

$$G_c(s) = \frac{0.06422s + 6.37}{s} \quad (21)$$

Usando re-diseño por el método de Tustin para hallar el controlador en tiempo discreto, obtenemos:

$$G_c(z) = \frac{0.1377z + 0.009287}{z - 1} \quad (22)$$

#### IV. CONCLUSIONES

- Se debe estar consciente que el periodo de muestreo empleado en la adquisición de datos (usando DAQ) no debe cambiar al momento de realizar la identificación debido a que al hacerlo pudimos notar que la señal sufre una división en su frecuencia mientras más distante el tiempo de muestreo empleado sea del real. Así mismo cabe resaltar que nuestro  $T_s = 0.033...$ , sin embargo, para Labview basta con aproximarlos con  $T_s = 0.03$ , de lo contrario nos encontraremos con errores propios del software.
- Los modelos identificados con buena performance (mayor a 89)
- Podemos observar que mientras las respuestas se mimetizan, las funciones de transferencia parecen cambiar tanto en orden como en coeficientes dependiendo de los parámetros usados en ARMAX. Así mismo, podemos observar que tanto Matlab como Labview resuelven los modelos ARMAX para los mismos parámetros, entradas y salidas de forma parecida (los coeficientes tienden a ser los mismos).
- El tipo de entrada para la cual se puede obtener mayor característica del sistema es la señal gate y step (en segundo lugar), y la menor es la rampa y seno es por ello que ante una entrada gate, nuestra estructura ARMAX identifica un modelo con alto performance respecto a otras entradas. Es por ellos que cuando comparamos a todos los modelos frente a nuestra salida experimental, las que los modelos identificados que más la mimetizan son los del producto del gate y step.
- Las estructura ARMAX(1,1,1,1) o ARX pueden ser adecuadas para sistemas de primer orden, pero para el nuestro no lo es quedando comprobado en los gráficos en los cuales comparamos diversas estructuras.
- No siempre la estructura de mayor orden determina un mayor performance, y así lo hiciera se debe analizar el la eficiencia desde un punto de vista de desarrollo (computacional).

#### REFERENCES

- [1] Ministerio de Salud, Perú *REGISTRO NACIONAL DISCAPACIDAD EN CIFRAS* CONADIS-INEI 2008
- [2] bitbucket.org <http://git-scm.com/>
- [3] bitbucket.org <https://bitbucket.org/jorgenro/proyecto-mecatronico> Repositorio privado