

Diseño Analítico de un Controlador PI Analógico y por Rediseño Digital para un sistema de primer orden (circuito RC)

Autores

Estrada Vidal, Jorge jor1550g@gmail.com
 Florian Chacon, Erick erick.florian.uni@gmail.com
 Giraldo Castillo, Oscar oscar.gi.cast@gmail.com

Asesores:

Ing. Rodriguez Bustinza, Ricardo robust@uni.edu.pe

Universidad Nacional de Ingeniería

I. OBJETIVOS

- Identificar el modelo de una planta RC través de la adquisición de datos y de la estructura paramétrica ARX.
- Diseñar un controlador PI para la planta RC.
- Analizar y comparar un controlador PI y PID para la planta RC.

II. TAREA ACADEMICA

Realizar el diseño analítico del diseño de control PI Analógico y PI por rediseño digital del código proporcionado por el profesor (control_rc.m). La tarea además de la parte analítica debe acompañar el criterio de diseño de los polos deseados en forma gráfica (Matlab).

III. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo mostraremos los resultados del análisis anterior. Llegando a obtener:

- Diseño analógico de un controlador PI.
- Rediseño digital de un controlador PI por Tustin.
- Comparación entre control PI y PID.

A. Análisis

Para hallar el controlador de nuestra planta RC, procederemos primero a identificar mediante un ARX[111], con esto obtendremos la planta identificada la cual sería como se muestra en la ecuación 1.

$$P(s) = \frac{Gain}{s + \frac{1}{\tau}} = \frac{8.66}{s + 8.59} \quad (1)$$

Observamos que nuestra planta presenta un polo real

$$s_p = -8.59 \quad (2)$$

El sistema que vamos a analizar es el mostrado en la Fig 1. Sabemos que la Función de Transferencia de nuestro controlador PI es de la siguiente forma

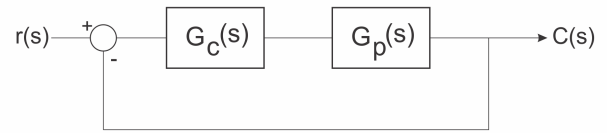


Fig. 1. Lugar de las raíces

$$G_c(s) = \frac{K(s + a)}{s} \quad (3)$$

Assumiendo las siguientes variables de diseño:

$$t_s = 1; \quad (4)$$

$$M_p = 0.1; \quad (5)$$

Con esto procederemos a hallar nuestros polos deseados (s_d) de la siguiente manera:

$$\zeta = -\frac{\log(M_p)}{\sqrt{\log(M_p^2 + \pi^2)}} = 0.5912 \quad (6)$$

$$w_n = \frac{4.6}{\zeta t_s} = 7.7814 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} s_d &= -\zeta w_n \pm j w_n \sqrt{1 - \zeta^2} \\ &= -4.6 \pm j 6.2761 \end{aligned} \quad (8)$$

Graficando el lugar de las raíces (Ver Fig 2), en ella se observa el polo deseado, así como el polo de la planta y el cero del controlador PI cuyos parámetros están hallados aplicando el criterio de fase para el caso del cero y el criterio de la magnitud para la ganancia.

Note que r_3 corresponde al cero del integrador que más adelante será calculado. Hallando los ángulos θ_1 y θ_2 con los cuales podremos calcular θ_3 :

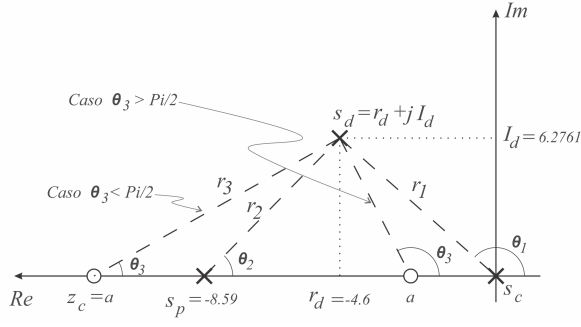


Fig. 2. Lugar de las raíces

$$\theta_1 = \pi - \text{atan}\left(\frac{I_d}{r_d}\right) = 2.2033\text{rad} \quad (9)$$

$$\theta_2 = \text{atan}\left(\frac{I_d - I_p}{r_p - r_d}\right) = 1.0046\text{rad} \quad (10)$$

$$\theta_3 = \theta_1 + \theta_2 + \pi = 0.0663\text{rad} \quad (11)$$

Usaremos el caso 2 para el cálculo del cero del controlador (a) debido a que el valor de $\theta_3 < \frac{\pi}{2}$

$$a = r_d + \frac{i_d}{\tan(\theta_3)} \quad (12)$$

Segun los parametros de la Fig 2 podemos hallar las siguientes magnitudes:

$$\begin{aligned} r_1 &= s_d - s_c \\ &= -4.6000 + j6.2761 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} r_2 &= s_d - s_p \\ &= 3.9895 + j6.2761 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} r_3 &= s_d - z_c \\ &= -103.79 + j6.2761 \end{aligned} \quad (15)$$

Para el cálculo de la ganancia K, hacemos uso de la ganancia unitaria en el lugar de las raíces:

$$K = \frac{|r_1||r_2|}{\text{Gain}|r_3|} = 0.0642 \quad (16)$$

Finalmente nuestro controlador PI queda de la siguiente forma:

$$G_c(s) = \frac{0.06422s + 6.37}{s} \quad (17)$$

Usando re-diseño por el metodo de Tustin para hallar el controlador en tiempo discreto, obtenemos:

$$G_c(z) = \frac{0.1377z + 0.009287}{z - 1} \quad (18)$$

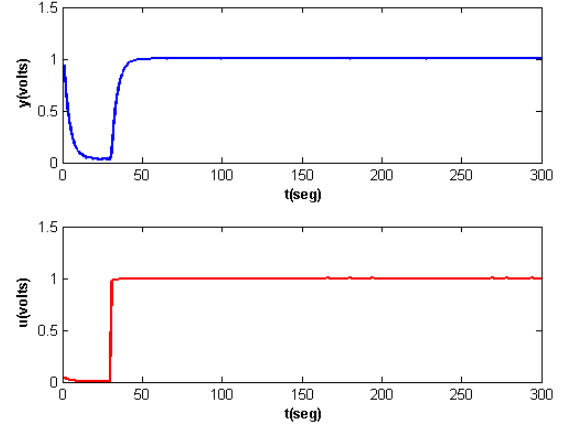


Fig. 3. Data obtenida de la adquisición

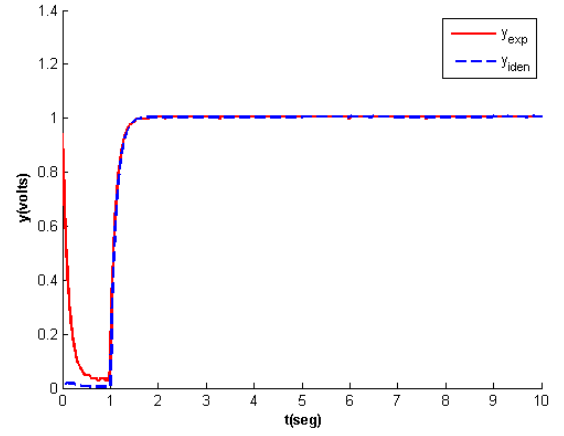


Fig. 4. Identificación ARX

B. Resultados obtenidos

La data obtenida de la adquisición se puede apreciar en la figura 3

Se identifica el sistema usando la estructura paramétrica ARX (ver Fig. 4) usando una frecuencia de muestreo f_s de $= 30\text{Hz}$. Posteriormente, hallamos los controladores PI y exportamos los coeficientes obtenidos del controlador digital al directorio /data para su procesamiento en labview. El código generado es el siguiente:

```
1 clear all; close all; clc
2 %% Programa para calcular el controlador
3 %
4 %% Cargando la DATA
5 %
6 dataLeida = load(' ../ data /data_rc .lvm ');
7 T=1/30; % Tiempo de Muestreo
8 y1=dataLeida(:,4);
9 u1=dataLeida(:,6);
10
11 figure
12 subplot(211)
13 plot(y1,'b','LineWidth',2);
14 xlabel('\bf t(seg)'); ylabel('\bf y(volts)');
15 subplot(212)
16 plot(u1,'r','LineWidth',2);
17 xlabel('\bf t(seg)'); ylabel('\bf u(volts)');
```

```

19 % -----
%% Identificación ARX
21 % -----
data=iddata(y1,u1,T);
th=arx(data,[1 1 1]);
present(th)
25 thc=d2c(th);
[num,den]=tfdata(thc);
27 Gp=tf(num,den);
gain = num{1}(2);
29 tau = 1/num{1}(2);

31 % -----
%% Polos de la planta
33 % -----
sp=pole(Gp);
35 ip=abs(imag(sp));
rp=abs(real(sp));

37 % -----
%% Especificaciones de diseño polos deseados
39 % -----
ts=1;
Mp=0.1;
43 zeta=-log(Mp)/sqrt((log(Mp))^2+pi^2);
wn=4.6/(zeta*ts);
45 s1=-zeta*wn+1j*wn*sqrt(1-zeta^2);
% Polo deseado
47 sd=s1;
id=abs(imag(sd));
49 rd=abs(real(sd));

51 % -----
%% Diseño del control PI continuo
53 % -----
theta1=pi-atan(id/rd);
theta2=atan((id-ip)/(rp-rd));
theta3=theta1+theta2+pi; % condición de fase
57 theta3 = pi_to_pi(theta3);

59 if abs(theta3)<pi/2
    zc = rd+id/tan(theta3);
61 else
    zc = rd-id/tan(theta3);
63 end
a = zc; % zero del controlador
65 % polo del controlador
sc = 0;

67 r1 = sd-sc; %polo
69 r2 = sd-sp; %polo
r3 = sd-zc; %zero

71 K = abs(r1)*abs(r2)/(gain*abs(r3));

73 % -----
75 %% Simulación del Controlador PI continuo
77 % -----
Gc=tf(K*[1 a],[1 0])
% Funcion de transferencia en lazo cerrado H
79 L=series(Gc,Gp);
H=L/(L+1)

81 figure; hold on;
83 t = 0:0.001:5;

85 u=ones(size(t));
yp=lsim(H,u,t);

87 plot(t,u,'r');
89 plot(t,yp,'b','LineWidth',2)

91 xlabel('\bf t(seg)'); ylabel('\bf y(volts)');
legend('set point','y_{lazo cerrado}');
93 % -----

```

```

95 %% Re-diseño por tustin del Control
%% en Tiempo Discreto
97 % -----
T=tau/5;
99 [Nt,Dt] = tfdata(Gc,'v');
Nt = poly2sym(Nt,'s');
101 Dt = poly2sym(Dt,'s');
syms z
103 Gdt = Nt/Dt;
Gdt = subs(Gdt,{ 's' },(2*(z-1))/(T*(z+1)));
105 Gdt = simplify(Gdt);
Gdt = vpa(Gdt,4);
107 [NDt, DDt] = numden(Gdt);
NDt = sym2poly(NDt);
109 DDt = sym2poly(DDt);

111 % -----
113 %% FT del Controlador digital D(z)
115 % -----
Gdt = tf(NDt,DDt,T)

117 % -----
119 %% Coeficientes para lectura de LabVIEW
121 % -----
[Np,Dp]=tfdata(Gp,'v');
planta = [Np Dp];
123 save '..\data\coef_planta.lvm' planta -ascii -tabs
save '..\data\num_controller.lvm' NDt -ascii -tabs
save '..\data\den_controller.lvm' DDt -ascii -tabs

```

Finalmente podemos validar que las respuestas de los sistemas controlados por un controlador PI (ver Fig. 5) y PID (ver Fig. 6) en lazo cerrado cumplen con las condiciones de diseño propuestas.

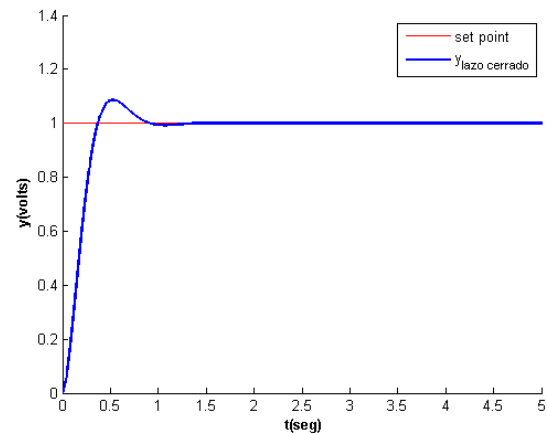


Fig. 5. Planta controlada usando un controlador PI

IV. CONCLUSIONES

- Notamos que comparando ambos controladores empleados (PI y PID), el sistema responde mejor frente al controlador PI ya que posee un menor sobre impulso ante el PID. (ver Fig. 7)

REFERENCES

- [1] Repositorios <https://github.com/oskargicast/ControladorPI>
- [2] Ing. Rodríguez Bustinza, Ricardo *Diseño del controlador discreto usando aproximador digital.*

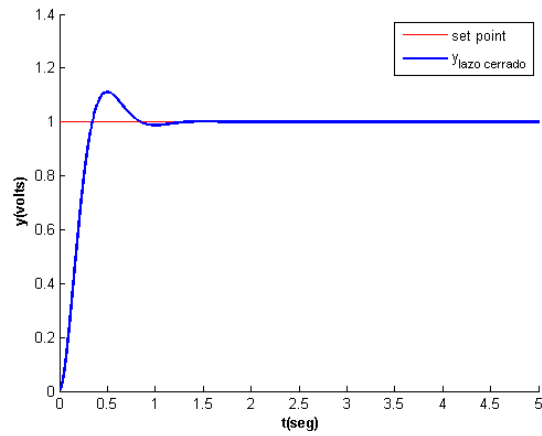


Fig. 6. Planta controlada usando un controlador PID

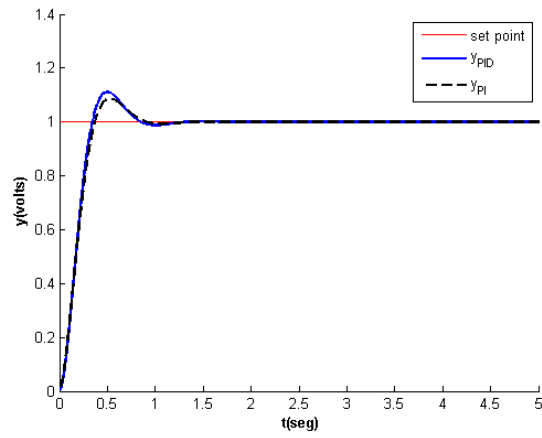


Fig. 7. Comparación entre PI y PID

- [3] Leonardo J. Marín, Víctor M. Alfaro *Sintonización de controladores por ubicación de polos y ceros* Departamento de Automática, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Costa Rica