



# NIVELACIÓN MATEMÁTICA

---

## Semana 5

Expresiones algebraicas

## APRENDIZAJE ESPERADO



El estudiante será capaz de:

- Solucionar ejercicios y problemas de expresiones algebraicas, considerando tipos, propiedades y operatoria de estas.

# ÍNDICE

APRENDIZAJES ESPERADOS .....	2
INTRODUCCIÓN .....	4
RESUMEN .....	5
PALABRAS CLAVE .....	5
PREGUNTAS GATILLANTES .....	5
1. EXPRESIONES ALGEBRAICAS .....	6
1.1 DEFINICIONES DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS.....	6
1.1.1 TÉRMINO ALGEBRAICO .....	6
1.1.2 EXPRESIONES ALGEBRAICAS.....	6
1.1.3 GRADO DE UNA EXPRESIÓN ALGERAICA .....	7
1.1.4 EVALUACIÓN DE EXPRESIOES ALGEBRAICAS.....	7
1.2 OPERATORIA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS .....	8
1.2.1 SUMA Y RESTA DE TÉRMINOS ALGEBRAICOS.....	8
1.2.2 DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS.....	10
COMENTARIO FINAL .....	11
REFERENCIAS .....	12

## INTRODUCCIÓN

Habitualmente las Matemáticas se usan para realizar cálculos directamente con los valores que se encuentran disponibles, hasta ahora hemos visto ejemplos en que esto ocurre de este modo: operatoria en los números naturales, enteros, racionales, etc. Sin embargo, hay ocasiones en que se hace necesario plantear los problemas sin conocer todos los valores relacionados, o bien, es necesario realizar una


generalización para cualquier valor que sea posible encontrar en el problema. De esto se encarga el álgebra, donde por medio de expresiones algebraicas es posible representar un problema o parte de este. Por lo tanto, aprender a manipular dichas expresiones es necesario para poder seguir avanzando en esta ciencia exacta y así poder resolver nuevos tipos de problemas.

## RESUMEN

En este documento podrás revisar lo esencial para entender la manipulación algebraica, aprendiendo los conceptos básicos de término algebraico, expresión algebraica y su clasificación en monomio y polinomio (entre otras); además de cómo realizar algunas operaciones elementales como suma y resta, que es lo que se conoce como reducción de términos semejantes. También se revisará la operación de multiplicación y de división de estos términos y expresiones.

Asimismo, se dan algunos ejemplos para ilustrar cómo se realizan estas operaciones, pero debes recordar que también se encuentran disponibles otros recursos en la plataforma, los que debes revisar para complementar tu estudio.

## PALABRAS CLAVE

	Término algebraico	Expresión algebraica	Reducción de términos semejantes
	Monomio	Binomio	Trinomio
	Polinomio		

## PREGUNTAS GATILLANTES

- ¿Has usado fórmulas matemáticas o científicas?
- ¿Cómo las aplicas cuando tienes valores que debes ocupar?
- ¿Crees que es necesario tener fórmulas o bastan solo los valores relevantes del problema?

# 1. EXPRESIONES ALGEBRAICAS

## 1.1 DEFINICIONES DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

En álgebra se utilizan no solo los números que hemos visto hasta ahora (naturales, enteros, racionales, irracionales, reales), sino también letras que representan alguna cantidad que puede ser conocida o desconocida. Muchas veces a estas letras se les llamará variables o en el caso de que el valor sea desconocido, incógnitas.

Las variables pueden ir acompañadas por algún número que las multiplique y/o por un signo (si este se omite, se asume que es positivo), esto es lo que llamamos un término algebraico.

### 1.1.1 TÉRMINO ALGEBRAICO

Como se mencionó, un término algebraico corresponde a un elemento que contiene un coeficiente numérico, un factor literal y un signo. A modo de ejemplo, considera el término:

$$-8 \cdot \underbrace{a^3}_{\text{factor literal}}$$

Se observa un signo (-), un coeficiente numérico (8) y un factor literal ( $a^3$ ). Recuerda que si hay un número en el exponente de  $a$  este corresponde a una potencia, por lo tanto, es equivalente a escribir  $a \cdot a \cdot a$ . La letra  $a$ , en este caso, puede representar alguna cantidad o valor, y el coeficiente numérico se encuentra multiplicando al factor literal.

Los términos algebraicos se separan por medio de las operaciones de suma y resta, de este modo, se puede reconocer cuántos términos algebraicos existen dentro de una expresión determinada.

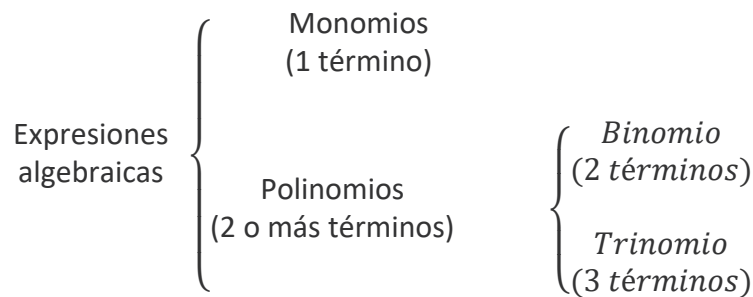
### 1.1.2 EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Una expresión algebraica corresponde a cualquier cantidad de términos algebraicos, cualquiera sea la operación que se encuentren realizando entre ellos. Por ejemplo, las expresiones:

$$4a + 5z^4$$
$$2x^2 - 7y^3 \cdot 9z^5$$

Son expresiones algebraicas con 2 términos algebraicos cada una. Recuerda que los términos se separan por sumas o restas, por lo que la multiplicación de los términos de la segunda expresión corresponde a un solo término algebraico.

Las expresiones algebraicas se pueden clasificar según la cantidad de términos algebraicos que posean, como se ve en el siguiente esquema:



*Clasificación de las expresiones algebraicas.*

### 1.1.3 GRADO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA

El grado de un término algebraico corresponde a la potencia acumulada entre los factores literales que posee. Por ejemplo, el término  $6x^3$  es de grado 3, el término  $5x^2y^3$  es de grado 5. Un valor sin factor literal como, por ejemplo, 50 es igualmente un término algebraico con grado 0.

El grado de una expresión algebraica corresponde al grado más alto entre todos sus términos. Así, la expresión  $6xy + 7z$  es de grado 2, mientras que  $9x^4 + 6xy^2z^3$  es de grado 5.

### 1.1.4 EVALUACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

A menudo se trabaja con estas expresiones aplicando las operaciones que correspondan, sin embargo, llega un momento en que es deseable realizar una evaluación de la expresión. Esto quiere decir que se deben reemplazar los factores literales por el valor que corresponda en la situación dada. Considera el siguiente ejemplo:

#### Problema

El dueño de una sala de teatro solicita a un experto una fórmula que le entregue la cantidad de dinero recaudado en la última función. El experto le entrega la siguiente expresión algebraica:

$$\text{Dinero recaudado} = a \cdot x + n \cdot y + s \cdot z$$

Donde  $a$ ,  $n$  y  $s$  representan la cantidad de adultos, niños y socios que asistieron, respectivamente, y  $x$ ,  $y$  y  $z$  representan el valor de la entrada correspondiente. Suponga que asistieron 85 adultos, 35 socios y 20 niños, y que el precio de la entrada de cada uno es de \$ 8.000, \$ 6.000 y \$ 5.000 respectivamente. ¿Cuánto fue el dinero recaudado?

**Respuesta:** para saber cuánto dinero se recaudó, basta reemplazar los valores de estas variables en la expresión que da el experto para determinarlo:

$$\text{Dinero recaudado} = 85 \cdot 8.000 + 20 \cdot 5.000 + 35 \cdot 6.000$$

$$\text{Dinero recaudado} = 990.000$$

## 1.2 OPERATORIA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

### 1.2.1 SUMA Y RESTA DE TÉRMINOS ALGEBRAICOS

Para poder realizar operaciones de suma y resta con los términos de una expresión algebraica, se deben reconocer cuáles son los términos semejantes. Estos corresponden a aquellos que poseen el mismo factor literal, por ejemplo:

$$3x^2 + 5x^2 \quad \text{son términos semejantes}$$

$$2x + 5x^2 \quad \text{no son términos semejantes}$$

La expresión  $5a + 4b - 3a + 7b$  posee 4 términos algebraicos, de ellos, hay 2 parejas que son semejantes. Reordenando la expresión, se obtiene:

$$\underbrace{5a - 3a}_{\text{términos semejantes}} + \underbrace{4b + 7b}_{\text{términos semejantes}}$$

Para sumar o restar términos semejantes, se suman o restan los coeficientes numéricos y se conserva el factor literal común que poseen, la expresión anterior queda finalmente como:

$$2a + 11b$$

La expresión resultante no posee términos semejantes, por lo que se da por finalizada la operatoria.

### Multiplicación de monomios

Para multiplicar 2 monomios se consideran por separados los coeficientes numéricos de cada monomio y los factores literales. El producto resultante posee un coeficiente numérico que es la multiplicación de los coeficientes de los monomios y un factor literal que se obtiene de manera similar. Considere el siguiente ejemplo:

**Ejemplo.** Determinar el producto entre  $8x^2y$  y  $5xy^4$

$$8x^2y \cdot 5xy^4$$

$$(5 \cdot 8)(x^2y \cdot xy^4)$$

$$40 \cdot x^3 \cdot y^5$$

$$40x^3y^5$$



Para multiplicar los factores literales se utiliza la propiedad de la multiplicación de potencias de igual base.

### Multiplicación de monomio por binomio

Para desarrollar el producto entre un monomio y un binomio se utiliza la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Cada término del binomio corresponde a un monomio y la multiplicación correspondiente se realiza como se vio anteriormente.

**Ejemplo:**

$$\begin{aligned} & 3x \cdot (2x^2 + 6y) \\ & 3x \cdot 2x^2 + 3x \cdot 6y \\ & 6x^3 + 18xy \end{aligned}$$

### Multiplicación de binomio por binomio

Para la multiplicación de dos binomios se puede aplicar la regla anterior dos veces, considerando al primer binomio como si fuese un solo término y, posteriormente, aplicando la misma regla a los dos términos resultantes:

$$\underbrace{(a + b)}_{\text{un término}} \cdot (c + d) = \underbrace{(a + b) \cdot c}_{\text{término resultante}} + \underbrace{(a + b) \cdot d}_{\text{término resultante}} = ac + bc + ad + bd$$

**Ejemplo:**

$$\begin{aligned} & (3x + 4y) \cdot (2x + 5y) \\ & (3x + 4y) \cdot 2x + (3x + 4y) \cdot 5y \\ & 3x \cdot 2x + 4y \cdot 2x + 3x \cdot 5y + 4y \cdot 5y \\ & 6x^2 + 8xy + 15xy + 20y^2 \\ & 6x^2 + 23xy + 20y^2 \end{aligned}$$

Esta misma idea se puede aplicar a productos de otros polinomios con cualquier cantidad de términos, por ejemplo, binomio con trinomio, trinomio con trinomio, etc.

Otra forma de pensar en esta operación entre expresiones algebraicas es que cada término de la primera expresión multiplica a cada término de la segunda expresión. Puedes verificar esto con el ejemplo anterior o analizando la fórmula al principio de esta sección.

### 1.2.2 DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

También es posible realizar la división de estas expresiones, para lo cual se siguen los siguientes pasos:

Se toma el primer término del divisor para dividir al primer término del dividendo, lo que entrega el primer término del cociente.

Multiplicar este resultado (el término del cociente) por el divisor, y anotar el resultado debajo del dividendo.

Restar el dividendo con la expresión obtenida de la multiplicación anterior, considerando los términos semejantes.

Considerar el resultado obtenido en el punto anterior como el nuevo dividendo y repetir el proceso.

La división acaba cuando el nuevo dividendo obtenido tenga grado menor que el divisor, en este caso, este nuevo dividendo corresponde al resto de la división.

#### Ejemplo:

Divida los polinomios  $4x^2 + 5x - 3$  y  $x - 4$

$$\begin{array}{r} \overbrace{4x^2 + 5x - 3}^{\text{dividendo}} \div \overbrace{x - 4}^{\text{divisor}} = \overbrace{4x + 21}^{\text{cociente}} \\ - \quad \underline{(4x^2 - 16x)} \\ 21x - 3 \\ - \quad \underline{(21x - 84)} \\ \underline{87} \\ \text{resto} \end{array}$$

## COMENTARIO FINAL

Las expresiones algebraicas son necesarias para abordar problemas más complejos que los simples cálculos vistos hasta ahora. Por ello, la manipulación de estas expresiones y la comprensión de la operatoria y las propiedades aplicadas es esencial para llevar a cabo la resolución de estos problemas que revisten una mayor complejidad. En particular, la reducción de términos semejantes y la multiplicación de expresiones algebraicas representan la base para comprender no solo la manipulación requerida, sino también los contenidos que se verán en la próxima semana.

Por otro lado, la evaluación de las expresiones algebraicas permite obtener los resultados numéricos deseados una vez que se decide aplicar los valores correspondientes a la fórmula utilizada, la que idealmente ha sido manipulada algebraicamente para dejarla en su forma más sencilla y así facilitar los cálculos.

Recuerda revisar los contenidos adicionales en la plataforma y realizar las consultas necesarias a tu docente.

## REFERENCIAS

Baldor, A. (2008). *Álgebra de Baldor*. 2.ª edición. Editorial Patria, México.

Carreño, X. y Cruz, X. (2008). *Álgebra*. Chile: MC Graw Hill.

Pérez, J. (2016). *Nivelación en Matemáticas Básicas*. Editorial Universidad EAN, Colombia.

### PARA REFERENCIAR ESTE DOCUMENTO, CONSIDERE:

IACC (2021). Expresiones algebraicas. Nivelación Matemática. Semana 5.