NIVELACIÓN MATEMÁTICA

Semana 4

Proporciones y porcentajes

APRENDIZAJE ESPERADO

El estudiante será capaz de:

- Solucionar ejercicios y problemas relacionados con proporciones y porcentajes, estableciendo relaciones entre estas.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Como ya se mencionó durante la semana pasada, hay varios tipos de proporcionalidad: proporcionalidad directa, proporcionalidad inversa y proporcionalidad compuesta. Estas permiten resolver problemas en diversas áreas, y un correcto manejo de estas herramientas matemáticas te ayudará a plantear y enfrentar de manera efectiva dichos problemas.

Por otro lado, los porcentajes, íntimamente ligados a las proporciones, se ocupan en una infinidad de áreas, por lo que es muy importante aprender a manejarlos de manera adecuada y correcta. Su uso va desde lo más cotidiano hasta situaciones académicas y laborales de mucha relevancia.

Entender los porcentajes como una proporción será la clave para poder dar respuesta a diversos problemas y situaciones de manera sencilla y eficaz.

RESUMEN

En este documento se abordarán los diversos tipos de proporcionalidades: directa, inversa y la combinación de estas en la proporcionalidad compuesta. Se mostrarán ejemplos de cada una de ellas y se espera que el estudiante pueda resolver problemas similares sin dificultad.

Posteriormente, se revisará el tema de los porcentajes, partiendo desde su definición básica y mostrando cómo realizar cálculos sencillos. Luego, se abordará este concepto desde la mirada de las proporciones, lo que permitirá enfrentar problemas de mayor dificultad. Desde esta nueva perspectiva se facilitará el cálculo, el desarrollo y la resolución de dichos problemas, así como también el desarrollo de maneras alternativas de entender esta herramienta matemática tan útil y versátil.

PALABRAS CLAVE

	**Proporcionalidad directa**	**Proporcionalidad inversa**
	Proporcionalidad compuesta	**Porcentaje**
	Variación porcentual	

PREGUNTAS GATILLANTES

- ¿Has utilizado proporciones en algún problema cotidiano o laboral?
- ¿Te has encontrado con alguna situación o problema en que se deba aumentar o disminuir alguna cantidad y esto afecte a otra cantidad distinta?
- ¿En qué momento has usado porcentajes? ¿Qué has hecho para calcularlos?
- Si un producto aumenta su valor un 25 % y luego de un tiempo disminuye su valor un 25 %, ¿vuelve a su valor original o a otro diferente?

1. PROPORCIONES Y PORCENTAJES

1.1 PROPORCIONALIDAD DIRECTA

1.1.1 MÉTODO DE RESOLUCIÓN

Se dice que 2 cantidades están en proporción directa (o que son directamente proporcionales) cuando una de ellas aumenta y la otra también lo hace (y viceversa). En este caso, la razón geométrica entre ambas cantidades es una constante, es decir:

$$\frac{a}{b} = Constante$$

Algunos ejemplos de proporcionalidad directa pueden ser:

La relación entre los kilos de harina y la cantidad de pan (mientras más harina hay disponible, más pan se puede preparar).

La relación entre las horas de trabajo de un obrero y los metros cuadrados de muro que construye (mientras más tiempo trabaja, más muro puede construir).

Como se puede observar, en estos ejemplos se sigue el "sentido común" para determinar si las cantidades son directamente proporcionales. Se revisará ahora un ejemplo para entender cómo se ocupa esta característica de la proporcionalidad directa.

Ejemplo

Para fabricar 25 trajes se necesitan 36 metros de tela, ¿cuántos metros de tela se necesitan para fabricar 60 trajes?

Se puede observar que aumentar la cantidad de trajes implica un aumento en la cantidad de tela, por lo que se trata de una proporción directa, por ello se puede escribir la siguiente tabla para organizar la información:

Número de trajes	25	60
Metros de tela	36	x

Y a partir de aquí:

$$\frac{25}{36} = \frac{60}{x} = Constante$$

Como las dos cantidades son directamente proporcionales (cantidad de trajes y metros de tela), la razón entre ambas siempre será igual a la constante y, por ello, las razones son iguales entre sí. Ahora se puede aplicar la propiedad fundamental de las proporciones:

$$25 \cdot x = 60 \cdot 36$$

$$x = \frac{60 \cdot 36}{25}$$

$$x = 86{,}4$$

Por lo tanto, se necesitan 86,4 metros de tela para fabricar 60 trajes.

1.2 PROPORCIONALIDAD INVERSA

1.2.1 MÉTODO DE RESOLUCIÓN

Contrario al caso anterior, se dice que 2 cantidades están en proporción inversa (o que son inversamente proporcionales) cuando una de ellas aumenta y la otra disminuye (y viceversa). En este caso, el producto entre ambas cantidades es una constante, es decir:

$$a \cdot b = Constante$$

Algunos ejemplos de proporcionalidad inversa pueden ser:

La relación entre la velocidad de un vehículo y el tiempo en que llega a destino (mientras más velocidad tiene, menos demora en llegar).

La relación entre los sueldos que se pagan en una empresa y las ganancias de esta (mientras más se paga en sueldos, menos ganancias hay en la empresa).

De manera similar a lo que ocurría en el caso anterior, se ocupa el sentido común para determinar el tipo de relación que existe entre las variables, en este caso, cuando una cantidad (o variable) aumenta la otra disminuye (y viceversa). Revisa el siguiente ejemplo:

Ejemplo

Para construir una obra en 24 días se deben emplear 35 obreros. Si se desea terminar la obra en 14 días, ¿cuántos obreros se necesitan?

Al analizar esta situación se hace evidente que mientras más obreros haya, menos tiempo demorará la construcción de la obra, por lo que se trata de una proporción inversa. Registrando la información en una tabla, se encuentra lo siguiente:

Número de días	24	14
Número de obreros	35	x

A partir de esto se tiene:

$$24 \cdot 35 = 14 \cdot x$$

$$x = \frac{24 \cdot 35}{14}$$

$$x = 60$$

Por lo tanto, se necesitan 60 obreros para terminar la obra en 14 días.

1.3 PORCENTAJES

1.3.1 DEFINICIÓN DE PORCENTAJES

Un porcentaje corresponde a una fracción en que el denominador es 100, es decir:

$$x\,\% = \frac{x}{100}$$

Donde x puede ser cualquier cantidad.

Según esta definición, un porcentaje se puede escribir con el símbolo %, mediante una fracción o mediante un número decimal, por ejemplo:

$$35\,\% = \frac{35}{100} = 0{,}35$$

Para calcular el porcentaje de un número, se multiplica el valor del porcentaje por dicho número.

1.3.2 APLICACIÓN DE PORCENTAJES

Ejemplo

Determine el 65 % de 500.

$$65\ \% \cdot 500 = \frac{65}{100} \cdot 500 = 65 \cdot 5 = 325$$

Otra forma de entender los porcentajes es por medio de las proporciones. En este sentido, se compara la cantidad involucrada en el problema con su equivalente porcentual. Tomando el ejemplo anterior, se tiene lo siguiente:

Ejemplo

Determine el 65 % de 500.

Se debe escribir la información para poder tener claridad en las relaciones entre estas variables:

Cantidad	500	X
Porcentaje	100%	65%

Por lo tanto:

$$\frac{500}{100} = \frac{x}{65}$$

$$500 \cdot 65 = x \cdot 100$$

$$x = \frac{500 \cdot 65}{100}$$

$$x = 325$$

Aunque a primera vista parece un método más largo, esta forma de plantear los porcentajes permite responder preguntas de una manera sencilla. Observa los siguientes ejemplos.

Si el 32 % de un número es 120, ¿cuál es el número?

Se escribe la información, notando que esta vez el valor desconocido o incógnita corresponde al número original del cual se conoce su 32 %.

Cantidad	X	120
Porcentaje	100%	32%

Por lo tanto:

$$\frac{x}{100} = \frac{120}{32}$$

$$x = \frac{120 \cdot 100}{32}$$

$$x = 375$$

Es decir, el número cuyo 32 % es 120 es 375.

Ejemplo

En una empresa de 3.200 trabajadores hay 2.550 que quieren formar un sindicato. ¿Qué porcentaje de los trabajadores desea formar un sindicato?

En este problema el total de los trabajadores corresponde al 100 % y los que desean formar un sindicato corresponden a cierto porcentaje. Se anota la información en una tabla:

Trabajadores	3.200	2.550
Porcentaje	100%	X%

Ahora establecemos la proporción:

$$\frac{3.200}{100} = \frac{2.550}{x}$$

$$3.200 \cdot x = 2.550 \cdot 100$$

$$x = \frac{255.000}{3.200}$$

$$x = 79{,}6875\ \%$$

Es decir, aproximadamente el 79,69 % de los trabajadores desea formar un sindicato en la empresa.

COMENTARIO FINAL

La proporcionalidad directa e inversa es una herramienta de mucha utilidad que, como se pudo ver en este documento, se puede aplicar a una variedad de situaciones, tanto en lo cotidiano y lo doméstico como en el ámbito laboral, tomando en cuenta siempre el tipo de relación que existe entre las variables consideradas en la problemática correspondiente. La combinación de estas proporciones en una proporcionalidad compuesta permite ampliar estos conceptos a problemas de mayor complejidad.

Del mismo modo que las proporciones anteriores, los porcentajes se aplican a un sinfín de situaciones y, si bien, calcular un porcentaje de un número es una tarea relativamente sencilla, entenderlos como una proporción ayuda a manejar de mejor manera esta herramienta para abordar problemas que de otro modo podrían resultar con una complejidad mucho mayor.

Recuerda reforzar los contenidos vistos en este documento con el resto de los recursos disponibles en esta semana.

REFERENCIAS

Baldor, A. (2008). *Álgebra de Baldor.* 2.ª edición. Editorial Patria, México.

Pérez, J. (2016). *Nivelación en Matemáticas Básicas.* Editorial Universidad EAN, Colombia.

PARA REFERENCIAR ESTE DOCUMENTO, CONSIDERE:

IACC (2021). Proporciones y porcentajes. Nivelación Matemática. Semana 4.