

## IMEC 2001 – Herramientas Computacionales

### Incertidumbres

Se realiza un experimento con el fin de determinar la aceleración gravitacional con ayuda de un péndulo. Para este propósito se mide la longitud ( $L$ ) (ver tabla 1) y el periodo de oscilación ( $T$ ) del péndulo (ver tabla 2). La longitud del péndulo fue medida con un metro con resolución de 1 mm y el periodo de oscilación con un cronómetro con resolución de 1 centésima de segundo.

Longitud [m]			
Mediciones	1	2	3
1	1.200	1.200	1.200
2	1.199	1.200	1.199
3	1.201	1.202	1.202
4	1.202	1.200	1.199
5	1.200	1.199	1.200

**Tabla 1.** Datos medición longitud

Longitud [m]			
Mediciones	1	2	3
1	2.21	2.25	2.21
2	2.25	2.25	2.25
3	2.15	2.16	2.15
4	2.17	2.20	2.25
5	2.23	2.23	2.23

**Tabla 2.** Datos medición oscilación

La expresión para  $g$  con base en la oscilación de un péndulo está dada por la ecuación 1:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

### Consideraciones

Conjuntos	Índices
1. $N$ : Mediciones	$i \in N \rightarrow$ Recorro las filas
2. $M$ : Repeticiones	$j \in M \rightarrow$ Recorro las columnas

Encuentre:

1. El mejor estimativo de L y T.

$$\overline{L}_i = \frac{\sum_{j \in M} L_{ij}}{n_i} \quad \forall i \in N \quad \overline{T}_i = \frac{\sum_{j \in M} T_{ij}}{n_i} \quad \forall i \in N$$

2. Incertidumbre de sesgo de L y T.

- 2.1. ¿Se realizó una medición con un instrumentos análogo o digital?

Análogo	Digital
$\mu_{sesgo_x} = \frac{resolución}{2}$	$\mu_{sesgo_x} = resolución$
<i>x</i> siendo la variable de interés	

3. Incertidumbre aleatoria de L y T.

- 3.1. ¿Tengo más de 1 dato en las mediciones tomadas?

- 3.1.1. ¿Con cuántos datos cuento?

- ¿Mayor a 30? Distribución normal
- ¿Menor a 30? Distribución t-Student

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j \in M} (x_{ij} - \overline{x}_{ij})^2}{n_i - 1}} \quad \forall i \in N \quad \mu_{aleatoria_i} = t_{\alpha, v} | z_{c, v} \frac{S_i}{n_i}$$

---

<i>c</i>	[%]	Confianza	
$\alpha$	[%]	Nivel de significancia	$\alpha = 1 - c$
<i>v</i>	[-]	Grados de libertad	$v = n - 1$
$S_x$	[-]	Desviación estándar muestral de la variable de interés	
$n_x$	[-]	Número de datos de la variable de interés con la que se cuenta por medición.	

---

4. Incertidumbre total de L y T.

$$\mu_{total_{x_i}} = \sqrt{(\mu_{sesgo_{x_i}})^2 + (\mu_{aleatoria_{x_i}})^2}$$

5. Mejor estimativo de g.

$$\bar{g}_i = \frac{\sum_{j \in M} L_{ij} T_{ij}}{n_i}$$

6. Derivada parcial de g respecto a L.

$$\frac{\partial g}{\partial L} = \frac{4\pi^2}{\bar{T}^2}$$

7. Derivada parcial de g respecto a T.

$$\frac{\partial g}{\partial T} = \frac{-8\pi^2 \bar{L}}{\bar{T}^3}$$

8. Incertidumbre de sesgo de g.

8.1. ¿De cuántas variables dependo?

De 2, L y T

$$\mu_{sesgo_{g_i}} = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial L} \mu_{sesgo_{L_i}}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T} \mu_{sesgo_{T_i}}\right)^2}$$

9. Incertidumbre aleatoria de g.

9.1. ¿De cuántas variables dependo?

De 2, L y T

$$\mu_{aleatoria_{g_i}} = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial L} \mu_{aleatoria_{L_i}}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T} \mu_{aleatoria_{T_i}}\right)^2}$$

10. Incertidumbre total de g.

$$\mu_{total_{g_i}} = \sqrt{\left(\mu_{sesgo_{g_i}}\right)^2 + \left(\mu_{aleatoria_{g_i}}\right)^2}$$