

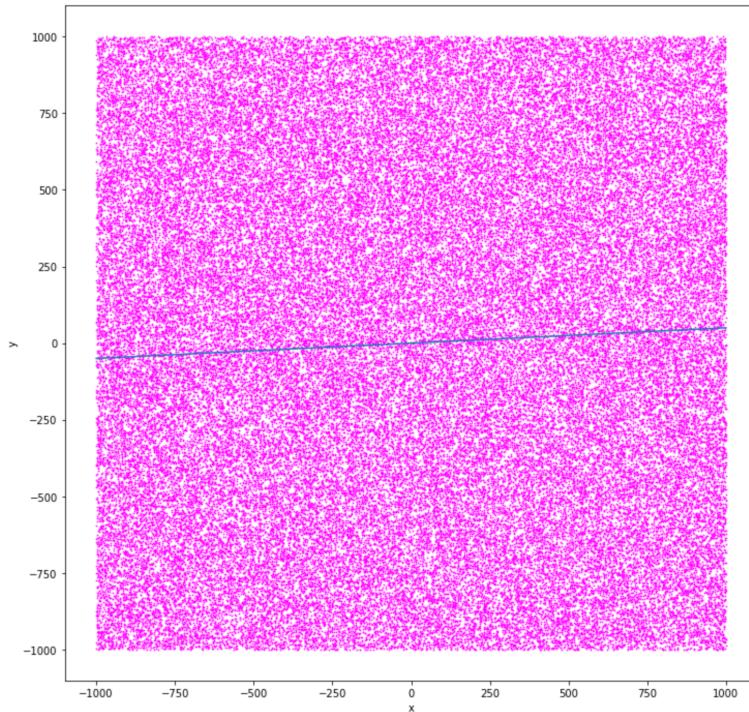
Geometria obliczeniowa

Lab 1

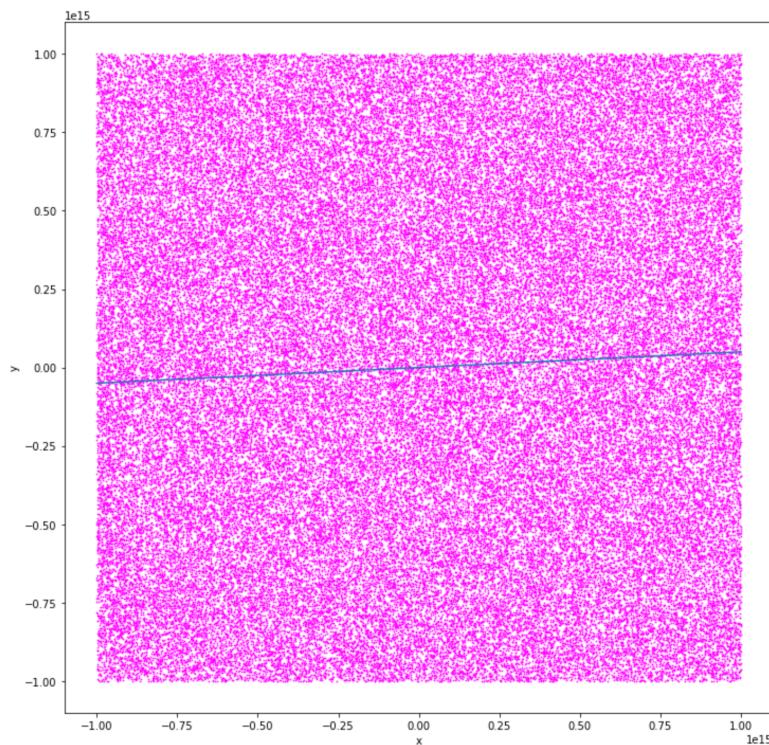
Oscar Teeninga

1. Stworzenie zbiorów testowych

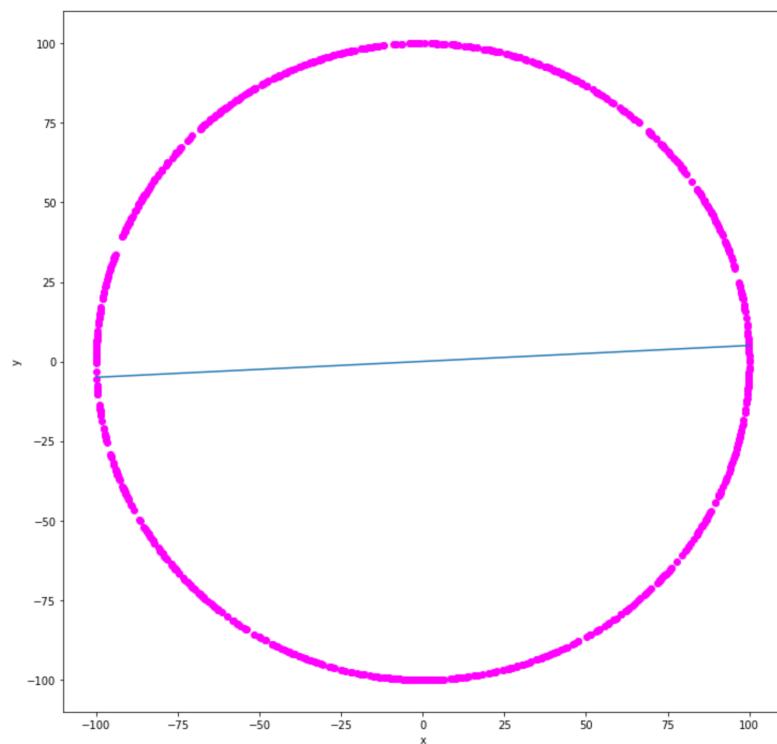
- A. 10e5 losowych punktów o współrzędnych z przedziału [-1000, 1000]



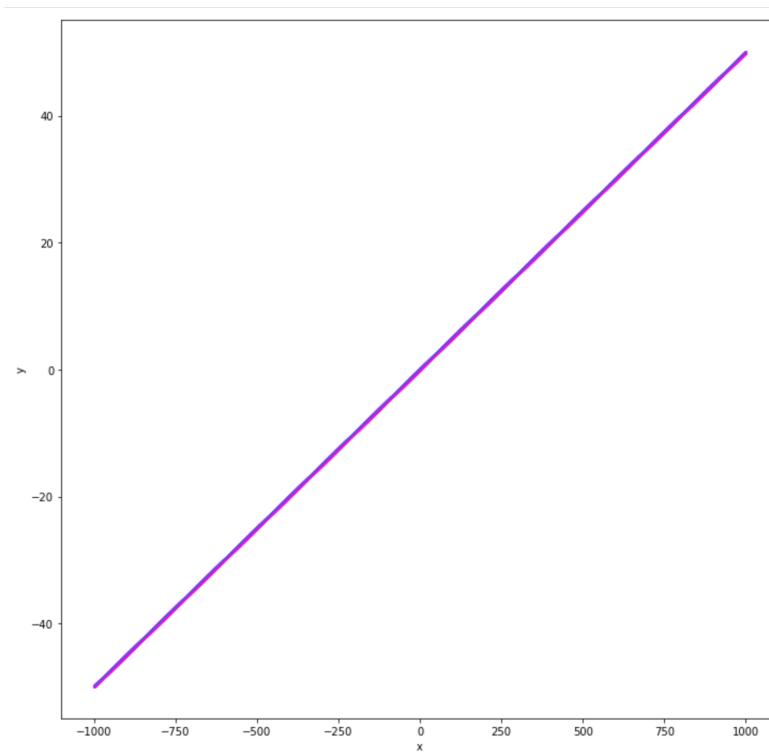
- B. 10e5 losowych punktów o współrzędnych z przedziału [-10e14 , 10e14]



C. 1000 losowych punktów leżących na okręgu o środku $(0,0)$ i promieniu $R=100$



D. 1000 losowych punktów o współrzędnych z przedziału $[-1000, 1000]$ leżących na prostej wyznaczonej przez wektor (a, b) , przyjmij $a = [-1.0, 0.0]$, $b = [1.0, 0.1]$



2. Orientacja względem ab ($a = [-1.0, 0.0]$, $b = [1.0, 0.1]$)

A. Stworzyłem dwie metody obliczające wyznacznik na podane w instrukcji sposoby:

(1) Wyznacznik 3x3

```
def det_1(a, b, c):  
    return a[0]*b[1]*c[2]+b[0]*c[1]*a[2]+c[0]*a[1]*b[2]-a[2]*b[1]*c[0]-b[2]*c[1]*a[0]-c[2]*a[1]*b[0]
```

(2) Wyznacznik 2x2

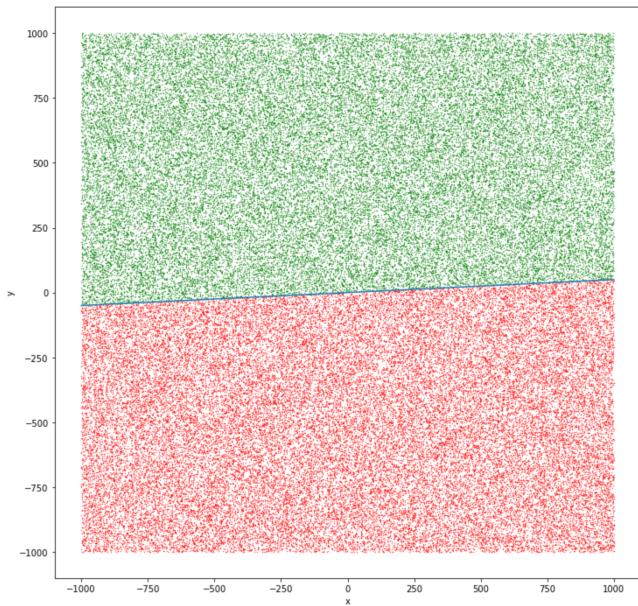
```
def det_2(a, b, c):  
    return (a[0]-c[0])*(b[1]-c[1])-(a[1]-c[1])*(b[0]-c[0])
```

B. Skorzystałem z biblioteki **numpy** z metody **linalg.det**

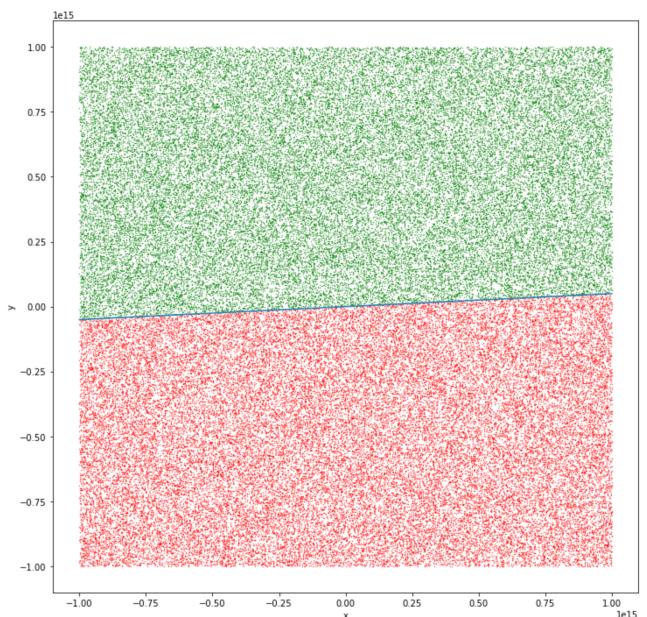
3. Dokładność wyznaczenia orientacji

A. Wizualizacja orientacji

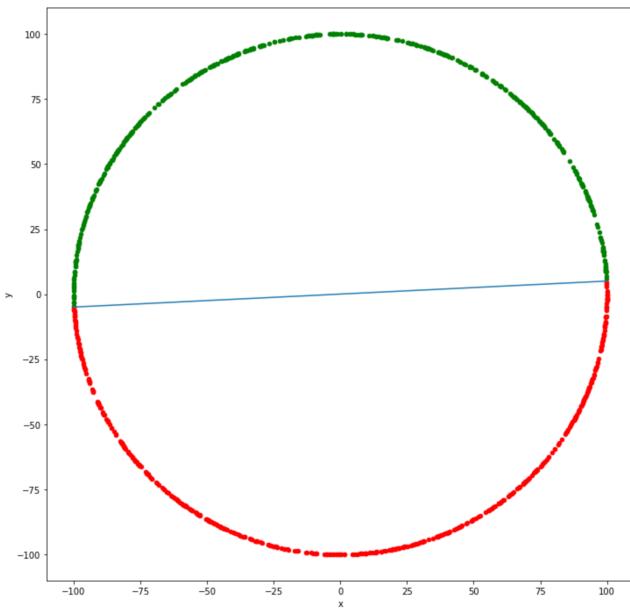
Zbiór A



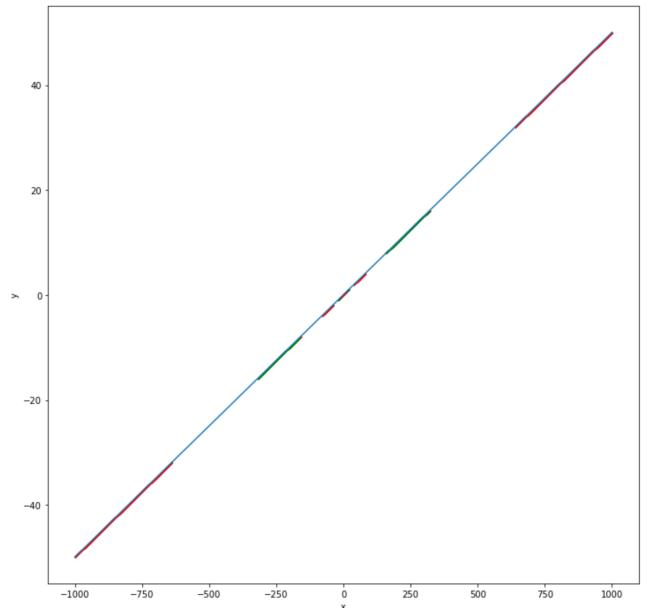
Zbiór B



Zbiór C



Zbiór D



B. Obserwacje dla dokładności double (64 bit)

Zbiór A okazał się odporny na niedokładności, nie znalazłem różnic w orientacji, natomiast prawie każdy wyznacznik miał różną wartość.

```
=====
Zbiór A
```

Własne 3D i Własne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 98599
Liczba różnych orientacji: 0

Własne 3D i Biblioteczne 3D
Liczba różnych wyznaczników: 87170
Liczba różnych orientacji: 0

Własne 3D i Biblioteczne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 99264
Liczba różnych orientacji: 0

Własne 2D i Biblioteczne 3D
Liczba różnych wyznaczników: 99201
Liczba różnych orientacji: 0

Własne 2D i Biblioteczne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 99289
Liczba różnych orientacji: 0

Biblioteczne 3D i Biblioteczne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 95797
Liczba różnych orientacji: 0

```
=====
```

Zbiór B ze względu na duże różnice w pozycji przecinka w reprezentacji zmiennoprzecinkowej wyprodukował punkty zmienne ze względu na orientację. Zauważać można, że wszystkie punkty inaczej zaprezentowane znajdowały się bardzo blisko prostej przechodzącej przez ab. Warte odnotowania jest również to, że w przypadku bibliotecznych i własnych obliczeń 3D nie ma różnic co pozwala sądzić, że implementacje są bardzo podobne.

```
=====
Zbiór B
```

Własne 3D i Własne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 10000
Liczba różnych orientacji: 85

Własne 3D i Biblioteczne 3D
Liczba różnych wyznaczników: 98309
Liczba różnych orientacji: 0

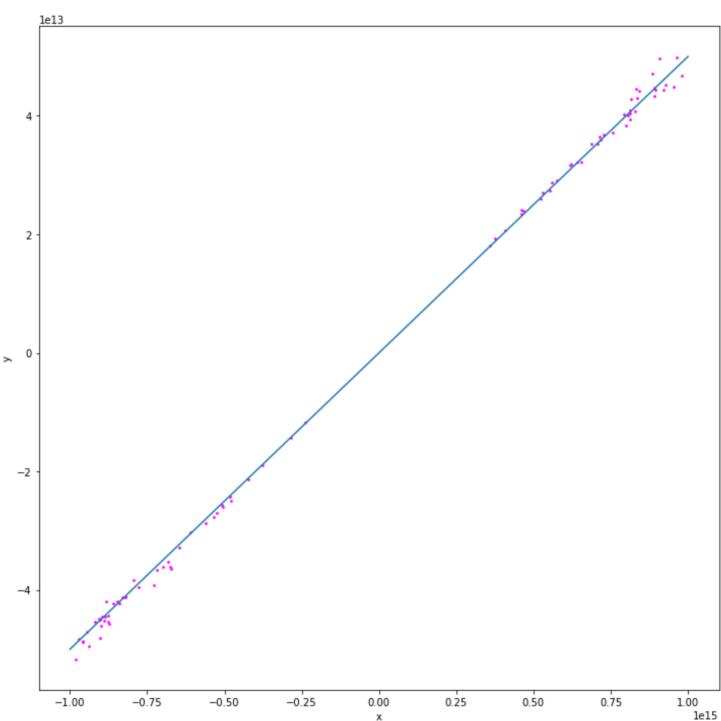
Własne 3D i Biblioteczne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 10000
Liczba różnych orientacji: 87

Własne 2D i Biblioteczne 3D
Liczba różnych wyznaczników: 10000
Liczba różnych orientacji: 85

Własne 2D i Biblioteczne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 99953
Liczba różnych orientacji: 68

Biblioteczne 3D i Biblioteczne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 10000
Liczba różnych orientacji: 87

```
=====
```



Inaczej zakwalifikowane punkty dla B3D i B2D

Zbiór C tak samo jak w przypadku A, nie udało się wygenerować punktów, które ze względu na reprezentację zmiennoprzecinkowej byłyby inaczej zakwalifikowane przez różne sposoby obliczeń. Punktów było mało, a rzędy wielkości współrzędnych punktów nie różniły się znacząco od siebie.

=====

Zbiór C

Własne 3D i Własne 2D

Liczba różnych wyznaczników: 850

Liczba różnych orientacji: 0

Własne 3D i Biblioteczne 3D

Liczba różnych wyznaczników: 788

Liczba różnych orientacji: 0

Własne 3D i Biblioteczne 2D

Liczba różnych wyznaczników: 911

Liczba różnych orientacji: 0

Własne 2D i Biblioteczne 3D

Liczba różnych wyznaczników: 921

Liczba różnych orientacji: 0

Własne 2D i Biblioteczne 2D

Liczba różnych wyznaczników: 909

Liczba różnych orientacji: 0

Biblioteczne 3D i Biblioteczne 2D

Liczba różnych wyznaczników: 721

Liczba różnych orientacji: 0

=====

Zbiór D zgodnie z oczekiwaniemi wygenerował najwięcej punktów wrażliwych ze względu na sposób obliczeń, gdyż każdy wyznacznik był liczbą blisko 0. Rysunek jest niezbyt ciekawy, natomiast ładniej nie potrafię :).

=====

Zbiór D

Własne 3D i Własne 2D

Liczba różnych wyznaczników: 74439

Liczba różnych orientacji: 68012

Własne 3D i Biblioteczne 3D

Liczba różnych wyznaczników: 86500

Liczba różnych orientacji: 53464

Własne 3D i Biblioteczne 2D

Liczba różnych wyznaczników: 74985

Liczba różnych orientacji: 67487

Własne 2D i Biblioteczne 3D

Liczba różnych wyznaczników: 78959

Liczba różnych orientacji: 68361

Własne 2D i Biblioteczne 2D

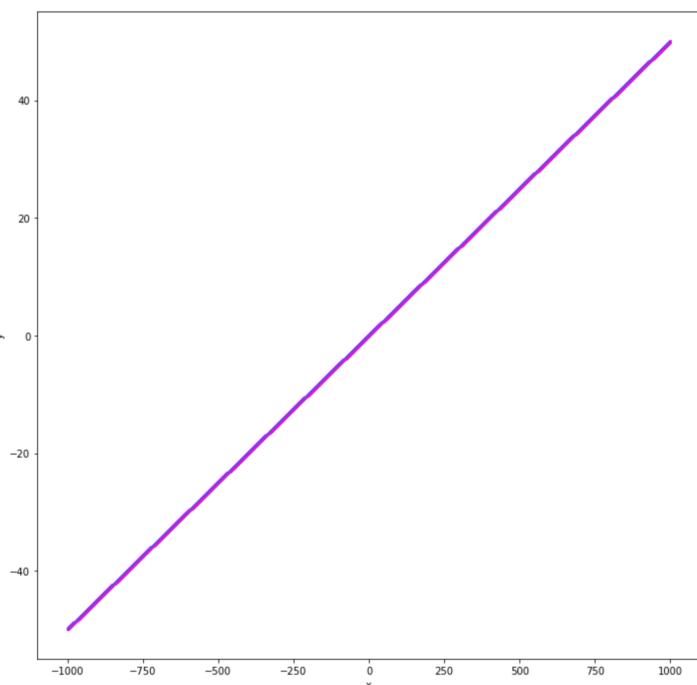
Liczba różnych wyznaczników: 51794

Liczba różnych orientacji: 42227

Biblioteczne 3D i Biblioteczne 2D

Liczba różnych wyznaczników: 80063

Liczba różnych orientacji: 68716



=====

Caption

C. Obserwacje dla dokładności float (32bit)

Zbiory A i C po raz kolejny okazały się niewzruszone we względu na sposób obliczenia wyznacznika.

Zbiór B nieznacznie zmniejszył liczbę różnych orientacji.

=====

Zbiór B

Własne 3D i Własne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 100000
Liczba różnych orientacji: 64

Własne 3D i Biblioteczne 3D
Liczba różnych wyznaczników: 98310
Liczba różnych orientacji: 0

Własne 3D i Biblioteczne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 100000
Liczba różnych orientacji: 69

Własne 2D i Biblioteczne 3D
Liczba różnych wyznaczników: 100000
Liczba różnych orientacji: 64

Własne 2D i Biblioteczne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 99961
Liczba różnych orientacji: 51

Biblioteczne 3D i Biblioteczne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 100000
Liczba różnych orientacji: 69

=====

Zbiór D natomiast nie zmienił znacząco liczby różnic, większość punktów zostaje inaczej zakwalifikowana, a w przypadku B3D i B2D oraz W3D i W2D nawet ponad 68%

=====

Zbiór D

Własne 3D i Własne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 74585
Liczba różnych orientacji: 68006

Własne 3D i Biblioteczne 3D
Liczba różnych wyznaczników: 86403
Liczba różnych orientacji: 53428

Własne 3D i Biblioteczne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 74840
Liczba różnych orientacji: 67412

Własne 2D i Biblioteczne 3D
Liczba różnych wyznaczników: 78829
Liczba różnych orientacji: 68089

Własne 2D i Biblioteczne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 51469
Liczba różnych orientacji: 41661

Biblioteczne 3D i Biblioteczne 2D
Liczba różnych wyznaczników: 79651
Liczba różnych orientacji: 68511

=====

4. Różny epsilon

Największa różnice w orientacji

	A	B	C	D
double	0	87	0	68716
float	0	69	0	68511

W poprzednich testach wziąłem pod uwagę sytuację w której funkcja signum była zdefiniowana bez zakresu tolerancji, dlatego większość punktów nie były kwalifikowane jako współliniowe. Tabele przedstawiają liczbę punktów współliniowych względem tolerancji oraz metody liczenia wyznacznika.

Zbiór A wcześniej nie posiadał punktów współliniowych. Zmiana tolerancji zmieniła tę sytuację:

Zbiór A	100	10	1	0.1	1E-10	0
W3D	5040	491	44	0	0	0
W2D	5040	491	44	0	0	0
B3D	5040	491	44	0	0	0
B2D	5040	491	44	0	0	0

Zbiór B wymagał dużej tolerancji ze względu na rząd wielkości współrzędnych.

Zbiór B	1E+10	1E+08	1E+04	1E+02	0.1	0
W3D	57	0	0	0	0	0
W2D	84	67	67	67	62	67
B3D	57	0	0	0	0	0
B2D	79	62	62	62	62	67

Zbiór C był najrzadszy, a więc znaleźć punkty współliniowe było najtrudniej.

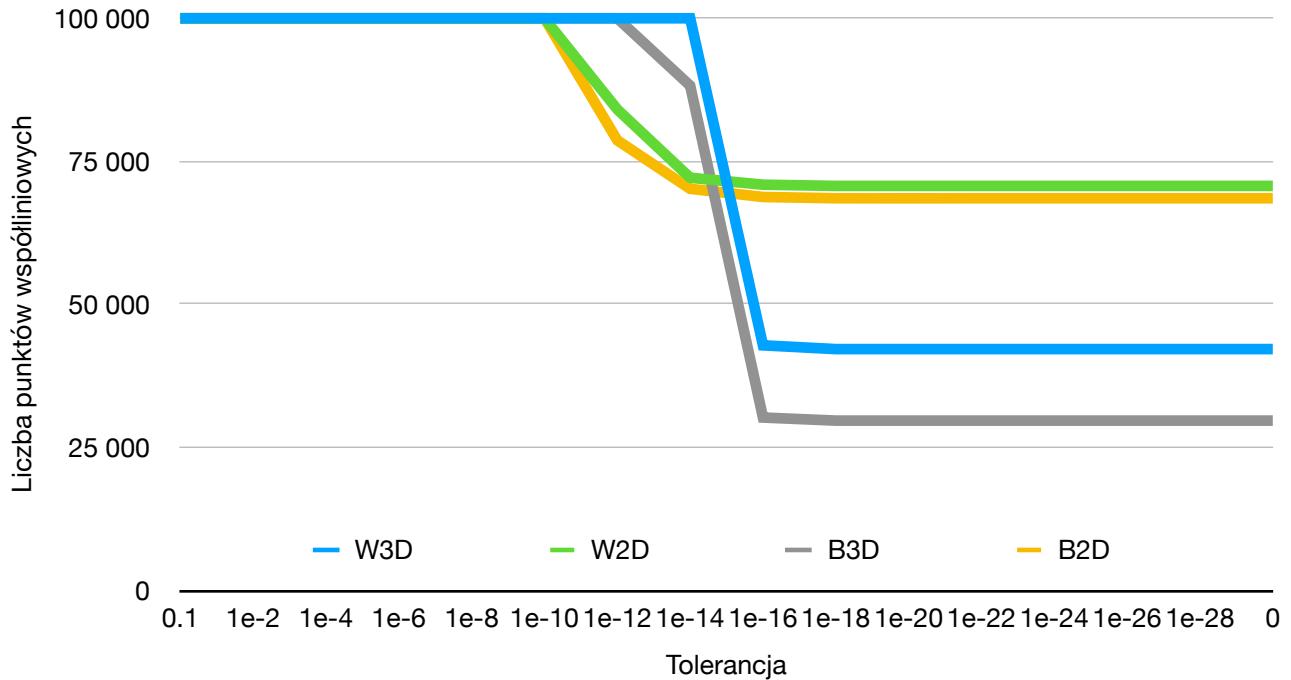
Zbiór C	10	1	0.1	0.01	0.001	0
W3D	20	4	0	0	0	0
W2D	20	4	0	0	0	0
B3D	20	4	0	0	0	0
B2D	20	4	0	0	0	0

Zbiór D dla float jest najciekawszym zbiorem pod względem tej analizy. Okazuje się, że już tolerancja rzędu $1E-12$ pozwala utracić pewne punkty z współliniowości, natomiast poniżej $1e-18$ nie zauważam już żadnych różnic aż do 0. Oznacza to, że tolerancja $1e-18$ pozwala dokładnie tak samo określić współliniowość co 0, co oznacza, że nasza reprezentacja była niezbyt dokładna, ponieważ oczekiwaliśmy wartości jak najbliższych 0. Sprawdźmy jak współliniowość zachowa się jeżeli weźmiemy liczby typu double.

Liczba punktów współliniowych w zależności od tolerancji dla float

D	0.1	1E-02	1E-04	1E-06	1E-08	1E-10	1E-12	1E-14	1E-16	1E-18	1E-20	1E-22	1E-24	1E-26	1E-28	0
W3D	1E+05	42820	42161	42161	42161	42161	42161	42161	42161							
W2D	1E+05	1E+05	1E+05	1E+05	1E+05	1E+05	84072	72119	700907	70691	70691	70691	70691	70691	70691	70691
B3D	1E+05	88220	30195	29658	29658	29658	29658	29658	29658	29658						
B2D	1E+05	1E+05	1E+05	1E+05	1E+05	1E+05	78657	70184	68756	68535	68523	68534	68534	68534	68534	68534

Liczba punktów współliniowych w zależności od tolerancji dla float



Zbiór D dla double zachowuje się analogicznie, więc ograniczeniem nie są reprezentacja, a obliczenia. Drobne różnice spowodowane są ponownym generowaniem punktów.

Liczba punktów współliniowych w zależności od tolerancji dla double

D	0.1	1E-02	1E-04	1E-06	1E-08	1E-10	1E-12	1E-14	1E-16	1E-18	1E-20	1E-22	1E-24	1E-26	1E-28	0
W3D	1E+05	43176	42574	42574	42574	42574	42574	42574	42574							
W2D	1E+05	1E+05	1E+05	1E+05	1E+05	1E+05	83934	71685	70516	70312	70311	70311	70311	70311	70311	70311
B3D	1E+05	88155	30445	29909	29909	29909	29909	29909	29909	29909						
B2D	1E+05	1E+05	1E+05	1E+05	1E+05	1E+05	78611	70040	68612	68398	68397	68397	68397	68397	68397	68397

5. Wnioski

Okazuje się, że sposoby obliczeń wyznacznika dla zbioru A i C były zupełnie obojętne i definiowały tę samą orientację niezależnie od dokładności reprezentacji liczby zmiennoprzecinkowej. Wynika to z:

- Zbyt mała liczba próbek, których wyznacznik osiągałby wartość bliską 0
- Małe różnice w rzędzie wielkości współrzędnych

Dla zbioru D różnice są największe, ponieważ wartość wszystkich wyznaczników była bliska 0 ze względu na to, że wszystkie punkty leżały na prostej $f(x) = 0.05x + 0.05$, współliniowej do odcinka ab. Najwięcej różnic zaobserwowano przy krańcach przedziału, ponieważ tam współrzędne były o największy rzad większe od rzędu wielkości współrzędnych punktów a i b.

Dla zbioru B istniały różnice w orientacji, ponieważ rzad wielkości współrzędnych był tak duży, że obliczenia traciły na dokładności w momencie zestawienia ich z znacznie mniejszymi liczbami punktów ab, oraz współrzędnej c = 1.

Ciekawą rzeczą jest fakt, że w przypadku zbioru B metoda biblioteczna 3D oraz własna 3D wygenerowały tę same orientację, w przeciwieństwie do innych zestawień, co może sugerować, że implementacje są analogiczne. Nic bardziej mylnego, ponieważ dla zbioru D różnice istniały.

Największe różnice między metodami liczenia wyznaczników występowaly w przypadku zestawienia metody 2D z 3D, niezależnie od tego czy była to metoda biblioteczna czy nie. Wynika to bezpośrednio z odejmowania wykonywanego w momencie transformowania 3D -> 2D, która powoduje błędy, ponieważ odejmowanie jest najbardziej newralgiczną operacją na liczbach zmiennoprzecinkowych.