Lab4

poniedziałek, 29 marca 2021 00:08

Oscar Teeninga

Zadanie 1

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{bmatrix} \qquad z = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$w = Az \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 15 \\ 15 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \max_j |w_j| = 15$$

$$e = \| w - \lambda z \| = \left\| \begin{bmatrix} 15 \\ 15 \\ 15 \end{bmatrix} - 15 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\| = \left\| \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\| = 0 < \varepsilon$$

Największa wartość własna = 15

$$\|A\|_2 = |\lambda_1| = 15$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \operatorname{adj}(A)$$

$$\det(A) = 4\cdot5\cdot6 + 3\cdot1\cdot2 + 8\cdot9\cdot7 + 2\cdot5\cdot8 - 7\cdot1\cdot4 - 6\cdot3\cdot9 = 360$$

$$\operatorname{conf}(A) = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 9 & 2 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 4 & 9 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 9 & 2 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23 & 38 & -37 \\ -52 & 8 & 68 \\ 53 & -22 & -7 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{360} \begin{bmatrix} 23 & 38 & -37 \\ -52 & 8 & 68 \\ 53 & -22 & -7 \end{bmatrix}^T \qquad z = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$w = Az = \begin{bmatrix} \frac{23}{360} & -\frac{52}{360} & \frac{53}{360} \\ \frac{38}{360} & \frac{8}{360} & -\frac{22}{360} \\ \frac{-37}{360} & \frac{68}{360} & -\frac{7}{360} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{15} \\ \frac{1}{15} \\ \frac{1}{15} \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \frac{1}{15}$$

$$e = \| w - \lambda z \| = \left\| \begin{bmatrix} \frac{1}{15} \\ \frac{1}{15} \\ \frac{1}{15} \end{bmatrix} - \frac{1}{15} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\| = 0 < \varepsilon$$

$$\|A^{-1}\|_2 = |\lambda_1| = \frac{1}{15}$$

$$\operatorname{cond}_2(A) = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2 = 15 \cdot \frac{1}{15} = 1$$