Economía Matemática

UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO
UNEMI
Evolución Académica

UNIDAD 1
Interés simple y compuesto

TEMA 4:
Ecuaciones de valores equivalentes con interés compuesto

Ec. Angel Maridueña, MSc.

SUBTEMAS

- **Subtema 1**: Ecuaciones de valores equivalentes.
- **Subtema 2:** Tiempo equivalente.

OBJETIVO

Desarrollar la **herramienta cuantitativa** para **calcular valores equivalentes** en los tipos de interés compuesto como insumo para la **instrumentación de las operaciones financieras**.

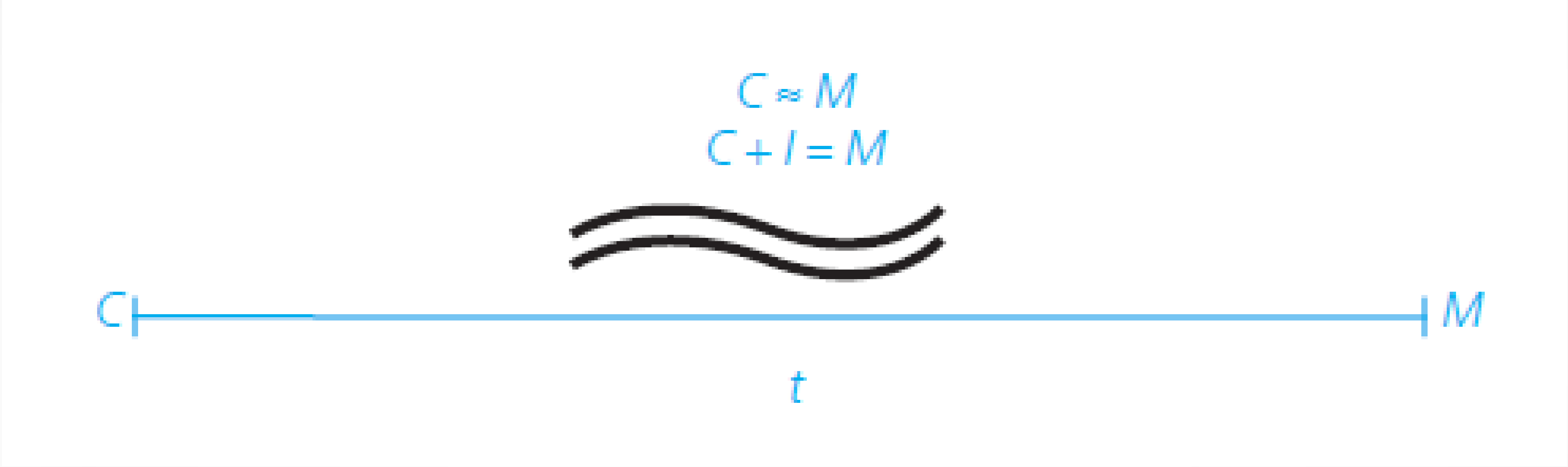
INTRODUCCIÓN

Como se ha visto, el dinero tiene un valor distinto en el tiempo; no es lo mismo tener $1 en este momento que tenerlo dentro de un año pues, dependiendo de la tasa de inflación vigente, éste verá reducido su valor en mayor o menor grado.

INTRODUCCIÓN

- ✓ Para compensar esa pérdida de valor, al capital original se le agregan intereses a fin de que el **monto futuro sea equivalente en cuanto a poder adquisitivo al capital actual**.
- ✓ Así, un capital C es equivalente a un monto M, a un plazo t, considerando una tasa de interés i.

INTRODUCCIÓN



Ejemplo 1/1..

Si se tiene un capital de $100 y una tasa de interés de 50% anual, el monto equivalente a dicho capital será de $150. Esto es, el poder adquisitivo de $100 será equivalente al de $150 dentro de un año.

$$M = C(1+i)^n$$
$$M = 100(1+0{,}5)^1$$
$$M = 100(1{,}5)^1$$
$$M = 150$$

Ejemplo 1/2..

Así, puede decirse que un monto de $150 dentro de un año es equivalente a un capital C de $100 el día de hoy, pues:

$$C=\frac{M}{(1+i)^{n}}$$

$$C=M(1+i)^{-n}$$

$$C=150(1+0{,}5)^{-1}$$

$$C=150(1{,}50)^{-1}$$

$$C=100$$

Directrices para el cálculo de ecuaciones equivalentes

De la misma forma en que se establece **una relación de dos valores en el tiempo**, puede establecerse una relación de equivalencia entre dos flujos de efectivo que deben pagarse o recibirse en distintos momentos. La operación que se conforma se llama **ecuación de valores equivalentes**.

Directrices para el cálculo de ecuaciones equivalentes

Una ecuación de valores equivalentes es la que se obtiene al **igualar en una fecha focal** dos flujos distintos de efectivo.

Ejemplo 1/4

¿Qué cantidad debe pagarse trimestralmente para saldar una deuda de 3 pagos mensuales de $100, dada una tasa de interés de 2% mensual?

Ejemplo 2/4

En este caso se tienen dos conjuntos de obligaciones:

a) La cantidad original constituida por los 3 pagos mensuales y

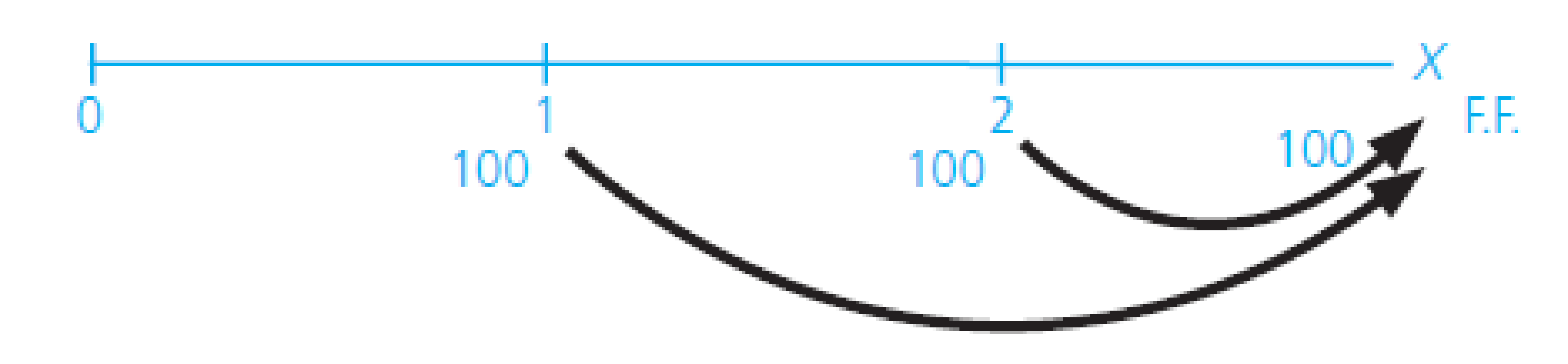
b) El pago trimestral X con el que se desea sustituir aquélla.

Ejemplo 3/4

El valor del pago X debe ser equivalente al valor de los 3 pagos de $100, dada una tasa de interés de 2% y una fecha determinada (fecha focal).

$$\underbrace{\underbrace{X}_{\text{flujo 1}} = \underbrace{(100 + I_1) + (100 + I_2) + (100 + I_3)}_{\text{flujo 2}}}_{\text{Ecuación de valores equivalentes}}$$

Ejemplo 4/4



$$X = 100(1.02)^2 + 100(1.02)^1 + 100$$
$$X = 306.04$$

Por lo tanto, un pago de \$306.04 al cabo de 3 meses es equivalente a 3 pagos mensuales de \$100 cada uno.

Aplicaciones VF

Un depósito de $50.000 por un periodo de dos años a una tasa de interés de 18% capitalizable mensualmente.

	A	B	C	D
1	**Datos**		***Función Excel***	***Función Excel***
2			=VF(tasa,nper,pago,va,tipo)	=VF(tasa,nper,pago,va,tipo)
3			=VF(0.18/12,2*12,0,-50000,0)	=VF(0.18/12,2*12,,-50000,)
4	Tasa	0.18/12	71 475.14	71 475.14
5	Nper	2*12		
6	Pago	-		
7	Capital (Va)	50 000		
8	Tipo	0		

Aplicaciones VF

Monto de un depósito de $100.000 y el monto de un préstamo por la misma cantidad en una caja de ahorros, considerando las distintas tasas que se aplican a operaciones pasivas (depósitos de ahorradores 4,8%) y a operaciones activas (préstamos de la caja de ahorros 30%).

	A	B	C	D
1	**Datos**		***Función Excel depósito***	***Función Excel préstamo***
2			=VF(tasa,nper,pago,va,tipo)	=VF(tasa,nper,pago,va,tipo)
3			=VF(0.048/12,9,,-100000,)	=VF(0.30/12,9,,-100000,)
4	Tasa depósito	0.048/12	103 658.14	124 886.30
5	Tasa préstamo	0.30/12		
6	Nper	2*12		
7	Pago	-		
8	Capital (Va)	50 000		
9	Tipo	0		
10				

Aplicaciones VP

Cuál es el capital que debe depositarse en un banco si se desea tener $50.000 en tres años y la tasa de interés es de 20% anual convertible semestralmente.

$$C = \frac{M}{(1+i)^n} = M(1+i)^{-n}$$

	A	B	C	D
1	**Datos**		***Función Excel Valor Actual***	***Valor actual a interés compuesto***
2			=VA(tasa,nper,pago,vf,tipo)	***C=M (1+i) ^-n***
3			=VA(0.20/2,3*2,,-50000,)	=(B7*(1+B4)^-B5)
4	Tasa	0.20/2	28 223.70	28 223.70
5	Nper	3*2		
6	Pago	-		=(50000*(1+0.10)^-6)
7	Monto (Valor futuro)	50 000.00		28 223.70
8				

Aplicaciones VP

Se busca el valor actual de un pago de $425.000 que debe realizarse en el plazo de año y medio considerando que se puede obtener un interés de 6% anual convertible mensualmente.

	A	B	C	D
1	**Datos**		***Función Excel Valor Actual***	***Valor actual a interés compuesto***
2			=VA(tasa,nper,pago,vf,tipo)	***C=M (1+i)^-n***
3			=VA(0.06/12,1.5*12,,-425000,)	=(B7*(1+B4)^-B5)
4	Tasa	0.06/12	388 507.87	388 507.87
5	Nper	1.5*12		
6	Pago	-		=(425000*(1+0.06/12)^-18)
7	Monto (Valor futuro)	425 000.00		388 507.87
8				

Trabajos autónomos

Aplicación de test unidad 1.

BIBLIOGRAFÍA

- Matemáticas financieras, cuarta edición. Alfredo Díaz Mata, Víctor M. Aguilera Gómez.

Gracias por su atención.

www.unemi.edu.ec

Economía Matemática

UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO
UNEMI
Evolución Académica

UNIDAD 2

Anualidades y tablas de amortización

TEMA 2:

Anualidades simples, ciertas, anticipadas e inmediatas

Ec. Angel Maridueña, MSc.

SUBTEMAS

- **Subtema 1**: Introducción y tipos de anualidades.
- **Subtema 2:** Monto y valor actual.
- **Subtema 3:** Renta, plazo, interés y tasa de interés.

OBJETIVO

Revisar las principales técnicas para el cálculo de anualidades como insumo para la instrumentación de las operaciones financieras.

Tipos de anualidades

Criterio	Tipos de anualidades
Intereses	**simples** generales
Tiempo	**Ciertas** contingentes
Pagos	Vencidas **anticipadas**
Iniciación	**Inmediatas** diferidas

REPASANDO FÓRMULAS

$$M = R\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$C = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Tipos de anualidades

Simple: El periodo de pago coincide con el de capitalización.

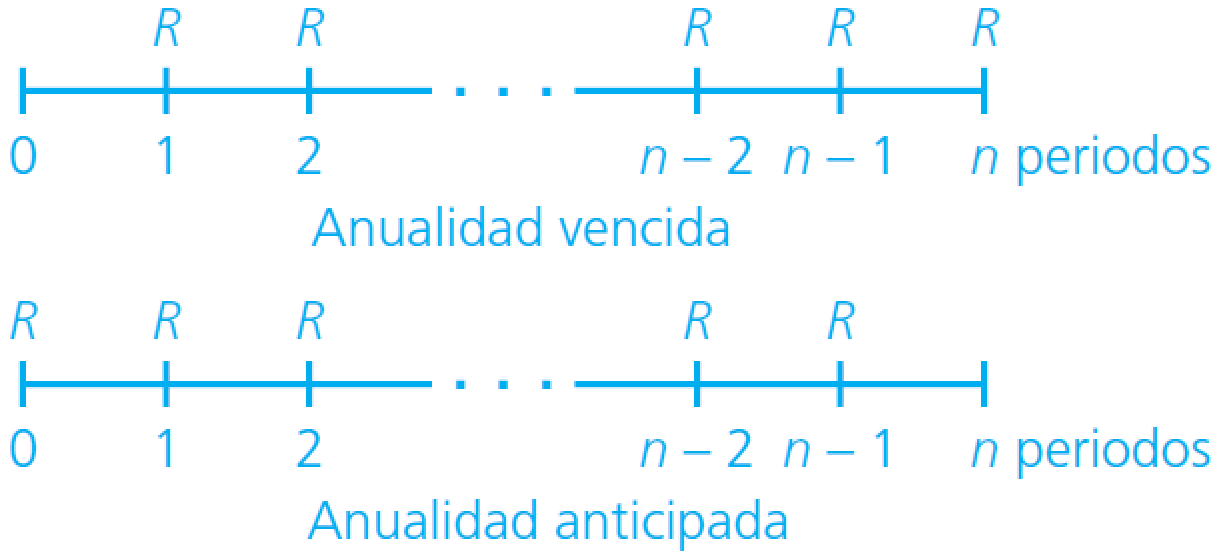
Cierta: Sus fechas son fijas y se estipulan de antemano.

Tipos de anualidades (cont..)

Anticipada: El inicio de los pagos se hacen al principio de los periodos de pago y capitalización (por anticipado).

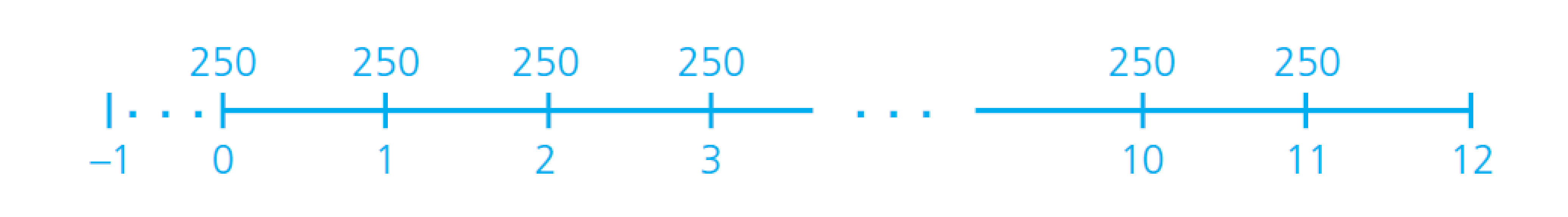
Inmediata: Los pagos se inician en el mismo periodo en el que se formaliza la operación.

Diagramas de las anualidades vencidas y las anticipadas



EJEMPLO 1

Un obrero deposita en una cuenta de ahorros $250 al principio de cada mes. Si la cuenta paga 0.3% mensual de interés, ¿cuánto habrá ahorrado durante el primer año?



EJEMPLO 1 (CONT..)

La aplicación de la fórmula del monto hace que se obtenga el valor de la anualidad en el periodo 11.

$$M = R\frac{(1+i)^{n} - 1}{i} = 250\frac{(1.003)^{12} - 1}{0.003} = \frac{1.03666 - 1}{0.003}$$

M= 250 (12.199993)

M = $3.050

EJEMPLO 1 (CONT..)

Ese sería el monto el 1 de diciembre del año, en el momento de hacer el último depósito. Pero como se busca el monto al final del plazo…

M= 3.050 (1.003) = $ 3.059,15

Y la fórmula sería entonces:

$$\mathbf{M = R\frac{(1+i)^n - 1}{i}(1+i)}$$

EJEMPLO 1 (OTRA MANERA DE RESOLVER)

Si se considera que el plazo comienza en el periodo -1 y se calcula el monto de 13 depósitos, se tendría el siguiente caso:

EJEMPLO 1 (OTRA MANERA DE RESOLVER) (CONT..)

$$M = R\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$\frac{(1.003)^{13}-1}{0.003} = \frac{1.0397-1}{0.003} = 13.236593$$

Que nos da el factor de acumulación de 13 depósitos, pero se resta al factor de acumulación para encontrar el valor que se busca..

EJEMPLO 1 (OTRA MANERA DE RESOLVER) (CONT..)

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}\left(\frac{(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}+\mathbf{1}}-\mathbf{1}}{\boldsymbol{i}} - \mathbf{1}\right)$$

$$250\left(\frac{(1.003)^{13}-1}{0.003} - 1\right) = 250\ (13.236593\text{-}1)$$

M= 250 (12.236593)= $3.059,15

RENTA, PLAZO, INTERÉS Y TASA DE INTERÉS

El siguiente ejemplo ilustra la determinación del número de pagos mensuales anticipados de $511,69 que se requiere efectuar para adquirir un comedor que vale $4.600 al contado, si la tasa de interés que aplica la tienda es de 29.40% anual convertible mensualmente.

RENTA, PLAZO, INTERÉS Y TASA DE INTERÉS (CONT..)

$$C = R\left(1 + \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right)$$

de la cual se despeja *n*,

$$n = 1 - \left(\frac{\log(1+i-(\frac{Ci}{R})}{\log(1+i)}\right)$$

RENTA, PLAZO, INTERÉS Y TASA DE INTERÉS (CONT..)

	A	B	C
1	Datos		*Valor Actual de una anualidad anticipada*
2			$n = 1 - \frac{\log\,[1+i-(Ci/R)]}{\log\,(1+i)}$
3			=1-(LOG((1+0.294/12-((4600*0.294/12)/511.69)),10))/LOG((1+0.294/12),10)
4	Tasa	0.2940/12	10.00
5	Nper	?	
6	Pago	511.69	
7	Capital (Va)	4 600	
8			

BIBLIOGRAFÍA

- Matemáticas financieras, cuarta edición. Alfredo Díaz Mata, Víctor M. Aguilera Gómez.

UNEMI ONLINE

Gracias por su atención.

www.unemi.edu.ec

Economía Matemática

UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO UNEMI
Evolución Académica

UNIDAD 2

Anualidades y tablas de amortización

TEMA 3:

Tablas de amortización

Ec. Angel Maridueña, MSc.

SUBTEMAS

- » **Subtema 1**: Flujo de fondos y valor actual y TIR.
- » **Subtema 2:** Importe, número de los pagos y tasa de interés.
- » **Subtema 3:** Otros casos de amortización.

OBJETIVO

Revisar las principales técnicas para el cálculo de las tablas de amortización como insumo para la instrumentación de las operaciones financieras.

La tabla de amortización

En el ejemplo 8.1.1 teníamos una deuda de $95 000 contratada a 18% convertible semestralmente, y que se iba a amortizar mediante pagos semestrales de $21 177.36. Para comprender mejor este tema, es necesario construir la tabla de amortización.

Solución:

Fecha	Pago semestral	Interés sobre saldo	Amortización	Saldo
En el momento de la operación				95 000.00
Fin del semestre 1	21 177.36	8 550.00	12 627.36	82 372.64
Fin del semestre 2	21 177.36	7 413.54	13 763.82	68 608.82
Fin del semestre 3	21 177.36	6 174.79	15 002.57	53 606.25
Fin del semestre 4	21 177.36	4 824.56	16 352.80	37 253.45
Fin del semestre 5	21 177.36	3 352.81	17 824.55	19 428.90
Fin del semestre 6	21 177.50	1 748.60	19 428.90	0.00
Totales	127 064.30	32 064.31	95 000.00	—

IMPORTE DE LOS PAGOS DE UNA AMORTIZACIÓN

Calcule el valor de los pagos y elabore una tabla de amortización para saldar un adeudo de \$4 000 000 con un interés de 36% convertible bimestralmente, si la deuda debe ser saldada al cabo de un año, haciendo pagos bimestrales que comienzan dentro de 2 meses.

$$C = 4\,000\,000$$
$$n = 6$$
$$i = 0.36/6 = 0.06$$
$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}} = \frac{4\,000\,000(0.06)}{1-(1.06)^{-6}} = \frac{240\,000}{0.29503946}$$
$$R = 813\,450.514$$

IMPORTE DE LOS PAGOS DE UNA AMORTIZACIÓN

Fecha	Pago bimestral	6% sobre saldo insoluto	Amortización	Saldo
Al contratar				4 000 000.00
Fin bimestre 1	813 450.514	240 000.00	573 450.51	3 426 549.49
Fin bimestre 2	813 450.514	205 592.97	607 857.54	2 818 691.94
Fin bimestre 3	813 450.514	169 121.52	644 329.00	2 174 362.94
Fin bimestre 4	813 450.514	130 461.78	682 988.74	1 491 374.20
Fin bimestre 5	813 450.514	89 482.45	723 968.06	767 406.15
Fin bimestre 6	813 450.514	46 044.37	767 406.15	0.00
Totales	4 880 703.08	880 703.08	4 000 000.00	

NÚMERO DE PAGOS DE UNA AMORTIZACIÓN

UNEMI ONLINE

¿Cuántos pagos mensuales de \$15 000 son necesarios para saldar una deuda de \$180 000 contratada hoy a 18% convertible mensualmente?

$$C = 180\,000$$
$$i = 0.18/12 = 0.015$$
$$R = 15\,000$$
$$n = ?$$

De $C = R\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}$

$$\frac{Ci}{R} - 1 = -(1+i)^{-n}$$

$$(1+i)^{-n} = 1 - \frac{Ci}{R}$$

$$-n\log(1+i) = \log\left(1 - \frac{Ci}{R}\right)$$

$$n = -\frac{\log\left(1-\dfrac{Ci}{R}\right)}{\log(1+i)} = -\frac{\log\left[1-\dfrac{180\,000(0.015)}{15\,000}\right]}{\log(1.015)}$$

$$= -\frac{\log(0.82)}{\log(1.015)} = -\frac{(-0.0861861476)}{0.0064660422249} = 13.32904$$

TASA DE INTERÉS EN UNA AMORTIZACIÓN

Una máquina de coser usada cuesta \$820 al contado. El plan a crédito es de \$270 de enganche y 10 pagos quincenales de \$58. ¿Cuál es la tasa de interés que se cobra en la operación?

$$C = 550$$
$$R = 58$$
$$n = 10$$
$$i = ?$$

$$550 = 58\frac{1-(1+i)^{-10}}{i}$$

$$\frac{1-(1+i)^{10}}{i} = 9.48275862$$

Para determinar i, en primer lugar, se ensayan diferentes valores de i que arrojen el valor $\frac{1-(1+i)^{-10}}{i}$ más próximo posible a 9.48275862:

para $i = 0.02$ $\quad \frac{1-(1.02)^{-10}}{0.02} = 8.98258501$

$i = 0.01$ $\quad \frac{1-(1.01)^{-10}}{0.01} = 9.47130453$

$i = 0.0095$ $\quad \frac{1-(1.0095)^{-10}}{0.0095} = 9.496757904$

$i = 0.0097$ $\quad \frac{1-(1.0097)^{-10}}{0.0097} = 9.48656454$

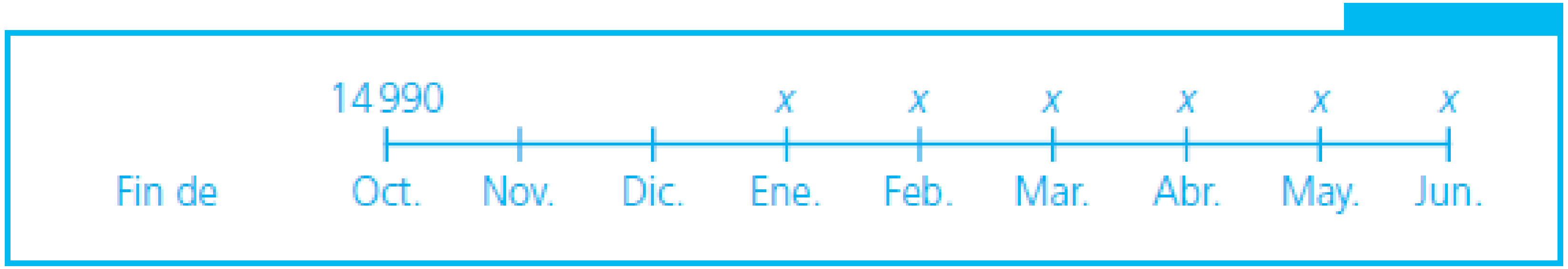
OTROS CASOS DE AMORTIZACIÓN

Se difiere (pospone) el inicio de los pagos. En septiembre, un almacén ofrece en venta un aparato de televisión en $14 990 a pagar en 6 abonos mensuales iguales con 36% de interés convertible mensualmente. El primer pago se debe realizar el 31 de enero del año siguiente. Si una persona adquiere uno de estos aparatos el 31 de octubre:

a) ¿Cuál es el valor de cada uno de los pagos?
b) Construya una tabla de amortización que muestre el comportamiento de la operación.

Solución:

Para visualizar mejor la operación conviene presentarla en un diagrama:



$$i = 0.36/12 = 0.03$$

OTROS CASOS DE AMORTIZACIÓN

Para manejar los cálculos con las fórmulas de las anualidades simples ciertas, vencidas e inmediatas conviene observar que el cliente disfrutará del televisor desde el 31 de octubre, por lo que contrae la deuda desde este día y, por ello, el valor de su compromiso al 31 de diciembre es:

$$14\,990(1.03)^2 = 14\,990(1.0609) = \$15\,902.89$$

Ahora se puede visualizar la operación como una anualidad simple, cierta, vencida e inmediata:

$$C = 15\,902.89$$
$$i = 0.03$$
$$n = 6$$
$$R = ?$$

OTROS CASOS DE AMORTIZACIÓN

a) Por lo tanto, el pago que debe realizar el cliente cada mes es de:

$$C = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$= \frac{15\,902.89(0.03)}{1-(1.03)^{-6}} = \frac{477.08673}{0.1625157} = 2\,935.63$$

OTROS CASOS DE AMORTIZACIÓN

UNEMI ONLINE

b) Tabla de amortización:

Fecha	Pago por periodo	0.03 de interés sobre el saldo	Amortización	Saldo
31 oct.	—	—	—	14 990.00
30 nov.	—	449.70	—	15 439.70
31 dic.	—	463.19	—	15 902.89
31 ene.	2 935.63	477.09	2 458.55	13 444.34
28 feb.	2 935.63	403.33	2 532.30	10 912.04
31 mar.	2 935.63	327.36	2 608.27	8 303.77
30 abr.	2 935.63	249.11	2 686.52	5 617.25
31 may.	2 935.63	168.52	2 767.12	2 850.13
30 jun.	2 935.63	85.50	2 850.13	0.00
Totales	17 613.78	2 623.80	15 902.89	—

Observe que la cantidad que se amortiza es el valor de la deuda al 31 de diciembre, y que la suma de los intereses incluye el total de los pagados. Las diferencias que existen en los centavos se deben al redondeo. ■

BIBLIOGRAFÍA

- Matemáticas financieras, cuarta edición. Alfredo Díaz Mata, Víctor M. Aguilera Gómez.

Gracias por su atención.

www.unemi.edu.ec

Economía Matemática

UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO
UNEMI
Evolución Académica

UNIDAD 1

Interés simple y compuesto

TEMA 1:

Introducción y conceptos sobre interés simple

Ec. Angel Maridueña, MSc.

SUBTEMAS

- **Subtema 1**: Monto, valor actual, tasa y tipo de interés
- **Subtema 2:** Periodicidad de las transacciones
- **Subtema 3:** Descuento

OBJETIVO

Introducir las **bases** para el **cálculo del interés simple** como insumo para la **instrumentación** de las operaciones financieras.

Variables de interés..

1. Capital que se invierte= C
2. Tiempo o plazo = t
3. Interés simple= I
4. M= Monto= capital más intereses
5. Tasa de interés=i

Variables de interés..

1 M (monto)= C (capital)+ I (interés simple)

2 I (interés simple)= C (capital) i (tasa de interés) t (tiempo)

2 → 1

M= C + Cit

M= C(1+it)

$$C = \frac{M}{(1+it)}$$

$$\boldsymbol{C = M(1+it)^{-1}}$$

El monto..

Un comerciante adquiere una deuda por el valor de $3.500 que acuerda liquidar mediante un pago de inmediato de $1.500 y un pago final 4 meses después. Acepta pagar 10% de interés anual simple sobre el saldo. ¿Cuánto deberá pagar dentro de 4 meses?

Solución..

M (monto)=C (capital)+ I (interés simple)

C= M - I

C= $3.500 - $1.500= $2.000

i=10% anual

t=4/12=1/3

M= C(1+it)

M= $2.000(1+0.10*(1/3))= $2.066.67

$2.000 de capital

$66.67 de interés

Valor actual o presente..

$$C = \frac{M}{(1 + it)}$$

$$\boldsymbol{C = M(1 + it)^{-1}}$$

Una persona participa en una “tanda” y le toca cobrar en el decimoctavo mes. Si dentro de 18 meses recibirá $30.000, ¿cuál es el valor actual de su tanda, con un interés simple de 20% anual?

Solución..

$$C = M(1 + it)^{-1}$$

$M = \$30.000$

$$C = \frac{M}{(1+it)} = \frac{\$30.000}{(1+(0.20*1.5))}$$

t=18/12=1.5

C =$23.076,92

i=20% anual

En este caso, $23.076,92 es el valor actual de $30.000, realizables dentro de 18 meses con 20% anual.

Interés..

Una persona obtiene un préstamo de $50.000 y acepta liquidarlo año y medio después. Acuerda que mientras exista el adeudo pagará un interés simple mensual de 1.5%. ¿Cuánto deberá pagar de interés cada mes?

Solución..

I (interés simple)= C (capital) i (tasa de interés) t (tiempo)

C=$50.000

t=1 mes

i=1.5%

I= $50.000*1.5%*1=$750 mensuales

Puesto que la **tasa de interés** y el **plazo** están expresados en meses, el cálculo del interés es directo.

Tasa y tipo de interés..

Una persona compra un reproductor de discos compactos que cuesta **$1.500**. Paga un enganche de **$800** y acuerda pagar otros **$750 tres meses después**. ¿Qué tipo de interés simple pagó?

Solución..

M (monto)=**C (capital)**+ I (interés simple)

C= \$1.500 – \$800=\$700

t= 3/12= 0.25

I= M- C

I=\$750- \$700=\$50

Con I=Cit

\$50=\$700i(0.25)

\$50=175i

i=50/175=0.285714

Pagó un interés anual de 28,57%

Plazo o tiempo..

¿En **cuanto tiempo** se acumularía $5.000 si se depositaran hoy $3.000 en un fondo que paga 1.2% simple mensual?

M=$5.000

C=3.000

i=0.012 mensual

M= C(1+it)

$5.000=$3.000(1+(0.012*t)

$$\frac{5.000}{3.000} - 1 = 0.012 * t$$

t=55.56 meses

Descuento..

Es una operación en la cual se adquieren pagarés, de cuyo valor nominal descuentan una suma equivalente a los intereses que devengaría el documento entre la fecha en que se recibe y la fecha de vencimiento.

Descuento..

Existen básicamente dos formas de calcular el descuento:

- ✓ **El descuento comercial:** el valor que se descuenta se calcula sobre el valor nominal del documento.
- ✓ **El descuento real o justo:** se calcula sobre el valor real que se anticipa, y no sobre el valor nominal.

Trabajos autónomos

Aplicación de foro académico

BIBLIOGRAFÍA

- Matemáticas financieras, cuarta edición. Alfredo Díaz Mata, Víctor M. Aguilera Gómez.

Gracias por su atención.

www.unemi.edu.ec

Economía Matemática

UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO
UNEMI
Evolución Académica

UNIDAD 1
Interés simple y compuesto

TEMA 2:
Ecuaciones de valores equivalentes

Ec. Angel Maridueña, MSc.

SUBTEMAS

- **Subtema 1**: Estructura
- **Subtema 2:** Análisis de casos

OBJETIVO

Desarrollar la **herramienta cuantitativa** para calcular **valores equivalentes** en los tipos de **interés simple** como insumo para la instrumentación de las operaciones financieras.

Ecuaciones de valores equivalentes..

Por citar en caso, la fórmula del monto a interés simple es una ecuación de valores equivalentes, ya que:

$$M=C(1+it)$$

El monto **M** es equivalente a un capital **C**, colocado a un tiempo **t** y a una tasa **i**.

Ecuaciones de valores equivalentes..

- ✓ Una empresa firma **un pagaré** por **$120.000** a **90 días**, a **25%**.
- ✓ **30 días después**, contrae una **deuda** por **$100.000** para pagarla **2 meses** después, sin intereses.
- ✓ **2 meses después** de la primera fecha, acuerda con un acreedor pagar **$150.000** en ese momento y, para saldar el resto de su deuda, hace un **pago final 3 meses después** de la última fecha, con interés de **30%**.
- ✓ Determine el pago final convenido.

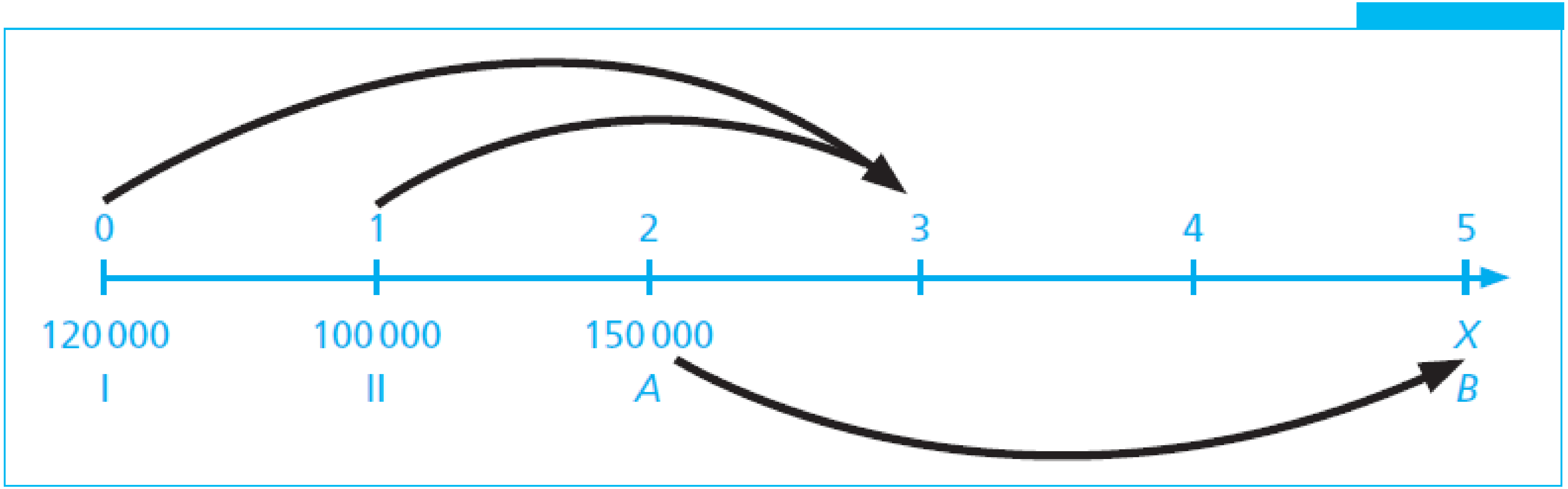
Identificando las operaciones..

Operaciones de contratación de deuda	Operaciones de pago
I. $120 000 a 90 días a 25%	*A.* $150 000 dos meses después
II. 30 días después $100 000 a dos meses, sin interés	*B.* Pago final (desconocido), cinco meses después de la primera fecha

Se puede plantear la equivalencia en este simple ejemplo, como:

I+II=A+B

Diagramas de tiempo y valor..



La fecha que se elige para hacer coincidir el valor de las diferentes operaciones se conoce como **fecha focal**.

Operación I..

- El valor de la operación I dentro de 3 meses es:

$$120.000[1+(0.25)(3/12)] = 120.000(1.0625) = 127.500$$

- Luego de su valor a 60 días hasta el quinto mes, a 30% que fue lo convenido para saldar la operación:

$$127.500[1 + (0.30)(2/12)] = 127\,500(1.0500) = 133\,875$$

- La operación I (120 000 en el tiempo 0) equivalente a:

$133.875 en 5 meses.

Operación II..

- Esta operación se contrató sin intereses, por lo cual vale 100.000 dos meses antes de la fecha focal, en la cual su valor será:

$$100.000[1 + (0.30)(2/12)] = 100.000(1.0500) = 105.000$$

Operación A y B..

A. Para ésta, los $150.000 que pagó a los 2 meses, valen al quinto mes:

$$150.000[1 + (0.30)(3/12)] = 150\,000(1.075) = \$161.250$$

B. Finalmente, X se realizará en la fecha focal, por lo que estará dado a su valor en ese momento.

Resultado..

De regreso al planteamiento de la ecuación de valores equivalentes.

Valor total de las deudas = valor total de los pagos

$I + II = A + B$

$133.875 + 105.000 = 161.250 + X$

$X = 133.875 + 105.000 - 161.250$

$X = 77.625$ (que es la cantidad que habrá de pagar esa persona en el quinto mes para saldar todas las operaciones)

BIBLIOGRAFÍA

- Matemáticas financieras, cuarta edición. Alfredo Díaz Mata, Víctor M. Aguilera Gómez.

Gracias por su atención.

www.unemi.edu.ec

Economía Matemática

UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO
UNEMI
Evolución Académica

UNIDAD 1
Interés simple y compuesto

TEMA 3:
Introducción y conceptos básicos sobre interés compuesto

Ec. Angel Maridueña, MSc.

SUBTEMAS

- **Subtema 1**: Período de capitalización, tasa de interés y monto compuesto.
- **Subtema 2:** Operacionalización de las tasas de interés y valor actual.

OBJETIVO

Introducir las **bases** para el **cálculo del interés compuesto** como insumo para la instrumentación de las operaciones financieras.

INTRODUCCIÓN

- ✓ En el interés simple el capital original sobre el que se calculan los intereses permanece sin cambios.
- ✓ En el interés compuesto, los intereses que se generan, se suman al capital original y van a generar un nuevo interés adicional en el siguiente lapso.
- ✓ En este caso se dice que el interés se capitaliza y que se está en presencia de una operación de interés compuesto.

Ejemplo 1/2..

Suponga que se depositan $100.000 en una cuenta de ahorros que paga 10% de interés semestral (20% de interés anual). ¿Cuál será el interés ganado al cabo de 6 meses?

$I=Cit$

$I=100.000(0.10)(1)$

$I=10.000$

Ejemplo 2/2..

Suponga que se depositan otros $100.000 en una cuenta de valores que paga 20% de interés convertible trimestralmente.

¿Cuál será el interés ganado al cabo de 6 meses?

$$i\ trimestral = \frac{20\%\ anual}{4\ trimestres} = 5\%$$

1er. Trimestre I=Cit

I= 100.000 (0.05)(1)

I= 5.000

2do. Trimestre= I=(C+I)it

I=(100.000+5.000)(0.05)(1)

I=5.250

I total= 10.250

Punto más relevantes..

- ✓ El capital se incrementa por la adición de los intereses al final de cada periodo.
- ✓ Estos a su vez, se incrementan pues son calculados sobre una base cada vez mayor.
- ✓ La cantidad acumulada al final de la operación se conoce como **monto compuesto**.
- ✓ La **diferencia** entre el monto compuesto y el **capital original** es el **interés compuesto**.

Periodo de capitalización..

- ✓ El interés puede ser convertido en capital anual, semestral, trimestral y mensual, etc.
- ✓ A dicho periodo se le da el nombre de **"período de capitalización"**.
- ✓ Al **número de veces** que el interés se capitaliza durante un año se le denomina **frecuencia de conversión**.

Ejemplo..

¿Cuál es la frecuencia de conversión de un depósito bancario que paga 5% de interés capitalizable trimestralmente?

$$\frac{un\ año}{1\ trimestre} = \frac{12\ meses}{3\ meses} = 4$$

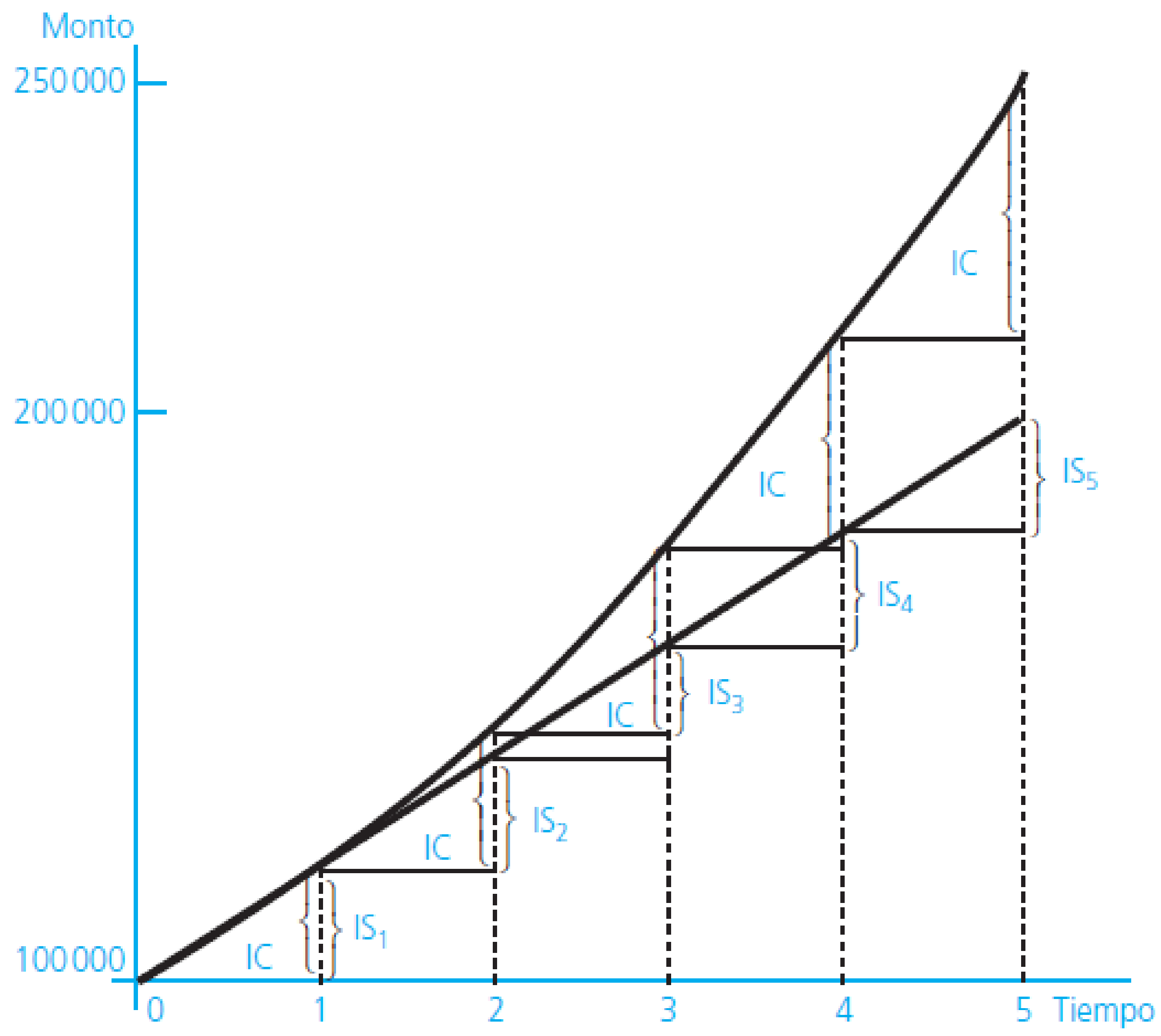
La frecuencia de conversión es igual a 4. El periodo de capitalización es trimestral.

Tasa de interés compuesto..

Por lo general, la tasa de interés se expresa de forma anual. Además, junto con ella se indica, si es necesario, su período de capitalización:

- ✓ 28% anual capitalizable mensualmente
- ✓ 10% anual capitalizable semestralmente
- ✓ 6% anual capitalizable trimestralmente

Diferencias entre interés simple y compuesto..



IC = Interés compuesto
IS = Interés simple

Año	Monto a interés simple $M = C(1 + it)$	Monto a interés compuesto $M = C(1 + i)^n$
0	100 000	100 000
1	120 000	120 000
2	140 000	144 000
3	160 000	172 800
4	180 000	207 360
5	200 000	248 832

Diferencias entre interés simple y compuesto..

El monto a interés simple crece en forma aritmética y su gráfica es una línea recta. Su ecuación es la de una línea recta cuya pendiente o razón de incremento está dada por la tasa de interés.

$$y = a + bx$$

M=C+It; It= (Ci)t; M=C+(Ci)(t)

M=100.000+20.000(t)

Diferencias entre interés simple y compuesto..

Las transacciones que se someten a interés compuesto, hacen que las cantidades crezcan de forma geométrica y su gráfica corresponde a la de una función exponencial.

$$\boldsymbol{M = C(1+i)^n}$$

$$\boldsymbol{M = 100.000(1+0.20)^n}$$

Ejemplo: monto compuesto..

Se depositan $50.000 en un banco a una tasa de interés de 18% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál será el monto acumulado en 2 años?

i=$\frac{Tasa\ de\ interés\ anual}{Frecuencia\ de\ conversión}$

i=$\frac{0.18}{12} = 0.015 = 1.5\%$

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 50.000(1+1.5\%)^{24}$$

M=71.475,14

Tasa nominal, tasa efectiva y tasa equivalente..

Cuando se realiza una operación financiera, se pacta una tasa de interés anual que rige durante el lapso que dure la operación, que se denomina **tasa nominal de interés**.

Tasa nominal, tasa efectiva y tasa equivalente..

Sin embargo, **si el interés se capitaliza** en forma semestral, trimestral o mensual, la cantidad efectivamente pagada o ganada es mayor que si se compone en forma anual. Cuando esto sucede, se puede determinar una **tasa efectiva anual**.

Ejemplo 1/2..

¿Cuál es la **tasa efectiva de interés** que se recibe de un depósito bancario de **$1.000** pactado a **18%** de interés anual convertible mensualmente?

$$M = 1.000(1 + \frac{0.18}{12})^{12}$$

M=1.000$(1 + 0.015)^{12}$

M=1.000(1.195618)

M=1.195,62

$$I = M - C$$

I=1.195,62-1.000

I=195,62

i=$\frac{I}{C}$

i=$\frac{195,62}{1.000} = 0,1956$

La tasa efectiva de interés es de 19.56%.

Ejemplo 2/2..

La relación entre ambas tasas puede verse como sigue:

- ✓ Sea **i** la tasa anual efectiva de interés, **j** la tasa de interés anual nominal y **m** el número de períodos de capitalización al año.
- ✓ Se ha establecido que ambas tasas son equivalentes si producen el **mismo interés** al cabo de un año.

Ejemplo 2/2..

Por lo tanto, $C(1+i)=C(1+\frac{j}{m})^{m}$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación C, tenemos:

$$(1+i)=(1+\frac{j}{m})^{m}$$

$$i=(1+\frac{j}{m})^{m}-1$$

Ejemplo 2/2..

Retomando el ejemplo anterior:

$$i=(1+\frac{j}{m})^{m}-1$$

$$i=(1+\frac{0{,}18}{12})^{12}-1$$

$$i=(1{,}195618)-1$$

$$i=0{,}195618$$

i=19,56%

Valor actual o presente..

Para calcularlo se retorna a la fórmula:

$$M = C(1+i)^{n}$$

En la cual se despeja el capital C:

$$C = \frac{M}{(1+i)^{n}}$$

$$C = M(1+i)^{-n}$$

Generalizando, puede decirse que si se conocen tres de las cuatro variables involucradas: monto (M), capital (C), tiempo (n) y tasa de interés (i), puede calcularse la cuarta.

Tiempo..

Para calcularlo se retorna a la fórmula:

$$M=C(1+i)^n$$

En la cual se despeja $(1+i)^n$ y se tiene:

$$\frac{M}{C}= (1+i)^n$$

Aplicando logaritmos obtenemos:

$$\log(\text{factor})= n*\log(1+i)$$

$$n= \frac{\log(\text{factor})}{\log(1+i)}$$

Tasa de interés..

Para calcularlo se retorna a la fórmula:

$$M=C(1+i)^{n}$$

En la cual se despeja $(1+i)^{n}$ y se tiene:

$$\frac{M}{C}= (1+i)^{n}$$

Elevamos a la 1/n ambos lados de la expresión y tendremos:

$$(\frac{M}{C})^{\frac{1}{n}}= ((1+i)^{n})^{\frac{1}{n}}$$

$$i= (\frac{M}{C})^{\frac{1}{n}}-1$$

Trabajos autónomos

Tarea práctica

BIBLIOGRAFÍA

- Matemáticas financieras, cuarta edición. Alfredo Díaz Mata, Víctor M. Aguilera Gómez.

Gracias por su atención.

www.unemi.edu.ec