

Aufgabenblatt 1 - Aufgabe 1

Oliver Sengpiel
Laura Schüttpelz
Merlinde Claudia Tews

18. Oktober 2014

(a)

$$\frac{1}{n} \prec 1 \prec \log \log n \prec \log n \prec \log n^3 \prec \log n^{\log n} \prec n \log n$$

und $n \log n \prec n^{0.01} \prec \sqrt{n} \prec n^8 \prec 2^n \prec 8^n \prec n^n \prec n!$

Beiweise:

Zunächst gilt es zu beweisen, dass

$$\frac{1}{n} \in o(1) \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{n}\right)}{1} = 0$$

gilt. Der Beweis ist trivial, denn es ist

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{n}\right)}{1} \\ \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \quad \square$$

und daraus folgt, dass $\frac{1}{n} \prec 1$ gilt.

Analog dazu sind die folgenden Beweise.

$1 \prec \log \log n$:

$$\frac{1}{\log \log n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 \Rightarrow 1 \prec \log \log n \quad \square$$

$\log \log n \prec \log n$:

$\log n \prec \log n^3$:

$\log n \in \mathcal{O}$ gilt genau dann, wenn $0 < \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n}{\log n^3} < \infty$ gilt. Für den Grenzwert von $\frac{\log n}{\log n^3}$ für $n \rightarrow \infty$ gilt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n}{\log n^3} = \frac{\log n}{3 \cdot \log n} = \frac{1}{3}$$

woraus folgt, dass die Behauptung wahr ist.