Aufgabenblatt 1 - Aufgabe 1

18. Oktober 2014

(a)

$$\begin{aligned}&\frac{1}{n} \prec 1 \prec \log\log n \prec \log n \asymp \log n^3 \prec \log n^{\log n} \prec n \log n\\ &\text{und} \quad n\log n \prec n^{0.01} \prec \sqrt{n} \prec n^8 \prec 2^n \prec 8^n \prec n^n \prec n!\end{aligned}$$

<u>Beweise:</u>
Zunächst gilt es zu beweisen, dass

$$\frac{1}{n} \in o(1) \Leftrightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{\left(\frac{1}{n}\right)}{1} = 0$$

gilt. Der Beweis ist trivial, denn es ist

$$\begin{aligned}&\lim_{n\to\infty} \frac{\left(\frac{1}{n}\right)}{1}\\ \Leftrightarrow &\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0 \qquad \square\end{aligned}$$

und daraus folgt, dass $\frac{1}{n} \prec 1$ gilt.
Analog dazu sind die folgenden Beweise.

<u>$1 \prec \log\log n$:</u>

$$\frac{1}{\log\log n} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0 \Rightarrow 1 \prec \log\log n \qquad \square$$

<u>$\log\log n \prec \log n$:</u> Hier muss noch ein Beweis rein.

<u>$\log n \asymp \log n^3$:</u>
$\log n \in \mathcal{O}(\log n^3)$ gilt genau dann, wenn $0 < \lim_{n\to\infty} \frac{\log n}{\log n^3} < \infty$ gilt. Für den Grenzwert von $\frac{\log n}{\log n^3}$ für $n \to \infty$ gilt:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\log n}{\log n^3} = \frac{\log n}{3 \cdot \log n} = \frac{1}{3}$$

woraus folgt, dass die Behauptung wahr ist.

(b) (i) blub

(ii)

Behauptung:$f \in O(g) \Rightarrow g \in \omega(f)$

$$\Leftrightarrow lim_{n\to\infty} sup \frac{f(n)}{g(n)} < \infty \Rightarrow lim_{n\to\infty} inf \frac{f(n)}{g(n)} \Leftrightarrow g \in o(f)$$

$$\Leftrightarrow lim_{n\to\infty} sup \frac{f(n)}{g(n)} < \infty \Rightarrow lim_{n\to\infty} sup \frac{f(n)}{g(n)} = 0$$

$$\Leftrightarrow lim_{n\to\infty} sup \frac{f(n)}{g(n)} = 0 < \infty$$

(iii) blubblubb