

Aufgabenblatt 1 - Aufgabe 3

21. Oktober 2014

(a)

- (b) Man berechne X^n , indem man erst X^2 berechne, dies mit sich selbst multipliziere ($\hat{=} X^4$), dies wiederum mit sich selbst multipliziere ($\hat{=} X^8$)...

Damit benötigt man zB für X^{64} nur 6 Multiplikationen, dies entspricht einem Aufwand von $O(\log_2(n))$.

- (c) Um F_n mit dem Matrizen-Verfahren zu berechnen benötigt man $(n-1) \cdot (8 \text{ Multiplikationen und } 4 \text{ Additionen})$ um $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^n$ zu berechnen, sowie 4 Multiplikationen und 2 Additionen, um das Ergebnis mit $\begin{pmatrix} F_0 \\ F_1 \end{pmatrix}$ zu verrechnen.

Dies ergibt eine benötigte Zeit von

$$\begin{aligned} & O((n-1) \cdot (8 \cdot 64^{1.59} + 4 \cdot 64) + 4 \cdot 64^{1.59} + 2 \cdot 64) \\ &= O((n - \frac{1}{2}) \cdot 8 \cdot 64^{1.59} + (n - \frac{1}{2}) \cdot 4 \cdot 64) \\ &= O((8n - 4) \cdot (64^{1.59+32})) \end{aligned}$$

Dies ist immer noch linearer Aufwand, und damit asymptotisch echt schneller als $O(n^2)$