МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені ІВАНА ФРАНКА

Кафедра програмування

Практичне завдання № 2

ДИСКРЕТНИЙ КАНАЛ ПЕРЕДАВАННЯ ІНФОРМАЦІЇ

з курсу "Теорія інформації"

Виконала:
студент групи ПМІ-41
Шипка Олена

Варіант **7**

Оцінка

Прийняв:
доц. Рикалюк Р.Є.
ас. Жировецький В.В.

Львів 2020

Завдання 2.1. Для трійкового стаціонарного каналу без пам'яті та без витирання ймовірності $p(x_i, y_k)$ сумісного виникнення символу x_i на вході каналу та символу y_k – на його виході наступні:

$$P(X,Y) = \begin{pmatrix} 0.2175 & 0.0225 & 0.01 \\ 0.016 & 0.348 & 0.036 \\ 0.0315 & 0.014 & 0.3045 \end{pmatrix}$$

Знайти середню кількість $I(Y;\ X)$ інформації, що переноситься одним символом, швидкість V передачі інформації через канал та пропускну здатність C каналу. Значення швидкості $v_0 = \frac{1}{\tau} = 1200$

Обчислюватимемо середню кількість інформації за формулою

$$I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$$

Проведемо згортку по i для того, щоб знайти $p(y)$,

$$p(y_1) = 0{,}2175 + 0{,}016 + 0{,}0315 = 0{,}265$$

$$p(y_2) = 0{,}0225 + 0{,}348 + 0{,}014 = 0{,}3845$$

$$p(y_3) = 0{,}01 + 0{,}036 + 0{,}3045 = 0{,}3505$$

та по j, щоб знайти $p(x)$.

$$p(x_1) = 0{,}2175 + 0{,}016 + 0{,}0315 = 0{,}265$$

$$p(x_2) = 0{,}016 + 0{,}348 + 0{,}036 = 0{,}4$$

$$p(x_3) = 0{,}0315 + 0{,}014 + 0{,}3045 = 0{,}35$$

Та обчислимо $H(X)$ $H(Y)$ та $H(X,Y)$.

$$H(Y) = -(0{,}265 log2(0{,}265) + 0{,}3845 log2(0{,}3845) + 0{,}3505 log2(0{,}3505)) \\ = -(-0{,}50772 + -0{,}5302 + -0{,}53013) = 1{,}56806$$

$$H(X) = -(0{,}25 log2(0{,}25) + 0{,}4 log2(0{,}4) + 0{,}35 log2(0{,}35)) \\ = -(-0{,}5 + -0{,}52877 + -0{,}5301) = 1{,}55887$$

$$H(X,Y) = 0{,}2175 Log2(0{,}2175) + 0{,}0225 Log2(0{,}0225) + 0{,}01 Log2(0{,}01) \\ + 0{,}016 Log2(0{,}016) + 0{,}348 Log2(0{,}348) + 0{,}036 Log2(0{,}036) \\ + 0{,}0315 Log2(0{,}0315) + 0{,}014 Log2(0{,}014) + 0{,}3045 Log2(0{,}3045) \\ = 0{,}47869 + 0{,}12316 + 0{,}06643 + 0{,}09545 + 0{,}52994 + 0{,}17265 \\ + 0{,}15713 + 0{,}08621 + 0{,}52236 = 2{,}23207$$

$$I(X;Y) = 1{,}55887 + 1{,}56806 - 2{,}23207 = 0{,}89486$$

Швидкість передачі інформації визначаємо за формулою $V = v_0 * I(X;Y)$

$$V = v_0 * 1200 * 0{,}89486 = 1073{,}83328$$

Побудуємо матрицю $P(Y|X)$

$$P(Y|X) = \begin{pmatrix} \frac{0.2175}{0.25} & \frac{0.0225}{0.25} & \frac{0.01}{0.25} \\ \frac{0.016}{0.4} & \frac{0.348}{0.4} & \frac{0.036}{0.4} \\ \frac{0.0315}{0.35} & \frac{0.014}{0.35} & \frac{0.3045}{0.35} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.87 & 0.09 & 0.04 \\ 0.04 & 0.87 & 0.09 \\ 0.09 & 0.04 & 0.87 \end{pmatrix}$$

З цієї матриці можна зробити висновок, що джерело є симетричне. Тому для обчислення пропускної здатності скористаємося формулою

$$C = v_0(H_{max} + \sum_{j=1}^{k} p(y_j|x_1) log2(y_j|x_1))$$

$$C = 1200 * (1{,}58496 + 0{,}04 log2\ 0{,}04 + 0{,}87 log2\ 0{,}87 + 0{,}09 log2\ 0{,}09) = 1200 * (1{,}58496250072116 + -0{,}185754247590989 + -0{,}174794043715617 + -0{,}312653806949917\ ) = 1094{,}112$$

$I(X;Y)$	V	C
0,89486	1073,83328	1094,112

Завдання 2.2. Розрахувати пропускну здатність C двійкового стаціонарного симетричного за входом каналу без пам’яті із витиранням. Необхідні для розрахунку параметри (ймовірності правильного приймання двійкового символу – p, ймовірності помилки при передачі символу через канал – q та ймовірність витирання символу – p_b, а також швидкість передачі символів через канал – $v_0 = \frac{1}{\tau}$)

p	q	p_b	v_0
0,83	0,01	0,16	2400

Скористаємося наступною формулою:

$$C = v_0\ (plog2p + qlog2q + (1 - p_b) * (1 - log2(1 - p_b)) = 2400 * (0{,}83 log2 0{,}83 + 0{,}01 log2 0{,}01 + (1 - 0{,}16) * log2(1 - 0{,}16) = 2400 * (-0{,}22312 + -0{,}06644 + 1{,}05129) = 1828{,}167$$

Завдання 2.3. Знайти чисельним методом пропускну здатність двійкового стаціонарного несиметричного каналу без пам’яті та без витирання з матрицею перехідних ймовірностей

$$P(Y \mid X) = \begin{pmatrix} 0{,}81 & 0{,}19 \\ 0{,}05 & 0{,}95 \end{pmatrix}$$

Середня тривалість кожного символу на виході джерела становить $\tau \; = 10^{-3}$ сек.

Для двійкового стаціонарного несиметричного каналу без пам'яті та без витирання справджуються наступні формули

$p(y_2) = 1 - \; p(y_1), p(x_2) = 1 - \; p(x_1)$, та $p(y) = p(x)p(y_1|x_1) - (1 - p(x))p(y_1|x_2)$

Таким чином $p(y)$ можна виразити як $p(y) = 0.76p(x) + 0.05$

Для розрахунку пропускної здатності скористаємось наступною формулою

$$C = \frac{1}{\tau}\max\big(H(Y) - H(Y|X)\big)$$
$$= \frac{1}{\tau}\max\left(\sum(p(y)log2\big(p(y)\big) + \sum\sum p(x)p(y|x)log2(p(y|x))\right)$$

Скориставшись програмою для перебору значень $p(x)$ підберемо таке значення при якому різниця $H(Y) - H(Y|X)$ набуватиме максимального значення. Результат набуде наступного вигляду

$$\begin{aligned} C = 1000\;(& -(\,(\,0.76\, * \,0{,}469 + 0.05)log2(\,0.76\, * \,0{,}469 + 0.05\,) \\ & + (1 - 0.76 * 0{,}469 + 0.05)log2\big(1 - (0.76\, * \,0{,}469 + 0.05\,)\big) \\ & - 0{,}469(0{,}81log2(0{,}81) + 0{,}19log2(0{,}19)) \\ & + (1\, - \,0{,}469)(0{,}05log2(0{,}05) + 0{,}95log2(0{,}95)) \\ & = \,1000(-(\,0{,}4064log2(0{,}4064) + (1\, - \,0{,}4064)log2(1 - 0{,}4064) \\ & - \,0{,}469 * -0{,}7015\, + \,(1\, - \,0{,}469)\, * \,-0{,}2864) \\ & = \,1000\, * \,(0{,}9746\, - \,0{,}4811) = 1000\, * \,0{,}4935 = \,493{,}52642 \end{aligned}$$