Resumo Prova 2 Estatística

Guilherme Christopher Michaelsen Cardoso

20 de junho de 2017

Resumo

Probabilidade. Variáveis aleatórias discretas. Variáveis aleatórias contínuas. Distribuições amostrais e estimação de parâmetros.

1 Probabilidade

Iniciamos o estudo dos processos que envolvem variabilidade, aleatoriedade ou incerteza, construindo modelos matemáticos para facilitar a análise. Esses modelos normalmente são construídos à partir de suposições sobre o processo, mas também podem se basear em dados observados no passado.

Pessoas costumam tomar decisões em função dos fatos que têm maior probabilidade de ocorrer, como por exemplo:

- Se o céu está nublado, então há chance considerável de chover.
- Se um inspetor de qualidade está observando as peças produzidas por uma máquina, e verifica que elas estão saindo fora do padrão, então é provável que a máquina continue produzindo peças fora do padrão.
- Se em uma determinada família há recorrência de problemas cardíacos, existe chance maior de pessoas daquela família serem afetadas, portanto, exames preventivos devem ser feitos com frequência.

Outro aspecto é a incerteza inerente às decisões que podem ser tomadas sobre determinado problema. Nos exemplos anteriores, mesmo que o céu esteja nublado, existe a chance de não chover. A máquina pode estar funcionando bem, e as peças fora do padrão podem ter sido produzidas por eventos casuais, etc.

A possibilidade de quantificar a incerteza associada a cada fato permite tomar decisões mais eficientes. A teoria do cálculo de probabilidades permite obter uma quantificação da incerteza associada a um ou mais fatos.

Os modelos *probabilísticos* são aplicados em situações que envolvem algum tipo de *incerteza* ou *variabilidade*, por exemplo, na presença de algum experimento aleatório.

São exemplos de experimentos aleatórios:

- Lançamento de um dado honesto (não viciado) e observação da face voltada para cima.
- Observação dos diâmetros, em mm, dos eixos produzidos em uma metalúrgica
- Número de mensagens transmitidas corretamente por dia em uma rede de computadores.

Nos casos em que os possíveis resultados de um experimento aleatório podem ser listados, um **modelo probabilístico** pode ser entendido como a listagem desses resultados, acompanhados de suas respectivas probabilidades.

1.1 Espaço amostral e eventos

- O conjunto de *todos* os possíveis resultados do experimento é chamado de espaço amostral e é denotado pela letra grega Ω.

Exemplos de experimentos aleatórios e seus espaços amostrais:

1. Lançamento de um dado e observação da face voltada para cima: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

2. Sacada de carta num baralho comum (52 cartas) e observação do naipe: $\Omega = \{copas, espadas, ouros, paus\}$
3. Número de mensagens transmitidas corretamente por dia em uma rede de computadores: $\Omega = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
4. Observação do diâmetro, em mm, de um eixo produzido em uma metalúrgica: $\Omega = \{d, \text{ tal que } d > 0\}$

O espaço amostral pode ser:

- Finito, formado por um número limitado de resultados possíveis (casos 1 e 2)
- Infinito enumerável, formado por um número infinito de resultados os quais podem ser listados (caso 3)
- Infinito, formado por intervalos de números reais (caso 4).

Um espaço amostral é dito **discreto** quando for finito ou infinito enumerável e contínuo quando é formado por intervalos de números reais.

Chamamos de **evento** qualquer subconjunto do espaço amostral. A é um evento $\iff A \subseteq \Omega$

Exemplo: seja o esperimento do lançamento de um dado, com $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
São exemplos de eventos:

- A = número par do dado = {2,4,6}
- B = número maior que 2 do dado = {3,4,5,6}
- C = número 6 = {6}

Como um evento é um subconjunto do espaço amostral, então todos os conceitos de teoria de conjuntos podem ser aplicados a eventos. (união, intersecção, complementar).

Dois eventos são ditos **mutualmente exclusivos** se, e somente se, eles não puderem ocorrer, isto é, se $A \cap B = \emptyset$.

1.2 Definições de probabilidade

1.2.1 Definição clássica de probabilidade

Se um experimento aleatório tem n resultados *igualmente* prováveis e n_A desses resultados pertencem a certo evento A, então a probabilidade de ocorrência do evento A será:

$$P(A) = \frac{n_A}{n}$$

1.2.2 Definição experimental de probabilidade

Seja um experimento aleatório com espaço amostral Ω e um evento A de interesse. Suponha que o experimento seja repetido n vezes e o evento A ocorreu n(a) vezes. A frequência relativa do evento A é dada por:

$$f(a) = \frac{n(A)}{n}$$

À medida que o experimento é repetido mais vezes, sob as mesmas condições, a frequência relativa do evento A tenderá a ficar cada vez mais próxima da probabilidade de ocorrência do evento A. Mais especificamente:

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} f(a) = \lim_{n \to \infty} \frac{n(A)}{n}$$