Pregunta 1 (2,5 puntos)

1. Defina aplicación inyectiva, aplicación sobreyectiva, y aplicación biyectiva.
2. Sean $f\colon A \to B$, $g\colon B \to C$ y $h\colon C \to D$ tres aplicaciones tales que $g \circ f$ y $h \circ g$ son aplicaciones biyectivas.

   i) Demuestre que f y g son inyectivas.

   ii) Demuestre que f es biyectiva.

Pregunta 2 (2,5 puntos)

1. Dados un conjunto parcialmente ordenado $(U, \preceq)$ y un subconjunto D de U, razone si todo elemento maximal de D es un elemento máximo de D e inversamente si un máximo de D es un elemento maximal de D.
2. Se considera en $\mathbb{R}^2$ el orden producto $\leqslant_P$ dado por:

   $$(a, b) \leqslant_P (c, d) \quad \text{si y sólo si} \quad a \leqslant c \;\; \text{y} \;\; b \leqslant d$$

   Sea D el conjunto de puntos del triángulo de vértices $A(5, 0)$, $B(0, 1)$ y $C(3, 2)$, incluidos los puntos interiores del triángulo y las aristas. Determine el conjunto de cotas superiores, supremo, máximo y maximales de D.

Pregunta 3 (2,5 puntos)

Demuestre por inducción que

$$1(n-1) + 2(n-2) + 3(n-3) + \cdots + (n-1)1 = \frac{1}{6}(n-1)n(n+1)$$

para todo $n \geqslant 1$.

Pregunta 4 (2,5 puntos)

Sean z_1 y z_1 dos números complejos no nulos tales $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$.

1. Demuestre que $z_1\overline{z_2}$ es un número real tal que $z_1\overline{z_2} \geqslant 0$
2. Deduzca que existe $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha \geqslant 0$, tal que $z_1 = \alpha z_2$.