

No se permite el uso de ningún tipo de material

Todas las respuestas deben estar justificadas

**Ejercicio 1.** (2 puntos) Calcular

$$\lim_n \frac{n}{\sqrt[n]{n!}}.$$

**Ejercicio 2.** (2 puntos) Sea  $A \subset \mathbb{R}$  un conjunto abierto, no necesariamente un intervalo, y sea  $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  un conjunto finito de puntos. Demostrar que

$$A - \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

es un conjunto abierto.

**Ejercicio 3.** (2 puntos) Para cada  $b > 0$  encontrar razonadamente el número de soluciones reales de la ecuación

$$e^x = bx.$$

**Ejercicio 4.** (2 puntos) Calcular las ecuaciones de todas las asíntotas de la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{2xe^x}{e^x - 1}.$$

**Ejercicio 5.** (2 puntos) Estudiar la convergencia de la serie dada por

$$1 + \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} + \dots$$

Tiempo: 2 horas