

## Examen de Matemática Discreta

**NOTA IMPORTANTE:** El espacio máximo para escribir las respuestas es de dos folios por las dos caras. Si se envían más de dos folios, solamente se leerán los dos primeros.

---

### Problema 1

- a) Demostrar que si  $p \geq q \geq 5$ ,  $p$  y  $q$  primos, entonces  $12 \mid (p^2 - q^2)$ . (2 puntos)
- b) Estudiar si 713 es primo, utilizando la criba de Eratóstene. (1 punto)

### Problema 2

- Sean  $G$  un grafo no multígrafo, dígrafo ni pseudografo con  $v$  vértices  $v \geq 2$ . Demuestre las siguientes propiedades:
- a) Hay al menos dos vértices con el mismo grado. (2 puntos)
  - b) Si  $G$  es conexo y plano, hay al menos un vértice con grado menor o igual a 5. (2 puntos)

### Problema 3

Demostrar que para  $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$  y  $k \leq m$  se tiene la siguiente igualdad

$$\binom{m+1}{k+1} = \binom{m}{k} + \binom{m}{k+1} + \dots + \binom{m}{m}.$$

( 3 puntos)