



HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS PARA MATEMÁTICAS

Trabajos prácticos curso 2021-22

PRESENTACIÓN

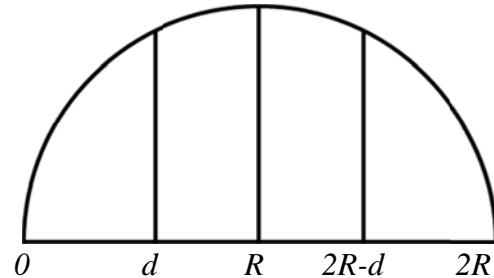
A continuación se enuncian los dos trabajos prácticos, el primero con un peso del 40% y el segundo con un peso del 60% en las pruebas de evaluación continua de la asignatura. Recuerde que son obligatorios y que con ellos podrá conseguir hasta el 50% de la calificación final. También le recordamos que los trabajos no finalizan con el planteamiento y la resolución del problema en el correspondiente entorno Scilab y/o Maxima, sino que necesita documentarlos para que el equipo docente y los tutores los puedan evaluar.

Aspectos a tener en cuenta:

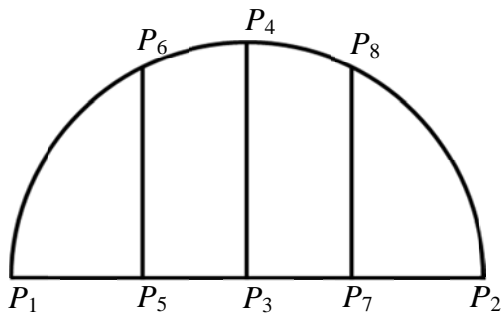
- 1) Los trabajos constituyen una actividad individual dentro de la asignatura, no se admitirán trabajos en grupo y por tanto se penalizará cualquier uso compartido de las resoluciones propuestas y de los códigos programados.
- 2) Los trabajos se entregarán a través del curso virtual en los siguientes plazos improrrogables: primer trabajo antes o durante el 10 de diciembre de 2021, segundo trabajo antes o durante el 10 de enero de 2022.
- 3) La entrega se hará en un acto único para cada trabajo, con independencia del orden, pero no se admitirán cambios sobre la entrega original. Cada entrega incluirá un documento en formato *pdf* y los correspondientes códigos ejecutables, en Scilab y Maxima, comprimidos en formato *zip* o *rar*. Se recomienda emplear el nombre "*Tx_Apellidoynombredelestudiante*", donde x representa el número (1 ó 2) del trabajo, y donde los apellidos y nombre del estudiante deben aparecer en ese orden sin acentos y sin caracteres especiales. Por ejemplo, el estudiante Ángel Muñoz Gómez debería entregar el archivo *T1_munozgomezangel.zip* o *T1_munozgomezangel.rar* para el primer trabajo.
- 4) El documento *pdf* de cada trabajo debe tener información suficiente para que el tutor y el equipo docente puedan evaluar todos y cada uno de los apartados del trabajo.
- 5) Todos los archivos de Scilab y de Maxima que se entreguen deben estar debidamente identificados en el documento *pdf* y tienen que poder ser ejecutados por el tutor o el equipo docente en el correspondiente entorno. Para facilitar esta tarea se recomienda utilizar nombres cortos en los archivos y representativos del apartado concreto del trabajo que resuelven.
- 6) El estudiante aportará soluciones a los trabajos en el entorno que se le solicite (Scilab y/o Maxima), y cuando no lo haga justificará el por qué no ha sido posible.
- 7) El estudiante que entregue los dos trabajos antes del 10 de diciembre podrá optar a matrícula de honor.

Trabajo 1. Donde, al menos en el apartado 1.1, estará obligado a emplear las dos herramientas, Scilab y Maxima, con el objetivo de mostrar conocimiento de ambas y de aprovechar su complementariedad.

1.1) (2.5 puntos) Una cristalería desea cubrir una ventana semicircular de gran tamaño, como muestra la figura, con cuatro cristales. Con la particularidad, exigida por el cliente, de que todos los cristales deben cubrir la misma área. Suponiendo que la cristalería ya dispone de un cristal semicircular del radio R adecuado, determine y justifique, con la ayuda de Scilab y de Maxima, un valor aproximado para la razón $\frac{d}{R}$, a partir de la cual queden perfectamente definidos los cortes verticales. **Observación:** No pretenda obtener esa razón utilizando métodos iterativos, más propios de la segunda parte de la asignatura, límitese a proponer una solución aproximada y a justificarla gráficamente.

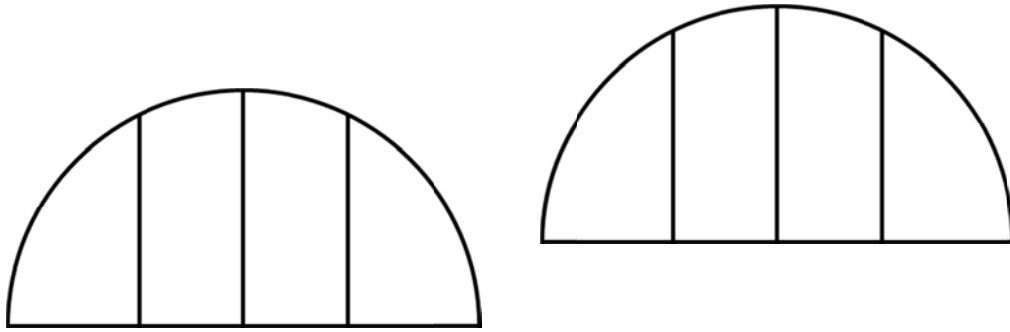


1.2) (1.5 puntos) La estructura metálica necesaria para montar una ventana de esas características constará (de acuerdo con la numeración asignada en esta segunda figura) de cuatro perfiles rectos ($\overline{P_1P_2}$, $\overline{P_3P_4}$, $\overline{P_5P_6}$, $\overline{P_7P_8}$) y de un perfil curvo ($\overline{P_1P_2}$) con forma de semicircunferencia de radio R . Proponga un código en Scilab o en Maxima capaz de determinar las longitudes de cada uno de los perfiles, la longitud total de la estructura metálica y las coordenadas (x_i, y_i) de sus ocho puntos característicos. **Observaciones:** Si no ha sido capaz de resolver el apartado (1.1) puede realizar este segundo apartado suponiendo que $d=0.5 R$.



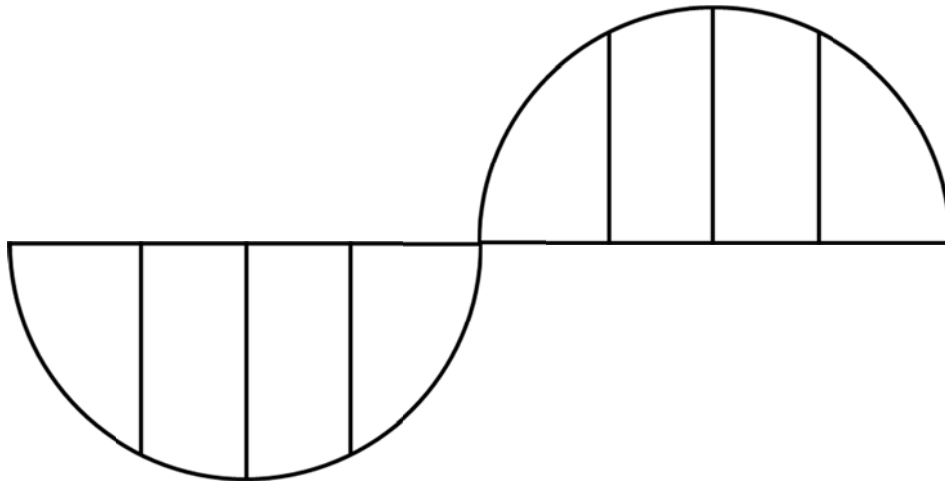
1.3) (1.5 puntos) Amplíe el código del apartado anterior para, independientemente de que los puntos P_5 , P_6 , P_7 y P_8 cumplan la condición de áreas impuesta en el apartado (1.1), obtener una representación gráfica de la estructura metálica en el plano para el caso particular de $R=1$.

1.4) (1.5 puntos) Incorpore la operación básica de traslación para hacer una representación de la estructura metálica en cualquier otra posición del plano. Como resultado de la traslación, las coordenadas del punto P_1 dejan de ser $(0,0)$ y pueden tomar cualquier valor. El resto de puntos se mantendrán solidarios en dicha traslación, por lo que todas las distancias entre dos puntos cualesquiera de la estructura seguirán siendo las mismas, y por ejemplo, los puntos P_1 , P_5 , P_3 , P_7 y P_2 seguirán estando alineados. Aproveche esta operación para presentar una composición formada por dos ventanas del mismo tamaño sin solapamiento. **Observación:** La composición adjunta le puede servir de ejemplo de traslación, pero tenga en cuenta que ninguna de las dos ventanas cumple la condición del apartado (1.1), y que la composición generada por su código debería ser distinta.



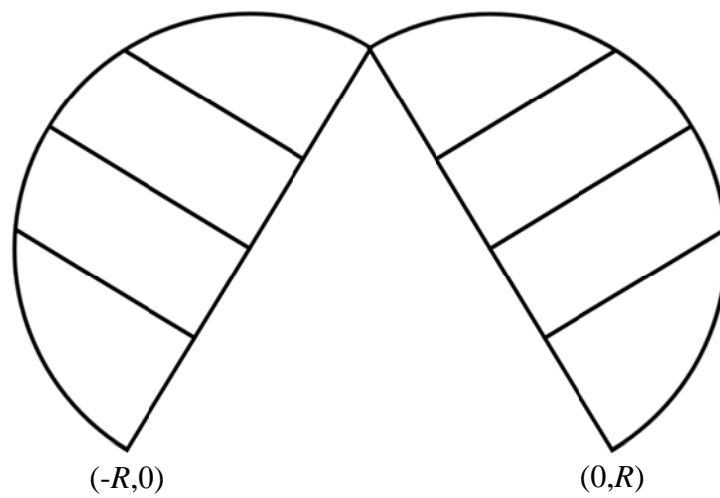
Composición de ejemplo para el apartado 1.4.

1.5) (2 puntos) Incorpore la operación básica de rotación (con sentido anti-horario si el ángulo es positivo y con sentido horario si el ángulo es negativo) para hacer una representación rotada (sin deformación) de la estructura metálica, donde las coordenadas $(0,0)$ del punto P_1 no se alteren. Aproveche esta operación para presentar una composición formada por dos ventanas del mismo tamaño sin solapamiento y rotadas. **Observación:** La composición adjunta le puede servir de ejemplo de rotación, pero tenga en cuenta que la composición generada por su código debería ser distinta.



Composición de ejemplo para el apartado 1.5.

1.6) (1 punto) Suponga que en la correspondiente herramienta Scilab o Maxima dispusiera de funciones para determinar los puntos característicos de la estructura metálica, para la traslación, para la rotación y para la representación, similares a las que se han comentado en los apartados anteriores. Indique qué argumentos de entrada y qué variables de salida deberían tener cada una de ellas, y justifique cómo las encadenaría en su código para componer la estructura metálica adjunta. **Observación:** En este apartado no está obligado a incluir código ejecutable, basta con las justificaciones. Pero si en los apartados anteriores ha optado por programar parte del código mediante funciones, ahora es el momento de comprobar que esas funciones están bien programadas.



Composición, con dos ventanas semicirculares de radio R , objetivo para el apartado 1.6.

Trabajo 2.

La espirometría es una prueba médica esencial en el diagnóstico y el seguimiento de enfermedades respiratorias. Consiste en medir el volumen de aire que los pulmones pueden contener en función del tiempo. En la figura 2.1 se muestra un posible registro del volumen pulmonar durante una espirometría. En los primeros segundos, la persona está respirando normalmente, **fase de respiración normal**, el volumen pulmonar varía entre un mínimo y un máximo de forma regular (periódica). A continuación, **fase de espiración**, se solicita a la persona que expulse todo el aire que pueda para vaciar sus pulmones, por lo que el volumen pulmonar alcanza el menor valor posible. Llegado ese punto se solicita a la persona que inhale todo el aire que pueda para llenar sus pulmones, **fase de inspiración**, por lo que el volumen pulmonar alcanza el mayor valor posible. En ambas maniobras, de espiración o de inspiración continua, la persona puede emplear todo el tiempo (en segundos) que necesite, pues los objetivos importantes son, respectivamente, vaciar y llenar los pulmones de aire. Mientras que en la última fase, **fase de espiración forzada**, se le solicita a la persona que expulse la mayor cantidad de aire de sus pulmones en un segundo.

En la figura 2.1 se han marcado con t_{e1} , t_i y t_{e2} los instantes de tiempo que delimitan las cuatro fases. Y se han acotado las medidas más importantes de esta prueba respiratoria, que son las siguientes:

TV (volumen tidal) es el volumen de aire movilizado (inhalaado o exhalado) en cada respiración normal, se obtiene como la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo durante la respiración normal.

RV (volumen residual) es el volumen de aire que permanece en los pulmones después de una espiración profunda.

FRC (capacidad residual funcional) es el volumen de aire que permanece en los pulmones durante una respiración normal.

FVC (capacidad vital forzada) es el volumen de aire movilizado (inhalaado o exhalado) en una inspiración o espiración profunda.

FEV1 es el volumen de aire exhalado durante el primer segundo de una espiración forzada.

El registro de la figura 2.1 no corresponde a una espirometría real, sino a la generada por un modelo matemático. Concretamente se ha utilizado una función no lineal a tramos, $\text{volumen_pulmonar}(t, t_{e1}, t_i, t_{e2}, RV, TV, FRC, FVC, TR, TI, TE, TEF)$, programada en **Scilab** con el código adjunto. Donde la variable independiente es el tiempo (t), y el resto de variables, que actúan como parámetros, permiten particularizar la espirometría.

```
function y=f(t, T)
    y=0.5*(1+cos(2*pi*t/T));
endfunction

function y=g(t, T)
    y=0.001/(0.001+0.999*exp(-15*t/T));
endfunction

function V=volumen_pulmonar(t, te1, ti, te2, RV, TV, FRC, FVC, TR, TI, TE, TEF)
    if t<=te1 then
        V=FRC+TV*f(t-te1,TR);
    elseif t<=ti
        V=FRC+TV+(RV-FRC-TV)*g(t-te1,TE)
    elseif t<=te2
        V=RV+FVC*g(t-ti,TI);
    else
        V=RV+FVC-FVC*g(t-te2,TEF);
    end
endfunction
```

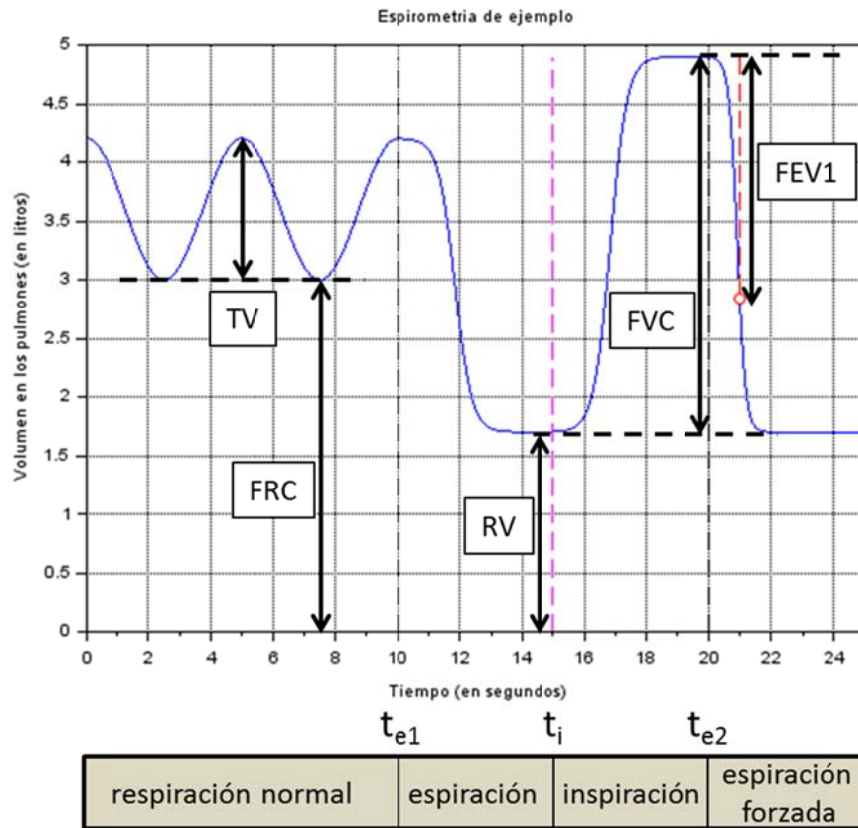


Figura 2.1 Posible registro del volumen pulmonar durante una espirometría.

2.1) (2 puntos) Observe que el modelo matemático hace uso de dos funciones básicas, una senoide y una sigmoide, acotadas entre 0 y 1, descritas respectivamente por las expresiones:

$$f(t, T) = 0.5 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \right)$$

$$g(t, T) = \frac{0.001}{\left(0.001 + 0.999 e^{-\frac{15}{T} t} \right)}$$

El parámetro T en la senoide representa su periodo. Mientras que en la sigmoide, el parámetro T representa el tiempo necesario para pasar de un valor pequeño (0.001) a un valor muy próximo a la unidad. Aporte, justifique y documente un código en **Maxima** capaz de comprobar, analítica y/o gráficamente, las características comentadas de estas dos funciones básicas; valor máximo, valor mínimo, significado del parámetro T y forma.

2.2) (2 puntos) En el ejemplo de la figura 2.1 se han utilizado los siguientes parámetros: $t_{e1}=10$ segundos, $t_i=15$ segundos, $t_{e2}=20$ segundos, $RV=1.7$ litros, $TV=1.2$ litros, $FRC=3$ litros, $FVC=3.2$ litros, $TR=5$ segundos, $TI=4$ segundos, $TE=4$ segundos y $TEF=2$ segundos. Programe una función *volumen_pulmonar* en **Maxima** con carácter genérico, similar a la programada en Scilab, y utilícela para generar la espirometría del ejemplo. Así como para determinar el valor de *FEV1*.

2.3) (3 puntos) El archivo *espirometrias_T2.txt*, que acompaña a este enunciado, contiene los registros de cinco espirometrías. En la tabla 2.1 puede ver las diez primeras filas de este archivo. La primera columna representa el vector de tiempo, el mismo para todas las espirometrías, y las cinco columnas restantes contienen los valores del volumen pulmonar registrados en cada una de las cinco espirometrías, en los correspondientes instantes de tiempo. Además se sabe que todos los registros tienen la misma duración (25 segundos), con muestras cada 0.5 segundos, y que las cinco personas iniciaron las respectivas fases en los mismos instantes de tiempo $te1$, ti y $te2$ (10, 15 y 20 segundos, respectivamente).

0.0	4.41	6.51	2.22	3.18	7.34
0.5	4.16	6.46	2.31	3.01	7.18
1.0	3.96	5.91	2.03	2.77	6.6
1.5	3.45	5.19	1.89	2.54	6.12
2.0	3.03	4.65	1.59	2.19	5.55
2.5	2.9	4.43	1.62	2.03	5.26
3.0	3.0	4.59	1.63	2.17	5.58
3.5	3.38	5.2	1.72	2.51	5.96
4.0	3.78	5.88	1.99	2.85	6.72
4.5	4.3	6.4	2.32	2.93	7.2

Tabla 2.1 Diez primeras filas del archivo *espirometrias_T2.txt*.

Proponga un código en **Scilab** capaz de estimar, de forma aproximada y lo más simple posible, las medidas fundamentales (RV , TV , FRC , FVC y TR) de cada una de las cinco espirometrías. El procedimiento a emplear debe servir para todas ellas, por lo que debería programar una función con una estructura similar al código adjunto (que está incompleto). Donde vt es el vector de tiempos, V el vector con los valores del volumen pulmonar, $te1$, ti , y $te2$ los instantes que delimitan las cuatro fases (véase figura 2.1).

```
function [RV, TV, FRC, FVC, FEV1]=medidas_espirometria(vt, V, te1, ti, te2)
// Selecciona fase respiración normal para estimar FRC y TV
COMPLETAR

// Selecciona fase espiración para estimar RV
COMPLETAR

// Selecciona fase inspiración para, conocido RV, estimar FVC
COMPLETAR

// Selecciona fase espiración forzada para, conocidos RV y FVC, estimar FEV1
COMPLETAR
endfunction
```

Utilice el código para completar los huecos de la tabla 2.2. En la que aparecen ya recogidas unas estimaciones a partir del primer registro. Sus resultados tendrán que venir acompañados de una representación, en la misma gráfica, de los cinco registros empleados en estas estimaciones. Así podrá valorar, a simple ojeada, las diferencias entre las cinco espirometrías, y si estas diferencias están bien recogidas por sus estimaciones.

Espirometría	RV	TV	FRC	FVC	$FEV1$
1	1.74	1.51	2.9	3.62	2.81
2					
3					
4					
5					

Tabla 2.2 Tabla a rellenar con las medidas estimadas a partir del archivo *espirometrias_T2.txt*. Las cinco estimaciones para la espirometría 1 se muestran a título informativo, las puede emplear para depurar su función. Pero en caso de discrepancia (aunque sea por decimales), debería sustituirlas por las obtenidas con su función.

2.4) (3 puntos) El diagnóstico de patologías respiratorias se suele hacer comparando las medidas de una espirometría con los valores esperados (valores de referencia) para una persona sana con las mismas características antropomórficas (edad, altura, sexo y raza) que la persona a diagnosticar. La tabla 2.3 muestra las seis primeras filas del archivo *espirometrias_pacientes_T2.csv*, que acompaña a este enunciado. Su contenido corresponde a un grupo de personas del mismo sexo y de la misma raza, pacientes virtuales de un servicio de Neumología.

La primera fila del archivo es informativa, contiene la cabecera, con texto identificativo de los ocho datos almacenados por cada paciente. La primera columna registra el código numérico asociado al paciente. La segunda columna registra la edad en años. La tercera columna registra la altura en centímetros. La cuarta y quinta columnas registran los valores de *FEV1* y *FVC* que tendría una persona sana con la misma edad y altura que ese paciente, por tanto representan los valores medios (de referencia) en el conjunto de la población sana correspondiente. La sexta columna registra la razón *FEV1/FVC* (en %) que sirve como límite inferior de referencia para considerar que una persona de esas características está dentro de los valores normales (los observados en el conjunto de personas sanas). La séptima y octava columna recogen los valores de *FEV1* y *FVC* medidos a partir de la espirometría realizada a ese paciente.

CODIGO	EDAD	ALTURA	FEV1s	FVCs	FEV1/FVC_LLN	FEV1e	FVCe
6	45	180	4.12	5.33	67	2.2	4.24
9	72	176	2.78	3.86	60	2.2	4.24
12	54	174	3.49	4.58	65	3.23	4.59
28	63	172	3.01	4.04	63	1.26	3.41
32	48	174	3.75	4.85	67	2.15	3.55

Tabla 2.3 Seis primeras filas del archivo *espirometrias_pacientes_T2.csv*.

El primer paciente de la tabla, con código 6, de 45 años de edad y 180 cm de altura, tiene una *FVC* de 4.24, inferior a la *FVC* de referencia de 5.33. Tiene una *FEV1* de 2.2 también inferior a la *FEV1* de referencia de 4.12. Y por tanto una razón *FEV1/FVC* aproximada del 52%, que también está por debajo del 67%, establecido como límite inferior de normalidad (LLN) para ese paciente.

El hecho de que una persona presente una razón *FEV1/FVC* (%) por debajo del LLN se suele diagnosticar como **patología obstructiva**, causado generalmente por un estrechamiento de las vías aéreas durante la exhalación. Pero podría ocurrir que una persona tenga una razón *FEV1/FVC* dentro de los límites y sin embargo tanto su *FVC* como su *FEV1* estén por debajo de los valores esperados. En ese caso se sospecharía de una **patología restrictiva**, es decir, de una reducción de la capacidad pulmonar total. Como ambas patologías no son incompatibles se podría dar el caso de que una persona presente una razón *FEV1/FVC* por debajo del LLN y una *FVC* por debajo de lo normal, en ese caso se habla de una patología mixta (obstructiva y restrictiva). De ahí que el cociente entre la capacidad vital forzada medida en la espirometría y la capacidad vital forzada que le correspondería a esa persona si estuviera sana, expresado también en % como 100 FVCe/FVCs , se suele emplear para asignar un diagnóstico restrictivo, cuando su valor es inferior al 80%. En definitiva, en base a las dos condiciones para estas dos variables se pueden considerar cuatro diagnósticos de la función pulmonar, **NORMAL (N)**, **RESTRICTIVO (R)**, **OBSTRUCTIVO (O)** y **MIXTO (M)**. Expresado en pseudocódigo como sigue:

```

IF 100 FEV1e/FVCe < FEV1/FVC_LLN
  IF 100 FVCe/FVCs < 80 diagnostico=M ELSE diagnostico=O
ELSE IF 100 FVCe/FVCs < 80 diagnostico=R ELSE diagnostico=N

```


Volviendo al ejemplo del primer paciente de la tabla, resulta que el paciente 6 presenta un valor de $100 FVC_e/FVC_s$ aproximado de 79.5%. El diagnóstico para este paciente sería el M, pues ya vimos que su $FEV1/FVC$, con valor aproximado del 52%, también estaba por debajo del LLN.

Proponga un código en **Scilab** capaz de asignar el diagnóstico a todos los pacientes del archivo *espirometrias_pacientes_T2.csv*. Y capaz de contabilizar el número de pacientes en cada uno de los diagnósticos. El resultado de esta contabilidad, junto con otros cálculos de tipo estadístico, que también debe incluir en su código, le permitirá rellenar los 21 huecos de la tabla 2.4.

Total de pacientes	Pacientes con diagnóstico N	Pacientes con diagnóstico R	Pacientes con diagnóstico O	Pacientes con diagnóstico M
	Valor mínimo	Valor medio	Valor máximo	Desviación estándar
Edad de los pacientes				
Altura de los pacientes				
FEV1/FVC (%) de los pacientes si todos estuvieran sanos				
FEV1/FVC (%) de los pacientes				

Tabla 2.4 Tabla a rellenar a partir del análisis del archivo *espirometrias_pacientes_T2.csv*.

Sus resultados también tendrán que venir acompañados de dos representaciones gráficas:

- La primera de tipo nube de puntos, tantos como pacientes, en dos ejes. Donde cada paciente estará representado por un punto, su pareja de valores ($100 FEV1_e/FVC_e$, $100 FVC_e/FVC_s$), con al menos un color específico para cada uno de los diagnósticos. **Recomendación:** consulte para ello la función *scatter* de Scilab.
- La segunda compuesta de cuatro histogramas, uno por cada grupo de pacientes con el mismo diagnóstico, en función de la edad. En la parte superior izquierda el de pacientes con diagnóstico O, en la parte superior derecha el de pacientes con diagnóstico N, en la parte inferior izquierda el de pacientes con diagnóstico M y en la parte inferior derecha el de pacientes con diagnóstico R.