GEOMETRÍA BÁSICA Mayo 2018

Todas las respuestas deben estar justificadas razonadamente.

Se permite calculadora no programable e instrumentos de dibujo.

Ejercicio 1. (3 puntos)

Sea el triángulo $\triangle\{A, B, C\}$ y $M = \text{medio}[B, C]$.

Sea L el punto medio de la mediana $[A, M]$ y N el punto de corte del lado $[A, B]$ con r_{CL}.

a) Si s es la recta que pasa por M y es paralela a r_{CL} y $Q = s \cap r_{AB}$, probar que $BQ = QN$.

b) Demostrar que $NB = 2NA$.

Ejercicio 2. (4 puntos)

a) Dado un triángulo, probar que su baricentro G, su circuncentro O y su ortocentro H están alineados.

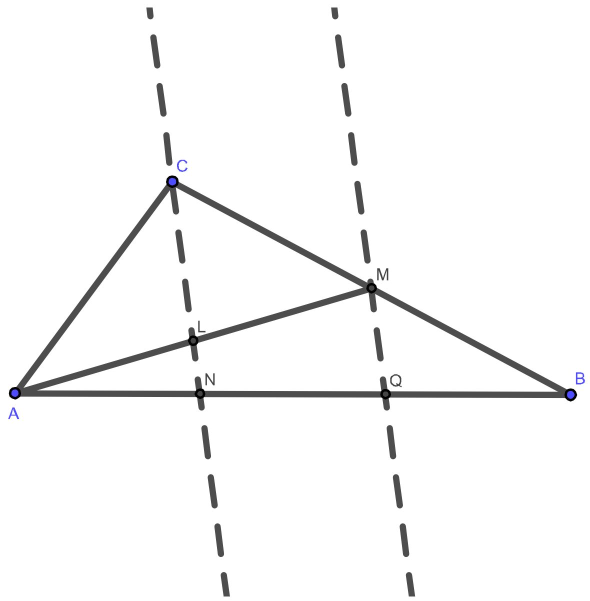
b) ¿Qué relación se verifica entre GH y GO?

c) Si el triángulo es isósceles ¿quién es la recta que contiene a G, H y O?

Ejercicio 3. (3 puntos)

a) Describir los tipos de isometrías pares que son simetrías de un tetraedro regular.

b) Describir los tipos de isometrías impares que no son reflexiones sobre planos y son simetrías de un cubo.



Solución

Ejercicio 1.

a) Tales aplicado a $\triangle\{B, C, N\}$ y $\triangle\{B, M, Q\}$ nos dice que

$$2 = \frac{BC}{BM} = \frac{BN}{BQ}$$

luego $2BQ = BN$. Como $BN = BQ + QN$, tenemos $BQ = QN$.

b) Tales aplicado a $\triangle\{A, M, Q\}$ y $\triangle\{A, L, N\}$ nos dice que

$$2 = \frac{AM}{AL} = \frac{AQ}{AN}$$

luego $2AN = AQ = AN + QN$, de donde $AN = QN$. Ahora $BN = 2BQ = 2QN = 2NA$.

Ejercicio 2.

a) y b) Teorema 7.25 del texto base (Recta de Euler), $GH = 2GO$.

c) En un triángulo isósceles la recta de Euler coincide con la mediana sobre el lado desigual (que es también la mediatriz de dicho lado y la recta altura correspondiente).

Ejercicio 3.

a) Rotaciones de ángulo π cuyo eje pasa por los puntos medios de aristas opuestas y rotaciones r de ángulo $2\pi/3$ con eje pasando por un vértice y el centro de la cara opuesta (obsérvese que las rotaciones r^2 son del mismo tipo que r aunque son distintas, tienen la misma medida de ángulo de rotación no orientado)

b) Roto-reflexiones de ángulos $\pi/3$ cuyo eje pasa por dos vértices opuestos y roto-reflexiones de ángulo $\pi/2$ cuyo eje pasa por los centros de dos caras opuestas y reflexión central (roto-reflexión de ángulo π). Obsérvese que las roto-reflexiones s de ángulo $\pi/3$ son del mismo tipo que $s^5 = s^{-1}$ (tienen el mismo ángulo no orientado) y lo mismo sucede con las roto-reflexiones t de ángulo $\pi/2$ y t^3.