Pregunta 1 (3 puntos)
Sea $(A, \preccurlyeq)$ un conjunto ordenado con al menos dos elementos distintos. Consideremos las siguientes proposiciones:

p; $\forall x \in A\ \exists y \in A \setminus \{x\}$ tal que $x \preccurlyeq y$

q; $\forall x \in A\ \forall y \in A \setminus \{x\}$ se tiene que $x \preccurlyeq y$

r; $\exists x \in A\ \exists y \in A \setminus \{x\}$ tales que $x \preccurlyeq y$

s; $\exists x \in A$ tal que $\forall y \in A \setminus \{x\}$ se tiene $x \preccurlyeq y$

¿De las siguientes proposiciones condicionales cuáles son siempre verdaderas y cuáles no? Justifique las respuestas en el caso de que el condicional sea siempre verdadero y ponga un contraejemplo en caso contrario.

a) $p \to q$ b) $q \to p$ c) $p \to r$ d) $r \to p$ e) $p \to s$ f) $s \to p$

Pregunta 2 (2 puntos)

Se define en $\mathbb{N}$ la relación definida para todo $x, y \in \mathbb{N}$ mediante:

$$x \mathcal{R} y \text{ si y sólo si } \exists\ p, q \in \mathbb{N}^* \text{ tales que } y = px^q$$

Determine si la relación $\mathcal{R}$ es reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva.

Pregunta 3 (2 puntos)

¿Cuántas aplicaciones biyectivas f del conjunto $\{1, 2, 3, \ldots, 12\}$ en sí mismo hay cumpliendo las siguientes propiedades:

a) Si n es par entonces $f(n)$ es par.

b) Si n es divisible por 3 entonces $f(n)$ es divisible por 3.

c) Las aplicaciones biyectivas cumplen las propiedades de a) y b) simultáneamente.

d) Repita la cuestión a) pero contando el número de aplicaciones distintas (biyectivas o no biyectivas) de $\{1, 2, 3, \ldots, 12\}$ en sí mismo.

Pregunta 4 (3 puntos)

a) Calcule las raíces n-ésimas de $z_1 = 1 + i$ y de $z_2 = -i$.

b) Resuelva en $\mathbb{C}$ la ecuación: $z^2 - z + 1 - i = 0$.

c) Resuelva en $\mathbb{C}$ la ecuación: $z^{2n} - z^n + 1 - i = 0$.