

No se permite el uso de ningún tipo de material.

Todas las respuestas deben estar justificadas.

Ejercicio 1. (2 puntos) Calcular, si existe,

$$\lim_n \left(\frac{1}{n^3} + \frac{1}{(n+1)^3} + \cdots + \frac{1}{(2n)^3} \right).$$

Ejercicio 2. (2 puntos) Sea $A \subset \mathbb{R}$ un subconjunto de \mathbb{R} e $\text{int}(A)$ su interior.

- a) Demostrar que $\text{int}(A)$ es un subconjunto abierto de \mathbb{R} .
- b) Demostrar que $\text{int}(A)$ es el máximo abierto contenido en A .

Ejercicio 3. (2 puntos) Calcular

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + x^2} - x \right).$$

Ejercicio 4. (2 puntos) Estudiar la función

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x - x^2}}$$

y dibujar su gráfica.

Ejercicio 5. (2 puntos) Estudiar la convergencia absoluta y condicional de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n n!}{n^n}.$$

Tiempo: 2 horas