

No se permite el uso de ningún tipo de material

Todas las respuestas deben estar justificadas

**Ejercicio 1.** (2 puntos) Calcular

$$\lim_n \frac{\sqrt{1+2^2} + \sqrt{1+3^2} + \cdots + \sqrt{1+n^2}}{n^2 + n + 1}.$$

**Ejercicio 2.** (2 puntos)

- a) Definir conjunto abierto de  $\mathbb{R}$  y conjunto cerrado de  $\mathbb{R}$ .
- b) Demostrar que la unión de cualquier colección de conjuntos abiertos de  $\mathbb{R}$  es un conjunto abierto de  $\mathbb{R}$ .
- c) ¿Es cierto que la intersección de cualquier colección de conjuntos abiertos de  $\mathbb{R}$  es un conjunto abierto de  $\mathbb{R}$ ? Justificar la respuesta.

**Ejercicio 3.** (2 puntos) Estudiar la continuidad y la derivabilidad en toda la recta real de la función

$$f(x) = \frac{|x|}{e^{|x-1|}}.$$

Nota:  $|x|$  es el valor absoluto de  $x$  y  $|x-1|$  es el valor absoluto de  $x-1$ .

**Ejercicio 4.** (2 puntos) Determinar, si existen, los extremos de la función

$$f(x) = 2x - 3x^{2/3}$$

en el intervalo cerrado  $[-1, 3]$ .

**Ejercicio 5.** (2 puntos) Determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y las asíntotas a la gráfica de la función

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - 1}.$$

Tiempo: 2 horas