

ESTADÍSTICA BÁSICA

Soluciones a los Ejercicios para la Evaluación Continua

Curso 2018-2019

Alfonso García Pérez

Universidad Nacional de Educación a Distancia

Copyright ©2019 Alfonso García Pérez

“No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros medios, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del Copyright. El contenido de este libro está registrado por el autor en el Registro de la Propiedad Intelectual y protegido por la Ley, que establece penas de prisión además de las correspondientes indemnizaciones para quien lo plagia”

Edita: Universidad Nacional de Educación a Distancia

Capítulo 1

Soluciones a los Ejercicios para la Evaluación Continua

Si se quiere optar por la modalidad de Evaluación Continua, estos ejercicios deberán ser entregados antes del 10 de Enero obligatoriamente en el Curso Virtual. Se ruega entregar en un formato fácil de acceder como por ejemplo pdf. Los Tutores deberán de haber calificado estas pruebas con una nota de 0 a 10 (que ponderadas en la nota final por 0'2 sólo sumarán la calificación de la Prueba Presencial entre 0 y 2) antes del final de la primera semana de las pruebas presenciales. Y, como mucho, al comienzo de la segunda semana de pruebas presenciales los alumnos pueden haber reclamado al Tutor por la nota con la que les calificó, de manera que estas calificaciones serán definitivas al final de la segunda semana de exámenes.

Las calificaciones así obtenidas se sumarán a la de la Prueba Presencial, si en ésta se obtuvo una puntuación de 4 o más puntos, truncando a 10 aquellas notas que superen este valor. Así, el alumno podrá obtener hasta una calificación de 10 puntos. No obstante, para obtener una calificación de Matrícula de Honor deberá haber obtenido un 10 en la Prueba Presencial. Por ejemplo, si un alumno obtiene un 1 en la Evaluación Continua y un 4 en la Prueba Presencial, su calificación final será de 5; si obtiene un 1 en la Evaluación Continua y un 10 en la Prueba Presencial, su calificación final será de 10 (MH); si obtiene un 2 en la Evaluación Continua y un 3'5 en la Prueba Presencial, su calificación final será de 3'5; si obtiene un 1 en la Evaluación Continua y un 9 en la Prueba Presencial, su calificación final será de 10.

Por último recordar que esta prueba es personal e intransferible; cualquier ejercicio cuya solución haya sido copiada será calificada con un 0. Serán los Tutores Intercampus quienes califiquen esta prueba. Es imprescindible que los ejercicios sean resueltos con el paquete estadístico R teniendo que utilizar en algún caso, alguna librería que tendrá que instalar; de esta forma veremos su

soltura en el manejo de R. Los tres ejercicios puntúan igual.

Ejercicios para la Evaluación Continua

Problema 1.1

Los datos *concehemo.txt* del curso virtual son concentraciones en gramos por decilitro (g/dl) de hemoglobina Hbg en la sangre de 103 individuos, seleccionados al azar en la sección de pintura de una fábrica de coches (Royston, 1983). Se pide determinar con R: La distribución de Frecuencias Absolutas, el Histograma de frecuencias relativas, la Media, la Mediana, la Moda, el Primer Cuartil, el Tercer Cuartil, la Desviación Típica, el Recorrido y el Coeficiente de Asimetría de Pearson.

La distribución de frecuencias absolutas (EBR-sección 2.3) corresponderá a la de un carácter cuantitativo sin agrupar y será la siguiente,

13.2	13.4	13.5	13.6	13.8	14	14.2	14.3	14.4	14.5	14.6	14.7
1	1	1	1	3	3	3	3	3	4	6	6
14.8	14.9	15	15.1	15.2	15.3	15.4	15.5	15.6	15.8	15.9	16
10	5	6	2	4	3	6	3	1	2	1	5
16.1	16.2	16.4	16.5	16.6	16.9	17	17.2	17.4			
3	5	3	1	1	1	3	2	1			

obtenida en nuestro caso con R ejecutando (2) después de incorporar los datos a R en formato vector con (1)

```
> concehemo<-scan("E:\\concehemo.txt") (1)
> table(concehemo) (2)
```

aunque podría haberse expresado mediante agrupación en intervalos de la variable observada.

Un histograma es la representación gráfica adecuada a este tipo de datos. Nosotros la hemos obtenido con R ejecutando

```
> hist(concehemo,main="Histograma de Concentraciones",col=3,prob=T,ylab="Frecuencias relativas")
```

obteniendo así la Figura 1.1.

La medidas de posición y dispersión habituales las hemos obtenido con R ejecutando (3),

```
> summary(concehemo) (3)
```

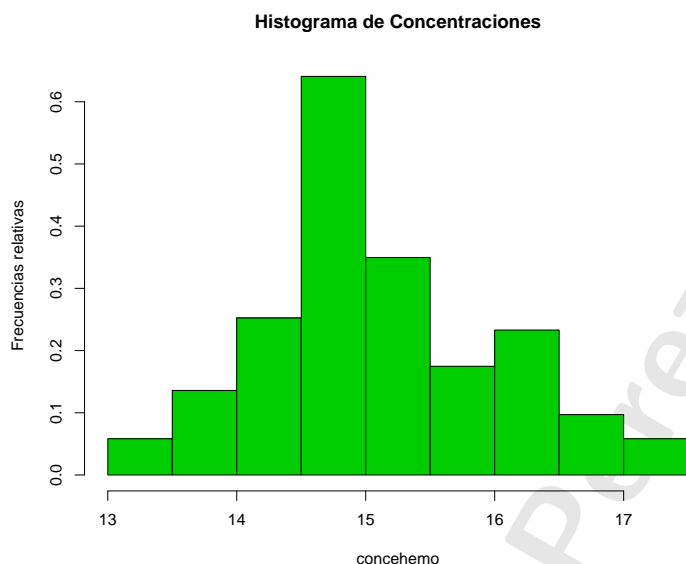


Figura 1.1 : Histograma de la variable Concentraciones de hemoglobina

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
13.20	14.60	15.00	15.17	15.85	17.40

De ahí ya obtenemos que la Media es 15'17, la Mediana es 15'00, el Primer Cuartil es 14'60 y el Tercer Cuartil 15'85 . Para calcular la Moda con R es necesario instalar y abrir el paquete `modeest`:

```
> library(modeest)
> mfv(concehemo)
[1] 14.8
```

con lo que la Moda es 14'8 como fácilmente se deducía de la distribución de frecuencias absolutas. Como la función `var` de R nos proporciona la cuasivarianza, la Desviación Típica será 0'9032,

```
> sqrt(102*var(concehemo)/103)
[1] 0.9031997
```

El Rango o Recorrido, diferencia entre el Máximo y el Mínimo será $17'40 - 13'20 = 4'2$.

```
> range(concehemo)[2]-range(concehemo)[1]
[1] 4.2
```

Por último, el Coeficiente de Asimetría de Pearson será, EBR-sección 2.3.4, 0'4074,

```
> (mean(concehemo)-mfv(concehemo))/sqrt(102*var(concehemo)/103)
[1] 0.4073974
```

lo que indica una asimetría a la derecha o positiva.

Problema 1.2

Los datos `red.cell.folate` de la librería `ISwR` de R, (Altman, 1991), recogidos en el curso virtual con el nombre de *folato.txt*, representan los valores observados de folato en glóbulos rojos (en microgramos por litro) de 22 pacientes, que recibieron al azar uno de los tres Métodos de ventilación utilizados durante la anestesia de una operación quirúrgica: Método I, 50 % de óxido nitroso y 50 % de oxígeno de forma continua durante 24 horas; Método II, 50 % de óxido nitroso y 50 % de oxígeno sólo durante la operación; Método III, nada de óxido nitroso y entre un 35 %-50 % de oxígeno durante 24 horas.

Analizar con R, a nivel de significación $\alpha = 0'05$, si existen diferencias significativas o no entre los tres Métodos con una ANOVA, comprobando las suposiciones necesarias para que dicho test sea válido, es decir, la normalidad y la homocedasticidad de cada uno de los tres Métodos a comparar.

Primero comprobaremos las suposiciones necesarias (normalidad y homocedasticidad) para poder ejecutar un ANOVA. Para ello incorporamos los datos a R con (1), los separamos con (2) y ejecutamos los gráficos con (3) (EBR-sección 9.4):

```
> folato<-read.table("e:\\folato.txt",header=T) (1)

> metodo1<-folato[1:8,1] (2)
> metodo2<-folato[9:17,1] (2)
> metodo3<-folato[18:22,1] (2)

> par(mfrow=c(1,3))
> qqnorm(metodo1,col=2,pch=16) (3)
> qqnorm(metodo2,col=2,pch=16) (3)
> qqnorm(metodo3,col=2,pch=16) (3)
```

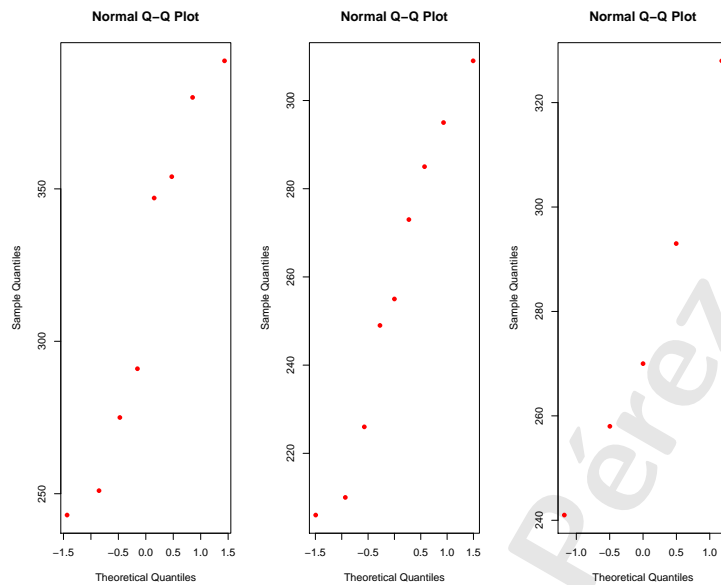


Figura 1.2 : Gráficos de normalidad

obteniendo la Figura 1.2.

Como los gráficos siempre son algo dudosos, vamos a ejecutar un test de Shapiro-Wilk para cada uno de los tres conjuntos de datos.

```
> shapiro.test(metodo1)
```

```
Shapiro-Wilk normality test
```

```
data: metodo1
```

```
W = 0.90704, p-value = 0.3337
```

```
> shapiro.test(metodo2)
```

```
Shapiro-Wilk normality test
```

```
data: metodo2
```

```
W = 0.9469, p-value = 0.6561
```

```
> shapiro.test(metodo3)
```

```
Shapiro-Wilk normality test
```

```
data: metodo3
```

```
W = 0.96355, p-value = 0.8325
```


Los tres p-valores son suficientemente grandes como para concluir que puede aceptarse la normalidad de los datos.

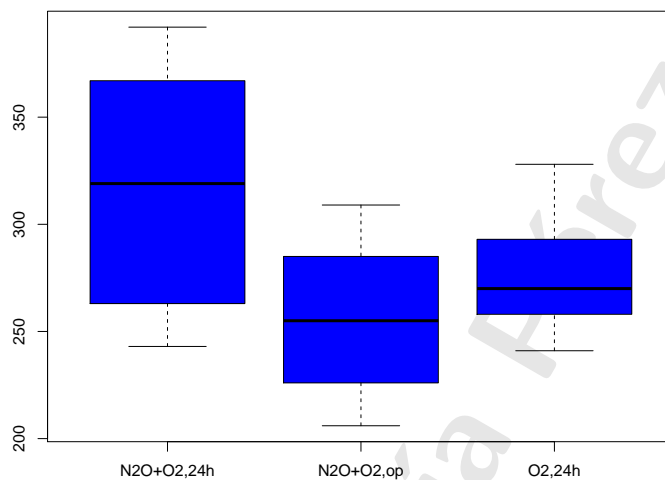


Figura 1.3 : Gráficos de cajas

Respecto a la homocedasticidad podemos hacer tres diagramas de cajas ejecutando (4)

```
> boxplot(folato~ventilación,data=folato,col=4) (4)
```

```
> bartlett.test(folato~ventilación,data=folato) (5)
```

```
Bartlett test of homogeneity of variances
data: folato by ventilación
Bartlett's K-squared = 2.0951, df = 2, p-value = 0.3508
(6)
```

obteniendo así la Figura 1.3. Como siempre, es mejor ejecutar un test para analizar algo en lugar de hacerlo a través de un dibujo. Así, mediante un test de Bartlett ejecutado mediante (5) aceptamos dicha suposición al ser el p-valor (6) mayor que 0'05.

Ya podemos ejecutar el ANOVA mediante (7) obteniendo en (8) un p-valor menor que 0'05, con lo que podemos concluir que existen diferencias

significativas entre los tres métodos.

```
> summary(aov(folato~ventilación,folato)) (7)
      Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
ventilación  2  15516    7758   3.711 0.0436 *
Residuals   19  39716    2090
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

No se pueden hacer tests de comparaciones múltiples puesto que los tamaños muestrales de las tres poblaciones a comprar son distintos.

Problema 1.3

Los datos *puntuaciones.txt* del Curso Virtual, Woods et al. (1986), corresponden a pares de calificaciones otorgadas por profesores elegidos al azar, ingleses nativos Inglés, y profesores griegos Griego, a alumnos greco-chipriotas estudiantes de inglés, al calificar ambos tipos de profesores las mismas 32 frases inglesas escritas por los alumnos.

Contrastar mediante el test de los rangos signados de Wilcoxon si existen o no diferencias significativas entre las calificaciones otorgadas por ambos tipos de profesores, a nivel de significación $\alpha = 0.05$.

Como nos dicen en el enunciado, es un problema de datos apareados en donde, además, cabe sospechar que las diferencias de calificaciones no se distribuyen según una normal por lo que nos solicitan un test no paramétrico.

Como es un caso de datos apareados, lo primero que debemos hacer es, para cada una de las 32 frases, calcular las diferencias

$$\text{Diferencias} = \text{Puntuación profesor inglés} - \text{Puntuación profesor griego}$$

y contrastar que no existen diferencias significativas entre ellas, lo que equivale a contrastar la hipótesis nula de que puede admitirse que es cero la mediana de esta variable diferencia, frente a la hipótesis alternativa de que es distinta de cero mediante el contraste de los rangos signados de Wilcoxon, EBR-sección 8.3.2, en donde el estadístico de contraste T^+ es la suma de los rangos, de entre los valores absolutos de las 32 observaciones, obtenidos de las diferencias positivas. Las 32 diferencias, sus valores absolutos y los rangos de esos valores absolutos serán,

Diferencia:	-14	7	13	-10	-3	13	4	-7	-6	-3	-10	9	9	-8	2	7
Diferencia :	14	7	13	10	3	13	4	7	6	3	10	9	9	8	2	7
r(Diferencia):	29.5	14	27.5	24	5	27.5	8	14	11.5	5	24	21	21	17.5	2.5	14
Diferencia:	-16	-1	2	-10	-5	4	3	-15	-8	-8	-4	-6	-14	-8	-12	-9
Diferencia :	16	1	2	10	5	4	3	15	8	8	4	6	14	8	12	9
r(Diferencia):	32	1	2.5	24	10	8	5	31	17.5	17.5	8	11.5	29.5	17.5	26	21

La suma de los rangos (tercera fila y sexta fila) de las diferencias (primera y cuarta fila) que resultaron positivas es

$$T^+ = 14 + 27,5 + 27,5 + 8 + 21 + 21 + 2,5 + 14 + 2,5 + 8 + 5 = 151.$$

Para calcular el p-valor del test, como son más de 15 datos, se puede utilizar la aproximación normal, siendo el estadístico de contraste tipificado igual a

$$\frac{4 \cdot 151 - 32 \cdot 33}{\sqrt{2 \cdot 32 \cdot 33 \cdot (32 \cdot 2 + 1)/3}} = -2'11298$$

con lo que el p-valor del test será, ,

$$\text{p-valor} = 2 \cdot P\{Z > 2'11\} = 2 * 0'0174 = 0'0346$$

```
> 2*pnorm(-2.11298)
[1] 0.03460248
```

suficientemente pequeño, en todo caso menor que 0'05, como para que rechazamos que califican de forma homogénea ambos tipos de profesores y concluimos que existen diferencias significativas entre la manera de calificar.

Para utilizar el paquete R en su resolución, incorporamos los datos en (1), calculamos la variable diferencia con (2) y ejecutamos el test de rangos signados de Wilcoxon (EBR-sección 8.3.2) con (3) obteniendo los mismos resultados de antes.

R nos informa de que tiene problemas con la asignación de rangos de las diferencias iguales, aunque hace lo mismo que hicimos manualmente antes, según indicamos en EBR: asignar el rango promedio a las diferencias iguales,

```
> puntuaciones<-read.table("e:\\puntuaciones.txt",header=T)          (1)
> puntuaciones
  Frase Inglés Griego
1      1      22    36
2      2      16     9
.....
31     31      27    39
```

32 32 11 20

```
> Diferencia<-puntuaciones$Inglés-puntuaciones$Griego (2)
```

```
> wilcox.test(Diferencia) (3)
```

Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data: Diferencia

V = 151, p-value = 0.03527

alternative hypothesis: true location is not equal to 0

Warning message:

In wilcox.test.default(Diferencia) : cannot compute exact p-value with ties

Referencias

- Altman, D.G. (1991). *Practical Statistics for Medical Research*. Editorial Chapman & Hall.
- Cabrero Ortega, Y. y García Pérez, A. (2015). *Análisis Estadístico de Datos Espaciales con QGIS y R*. Editorial UNED. (código 0105010CT01A01).
- García Pérez, A. (2008). (EAR): *Estadística Aplicada con R*. Editorial UNED. (código 0137352PB01A01).
- García Pérez, A. (2008). (CB): *Estadística Aplicada: Conceptos Básicos*, segunda edición. Editorial UNED. (código 0184011EP01A02).
- García Pérez, A. (2010). (EBR): *Estadística Básica con R*. Editorial UNED. (código 6102104GR01A01).
- García Pérez, A. (2014). (ID): *La Interpretación de los Datos. Una Introducción a la Estadística Aplicada*. Editorial UNED. (código 0105008CT01A01).
- García Pérez, A. (1998). *Problemas Resueltos de Estadística Básica*. Editorial UNED. (código 0184011EP01A02).
- García Pérez, A. (2008). *Ejercicios de Estadística Aplicada*. Editorial UNED. (código 0135284CU01A01).
- Royston, J.P. (1983). Some techniques for assessing multivariate normality based on the Shapiro-Wilk W. *Applied Statistics*, **32**, 121-133.
- Woods, N., Fletcher, P. y Hughes, A. (1986). *Statistics in language studies*. Cambridge: Cambridge University Press.