

基于旋量理论的三指机器人灵巧手逆运动学分析

裴九芳 许德章 王 海

安徽工程大学机械与汽车工程学院, 芜湖, 241000

摘要:为提高三指机器人灵巧手逆运动学的求解效率,提出了基于旋量理论的逆运动学新的求解算法。以 Shadow 三指灵巧手为例,在无法直接利用单纯的 Paden-Kahan 子问题求解逆运动学的条件下,食指(无名指)的逆解采用 Paden-Kahan 子问题与代数解相结合的算法,拇指的逆解采用数值法与 Paden-Kahan 子问题相结合的算法。最后通过计算实例证明了算法的有效性和可行性。该算法在保证精度的前提下,几何意义明显,耗时间短,效率高。

关键词:旋量理论;灵巧手;逆运动学;Paden-Kahan 子问题

中图分类号:TP242

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2017.24.013

Inverse Kinematics Analyses of 3-finger Robot Dexterous Hand Based on Screw Theory

PEI Jiufang XU Dezhang WANG Hai

School of Mechanical and Automotive Engineering, Anhui Polytechnic University, Wuhu, Anhui, 241000

Abstract: A novel inverse kinematics algorithm was proposed based on screw theory in order to improve operation efficiency of inverse kinematics for 3-finger robot dexterous hand. Taking Shadow 3-finger robot dexterous hand as an example, because inverse kinematics might not be solved directly by Paden-Kahan sub problem, an inverse solution of index finger(ring finger) was combined with algebraic solution and Paden-Kahan sub problem. The inverse solution of thumb was combined with numerical method and Paden-Kahan sub problem. Finally, validity and feasibility of the algorithms were proved by an example. Under the premise of ensuring accuracy, the algorithms have obvious geometric meaning, less computation, and high efficiency.

Key words: screw theory; dexterous hand; inverse kinematics; Paden-Kahan sub problem

0 引言

机器人灵巧手的逆运动学分析是根据各手指末端的期望位置,求解出各手指关节的转角。机

器人灵巧手的运动学逆解是其控制和抓取规划的前提和基础,求解算法直接影响抓取效率和控制效果。

大多数情况下,机器人逆运动学分析采用的 D-H 参数法^[1-2]建模需要对每个关节都建立局部坐标系,每个坐标系都需要确定 4 个参数,效率

收稿日期:2016-11-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51175001);安徽工程大学优秀青年人才基金资助重点项目(2013RZR001zd)

[6] 余志生. 汽车理论[M]. 北京:机械工业出版社, 2009:216-222.
YU Zhisheng. Automotive Theory[M]. Beijing: China Machine Press, 2009:216-222.
[7] 吴健瑜. 大学生方程式赛车悬架设计及优化研究[D]. 广州:华南理工大学, 2011:15-17.
WU Jianyu. Suspension Design and Optimization of Formula SAE Racing Car[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2011:15-17.
[8] 张英会. 弹簧手册[M]. 北京:机械工业出版社, 1997:371-448.
ZHANG Yinghui. Spring Design Manual[M]. Beijing: China Machine Press, 1997:371-448.
[9] 卢凡, 陈思忠. 汽车路面激励的时域建模与仿真[J]. 汽车工程, 2015(5):549-553.

LU Fan, CHEN Sizhong. Modeling and Simulation of Road Surface Excitation on Vehicle in Time Domain[J]. Automotive Engineering, 2015(5):549-553.
[10] 国家标准化管理委员会. GB/T4970-2009. 汽车平顺性试验方法[S]. 北京:中国标准出版社, 2009.
National Standardization Management Committee. GB/T4970-2009. Test Method for Vehicle Ride Comfort[S]. Beijing: China Standard Press, 2009.

(编辑 陈 勇)

作者简介:罗 风,男,1992 年生。中南大学机电工程学院硕士研究生。主要研究方向为车辆动力学。E-mail: 523274366@qq.com。杨忠炯,男,1964 年生。中南大学高性能复杂制造国家重点实验室教授、博士研究生导师。周立强,男,1963 年生。中南大学机电工程学院讲师。

低、几何意义不明确;当机器人构型改变时,还需要重新建立新的坐标系^[3]。对机器人灵巧手来说,利用 D-H 参数法求各手指的逆解,除了个别简单的关节具有解析解外,一般的关节角无解析解,必须借助数值法才能够解出^[4],程序运行效率低。与 D-H 方法相比,基于旋量理论的运动旋量指数积形式只需建立基坐标系和末端的工具坐标系,简化了对机器人构型的分析,避免了 D-H 法由于建立局部坐标系所引起的奇异性问题;当进行逆解求解时,可以更好地确定产生多解的条件和多解的个数。

利用旋量理论建立的机器人运动学模型,其机器人的逆运动学问题可以转化为几类 Paden-Kahan 子问题进行求解,所得逆解是解析解,没有累计误差,实时性高,具有明显的几何意义和数值稳定性,简化了机器人运动学的分析和计算。SARIYILDIZ 等^[5]基于螺旋理论,以四元数为螺旋运动算子,解决了常见结构机器人的运动学逆解。TAN 等^[6]对 Paden-Kahan 子问题 2 进行扩展,并将其用于某种特殊结构的逆运动学求解。钱东海等^[7]基于旋量理论,采用经典消元理论和 Paden-Kahan 子问题相结合的方法对六自由度的机械臂进行了逆运动学求解,该方法具有较强的通用性。陈庆诚等^[8]针对具有特殊结构的六自由度机械臂,提出了“绕 3 个不相交轴旋转”的新的逆解子问题求解算法。孙恒辉等^[9]针对一种后 3 个旋转关节轴线相交于一点、前 3 个旋转关节轴线均不相交的 6R 串联机器人,提出了一种新的 Paden-Kahan 子问题并进行了求解。吕世增等^[10]基于吴方法的特征列思想,结合旋量法,对 6R 工业机器人进行了高效的逆解求解运算。李盛前等^[11]引入希尔维斯特结式法对 6R 工业机器人进行逆运动学求解。

目前常见的 Paden-Kahan 子问题组合需要各关节轴线具有较多的交点,无法适用于所有多关节机器人结构的逆解问题。本文以 Shadow 三指灵巧手为例,食指(无名指)采用 Paden-Kahan 子问题与代数解相结合的算法求得逆解,拇指则采用 Paden-Kahan 子问题与数值解相结合的算法。最后通过实例证明了该算法的正确性。该算法在保证精度的前提下,计算量小、效率高。

1 基于旋量理论的运动学模型

当一刚体既绕轴线 $\omega (\omega \in \mathbf{R}^3)$ 转动(转动角度为 θ),又沿平行于 ω 轴方向移动(移动线速度为 v),如图 1 所示,则刚体的变换可以用矩阵指数

形式表示为

$$g = \exp(\hat{\xi}\theta) \tag{1}$$

$$\hat{\xi} = \begin{bmatrix} \hat{\omega} & v \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{4 \times 4} \tag{2}$$

$$v = -\omega \times q$$

式中, $\hat{\xi}$ 为运动旋量; q 为转轴上的一点, $q \in \mathbf{R}^3$ 。
向量 $\xi = (v, \omega)$ 表示 $\hat{\xi}$ 的运动旋量坐标。

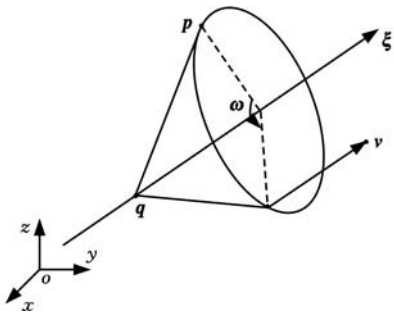


图 1 刚体的旋量运动
Fig.1 Screw motion of a rigid body

$\omega = 0$ 时

$$\exp(\hat{\xi}\theta) = \begin{bmatrix} I & v\theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\omega \neq 0$ 时

$$\exp(\hat{\xi}\theta) = \begin{bmatrix} \exp(\hat{\omega}\theta) & (I - \exp(\hat{\omega}\theta))(\omega \times v) + \omega \omega^T v\theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中, $\hat{\omega}$ 是反对称阵, 即当 $\omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$ 时, $\hat{\omega} =$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}; \exp(\hat{\omega}\theta) \text{ 是矩阵指数,}$$

$\|\omega\| = 1$ 时, 由 Rodrigues 公式可得 $\exp(\hat{\omega}\theta) = I + \hat{\omega} \sin\theta + \hat{\omega}^2 (1 - \cos\theta)$ 。

由旋量理论可得, 机器人各关节的运动由位于关节轴线的运动螺旋 $\hat{\xi}$ 产生, 若 $g_{st}(\theta)$ 表示关节的最终位姿, $g_{st}(0)$ 表示关节的初始位姿, 下标 s 代表基础坐标系, 下标 t 代表工具(末端)坐标系, 则沿此运动旋量轴线转动和移动的刚体运动可表示为

$$g_{st}(\theta) = \exp(\hat{\xi}\theta)g_{st}(0) \tag{3}$$

n 自由度任意开链机器人的运动学正解映射可表示为 $g_{st}: se(3) \rightarrow SE(3)$, 其中, $se(3)$ 和 $SE(3)$ 分别为李代数和李群, 代表旋量的集合和刚体变换的集合, 则机器人运动学正解的指数积公式为

$$\mathbf{g}_{st}(\theta) = \prod_{i=1}^n \exp(\hat{\xi}_i \theta_i) \mathbf{g}_{st}(0) \tag{4}$$

2 机器人灵巧手的运动学逆解算法

2.1 运动学逆解的 3 个 Paden-Kahan 子问题

Paden-Kahan 子问题的主要思想是：将复杂的机器人运动学逆解分解为若干个具有明确几何意义的逆解子问题，然后逐一解决，即将复杂的运动分解为几个连续的简单运动（都可采用运动旋量的指数积来表示）。Paden-Kahan 子问题主要有 3 种。

(1) 子问题 1：绕一定轴 ξ 旋转 θ 角。如图 2 所示， $p、q$ 是两点，求满足公式 $\exp(\hat{\xi}\theta)p=q$ 的角度 θ 。假定 r 是轴上一点，则 $u=p-r$ 是 r 与 p 间的矢量， $w=q-r$ 是 r 与 q 间的矢量，而 $u'、w'$ 为 u 和 w 在垂直于轴 ξ 的平面上的投影。则子问题 1 的逆解为^[12]

$$\theta = \arctan(\omega \cdot (u' \times w'), u' \cdot w')$$

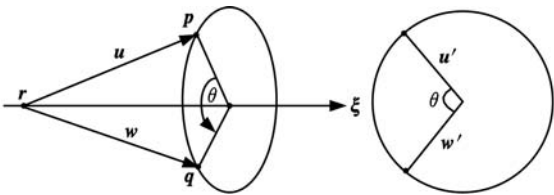


图 2 Paden-Kahan 子问题 1

Fig.2 Paden-Kahan sub problem 1

(2) 子问题 2：绕 2 个相交有序轴的旋转。如图 3 所示，设 ξ_1 和 ξ_2 为两个轴线相交的旋转轴， $p、q$ 是两点，求满足公式 $\exp(\hat{\xi}_1\theta_1)\exp(\hat{\xi}_2\theta_2)p = q$ 的角度 θ 。若 c 表示 p 绕 ξ_2 旋转 θ_2 所得之点，则利用子问题 1 求解式 $\exp(\hat{\xi}_2\theta_2)p = c$ 和 $\exp(-\hat{\xi}_1\theta_1)q = c$ 即可得到 θ_1 和 θ_2 。

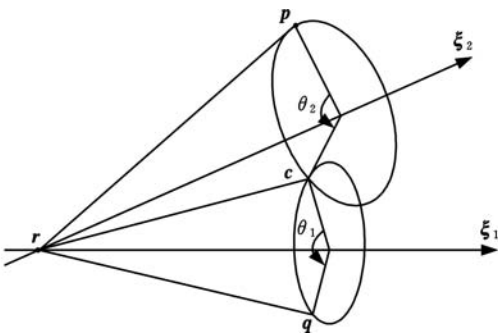


图 3 Paden-Kahan 子问题 2

Fig.3 Paden-Kahan sub problem 2

(3) 子问题 3：旋转至给定距离。如图 4 所示， ξ 为一定轴， $p、q$ 是两点， $\delta > 0$ ，求满足公式 $\|q - \exp(\hat{\xi}\theta)p\| = \delta$ 的角度 θ 。假定 r 是轴上一

点，定义 $u = p - r, w = q - r$ ，使得式 $\|w - \exp(\hat{\xi}\theta)u\|^2 = \delta^2$ 成立， $u'、w'$ 为 u 和 w 在垂直于轴 ξ 平面上的投影，其夹角为 θ_0 ，则有 $\theta = \theta_0 \pm \arccos \frac{\|u'\|^2 + \|w'\|^2 - (\delta')^2}{2\|u'\|\|w'\|}$ ，其中， δ' 为 δ 在垂直于轴 ξ 平面上的投影长度。

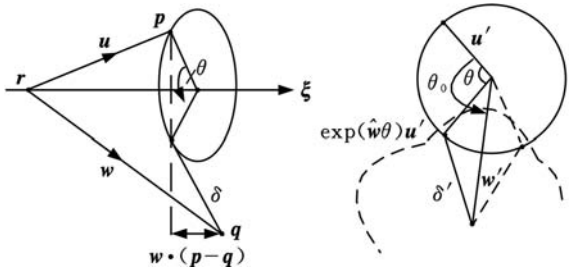


图 4 Paden-Kahan 子问题 3

Fig.4 Paden-Kahan sub problem 3

2.2 Shadow 三指机器人灵巧手指逆运动学解的实现

2.2.1 Shadow 三指机器人灵巧手结构

如图 5 所示，Shadow 三指机器人灵巧手包括拇指、食指、无名指、简易手掌。拇指共 5 个自由度，分别为下指节的侧摆和屈曲、中指节的侧摆和屈曲，以及上指节的屈曲运动，其中，侧摆轴与屈曲轴垂直，且与手掌相连。食指和无名指结构相同（故下面逆运动学只分析食指），分别为下指节的侧摆和屈曲，以及中指节和上指节的屈曲运动，其中，中指节和上指节相互耦合，耦合系数为 1。

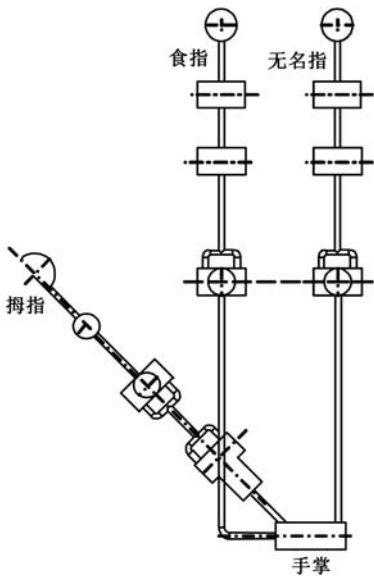


图 5 Shadow 灵巧手结构简图

Fig.5 Schematic diagram of Shadow dexterous hand

2.2.2 食指逆运动学逆解算法的实现

图 6 所示为食指运动模型简图及所需的坐标系，其运动学逆解可表述为：已知食指的正解映射

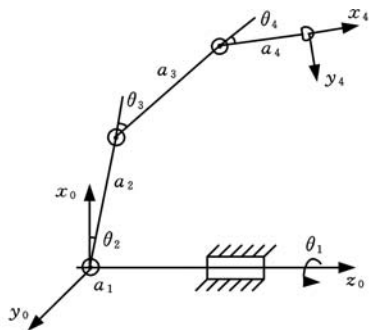


图 6 食指的运动模型

Fig.6 Motion model of the index finger

$\mathbf{g}_{st}(\theta) = \prod_{i=1}^4 \exp(\hat{\xi}_i \theta_i) \mathbf{g}_{st}(0)$, 求关节 $\theta_1 \sim \theta_4$ 的值。由运动学正解得

$$\mathbf{g}_{st}(\theta) = \begin{bmatrix} c_1 c_{234} & -c_1 s_{234} & -s_1 & c_1(a_1 + a_2 c_2 + a_3 c_{23} + a_4 c_{234}) \\ s_2 c_{234} & -s_1 s_{234} & c_1 & s_1(a_1 + a_2 c_2 + a_3 c_{23} + a_4 c_{234}) \\ -s_{234} & -c_{234} & 0 & -a_2 s_2 - a_3 s_{23} - a_4 s_{234} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$c_i = \cos \theta_i \quad s_i = \sin \theta_i \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$c_{23} = \cos(\theta_2 + \theta_3) \quad s_{23} = \sin(\theta_2 + \theta_3)$$

$$c_{234} = \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \quad s_{234} = \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

根据运动学正解结果,对食指逆解求解步骤如下:

(1) 求 θ_1 。令式(5)的第一行、第四列元素 $c_1(a_1 + a_2 c_2 + a_3 c_{23} + a_4 c_{234}) = p_x$, 第二行、第四列元素 $s_1(a_1 + a_2 c_2 + a_3 c_{23} + a_4 c_{234}) = p_y$, 则可得

$$\theta_1 = \arctan(p_y, p_x) \quad (6)$$

(2) 求 θ_3 。令 $\mathbf{g}_{st}(\theta) = \prod_{i=1}^4 \exp(\hat{\xi}_i \theta_i) \mathbf{g}_{st}(0) = \mathbf{g}_d$, 则 $\prod_{i=2}^4 \exp(\hat{\xi}_i \theta_i) = \exp(-\hat{\xi}_1 \theta_1) \mathbf{g}_d \mathbf{g}_{st}^{-1}(0) = \mathbf{g}_1$, 设 $\mathbf{p} = (0, 0, 0)$ 是轴 ξ_2 上的一点, $\mathbf{q} = (a_1 + a_2 + a_3, 0, 0)$ 是 ξ_4 上的一点, 则有

$$\begin{aligned} \|\prod_{i=2}^4 \exp(\hat{\xi}_i \theta_i) \mathbf{q} - \mathbf{p}\| &= \|\prod_{i=2}^3 \exp(\hat{\xi}_i \theta_i) \mathbf{q} - \mathbf{p}\| = \\ \|\exp(\hat{\xi}_2 \theta_2) (\exp(\hat{\xi}_3 \theta_3) \mathbf{q} - \mathbf{p})\| &= \|\exp(\hat{\xi}_3 \theta_3) \mathbf{q} - \mathbf{p}\| \end{aligned}$$

即

$$\|\exp(\hat{\xi}_3 \theta_3) \mathbf{q} - \mathbf{p}\| = \|\mathbf{g}_1 \mathbf{q} - \mathbf{p}\| \quad (7)$$

式(7)中仅有未知数 θ_3 , 利用子问题 3 可解出 θ_3 。

(3) 求 θ_4 。 θ_4 和 θ_3 相互耦合, 耦合系数为 1, 则

$$\theta_4 = \theta_3 \quad (8)$$

(4) 求 θ_2 。由 $\prod_{i=2}^4 \exp(\hat{\xi}_i \theta_i) = \mathbf{g}_1$, 得

$\exp(\hat{\xi}_2 \theta_2) = \mathbf{g}_1 \prod_{i=3}^4 \exp(-\hat{\xi}_i \theta_i) = \mathbf{g}_2$, 应用 ξ_2 轴外一点 $\mathbf{p}' = (a_2, 0, 0)$, 右乘此向量, 则有

$$\exp(\hat{\xi}_2 \theta_2) \mathbf{p}' = \mathbf{g}_2 \mathbf{p}' \quad (9)$$

利用子问题 1 对式(9)进行求解, 即得 θ_2 。

2.2.3 拇指逆运动学解算法实现

拇指的运动学逆解为已知拇指的正解映射

$\mathbf{g}_{st}(\theta) = \prod_{i=1}^5 \exp(\hat{\xi}_i \theta_i) \mathbf{g}_{st}(0)$, 分别求关节角 $\theta_1 \sim \theta_5$ 的值。

由拇指的运动模型简图(图 7)可知, 拇指的特点是关节 1 与关节 2 的轴线相交, $a_1 = 0$, 关节 3 与关节 4 轴线相交, 关节 1、关节 4 与关节 5 轴线平行, 垂直纸面向外。这种结构是无法利用已有的 3 个子问题直接求解而获得逆解的。为了提高求解效率, 应尽量计算各关节的解析解; 如果不能够获得解析解, 以尽量少采用数值解为宜。根据拇指的特点, 设计的求解过程如下。

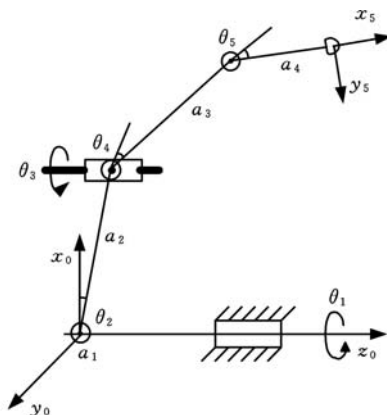


图 7 拇指的运动模型

Fig.7 Motion model of the thumb

(1) 求 θ_5 。设 $\mathbf{p}_w = (a_2, 0, 0)$ 是 ξ_3 和 ξ_4 的交点, 则 $\exp(\hat{\xi}_3 \theta_3) (\exp(\hat{\xi}_4 \theta_4) \mathbf{p}_w) = \mathbf{p}_w$, $\mathbf{q} = (0, 0, 0)$ 是 ξ_1 和 ξ_2 的交点, 则 $\exp(\hat{\xi}_1 \theta_1) \exp(\hat{\xi}_2 \theta_2) \mathbf{q} = \mathbf{q}$, 令 $\mathbf{g}_{st}(\theta) = \mathbf{g}_d$, 有

$$\prod_{i=1}^4 \exp(\hat{\xi}_i \theta_i) = \mathbf{g}_d \mathbf{g}_{st}^{-1}(0) \exp(-\hat{\xi}_5 \theta_5) \quad (10)$$

对式(10)两边右乘 \mathbf{p}_w , 则

$$\exp(\hat{\xi}_1 \theta_1) \exp(\hat{\xi}_2 \theta_2) \mathbf{p}_w = \mathbf{g}_d \mathbf{g}_{st}^{-1}(0) \exp(-\hat{\xi}_5 \theta_5) \mathbf{p}_w \quad (11)$$

对式(11)两边减去 \mathbf{q} , 并取范数, 则有

$$\begin{aligned} \|\prod_{i=1}^2 \exp(\hat{\xi}_i \theta_i) \mathbf{p}_w - \mathbf{q}\| &= \|\prod_{i=1}^2 \exp(\hat{\xi}_i \theta_i) (\mathbf{p}_w - \mathbf{q})\| = \|\mathbf{p}_w - \mathbf{q}\|, \text{ 则} \\ \|\mathbf{p}_w - \mathbf{q}\| &= \|\mathbf{g}_d \mathbf{g}_{st}^{-1}(0) \exp(-\hat{\xi}_5 \theta_5) \mathbf{p}_w - \mathbf{q}\| \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)中只有一个未知数 θ_5 ，利用数值解解得即可。

(2) 求 θ_1 和 θ_2 。因 θ_5 已知，令式(11)等于 \mathbf{g}_2 ，即 $\prod_{i=1}^2 \exp(\hat{\xi}_i \theta_i) \mathbf{p}_w = \mathbf{g}_2$ ，运用子问题2，其中， $\mathbf{p} = \mathbf{p}_w, \mathbf{q} = \mathbf{g}_2$ ，可求得 θ_1 和 θ_2 的值。

(3) 求 θ_3 和 θ_4 。因 θ_1, θ_2 和 θ_5 已知，将式(10)左边的 θ_1, θ_2 移至等式右边，则式(10)变为

$$\prod_{i=3}^4 \exp(\hat{\xi}_i \theta_i) = \exp(-\hat{\xi}_2 \theta_2) \exp(-\hat{\xi}_1 \theta_1) \mathbf{g}_d \mathbf{g}_{st}^{-1}(0) \exp(-\hat{\xi}_5 \theta_5) \quad (13)$$

令 $\mathbf{p} = (a_1 + a_2 + a_3, 0, 0)$ 为 ξ_3 和 ξ_4 外一点，将式(13)两边右乘 \mathbf{p} ，则运用子问题2可求得 θ_3 和 θ_4 的值，其中， $\mathbf{q} = \exp(-\hat{\xi}_2 \theta_2) \exp(-\hat{\xi}_1 \theta_1) \mathbf{g}_d \mathbf{g}_{st}^{-1}(0) \exp(-\hat{\xi}_5 \theta_5) \mathbf{p}$ 。

3 逆解实例计算验证

参照人手各个关节的转动范围，表1给出了Shadow灵巧手指结构参数和关节范围。

表1 Shadow灵巧手手指结构参数和关节范围
Tab.1 Shadow dexterous finger structure parameters and joint range

参数	拇指	食指
$\theta_1(^{\circ})$	-55~55	-20~20
$\theta_2(^{\circ})$	0~70	0~90
$\theta_3(^{\circ})$	-12~12	0~90
$\theta_4(^{\circ})$	-40~40	0~90
$\theta_5(^{\circ})$	0~90	
$a_1(\text{mm})$	0	0
$a_2(\text{mm})$	38	45
$a_3(\text{mm})$	32	25
$a_4(\text{mm})$	27.5	26

根据食指和拇指的逆运动学算法，其验证方法和步骤如下：

- (1) 给定手指各关节确定的角度。
- (2) 根据灵巧手手指的正运动学方程计算出手指指尖在此角度下的位姿。
- (3) 应用本文提出的食指和拇指的逆运动学算法逐步求解各关节的角度。在多解的情况下，将所解关节角范围外的角度剔除。
- (4) 比较步骤(1)中给定角度和步骤(3)中求解的角度，若二者误差在允许范围内，则验证本文算法正确；否则不正确。

根据此步骤，在关节取值范围内任意选取一组数据，则食指和拇指的求解结果如表2所示。通过比较理论设定值和实际运行结果各对应元素的数值，关节角运行误差最大为食指的第三和第

四关节，皆为 0.0444° ，最小运行误差为食指的第一关节，数值为 0° ，可以看出，本文提出的手指逆解的算法具有较高的精度，同时在该算法中，食指(无名指)的逆解算法都为解析解，而拇指仅第五关节需要数值解，其余都为解析解，改进了传统的D-H逆解算法中食指(无名指)和拇指都需要数值解，计算量大、效率低的问题。对算法运行时间进行统计，本文仿真软件采用MATLAB2011，计算机CPU为i5-4590@3.3GHz，内存为8G的64位Win7操作系统。表3是利用旋量理论与D-H方法所得逆解的各运行时间。可以看出，利用旋量理论效率较D-H方法高。说明利用旋量理论进行求逆的算法耗费时间少，计算效率高，证明该算法是正确有效的。

表2 逆解求解结果
Tab.2 Inverse kinematics solution

	食指	拇指
理论设定值	$\theta_1 = 20^{\circ}, \theta_2 = 30^{\circ}, \theta_3 = \theta_4 = 35^{\circ}$	$\theta_1 = 20^{\circ}, \theta_2 = \theta_5 = 30^{\circ}, \theta_3 = 10^{\circ}, \theta_4 = 35^{\circ}$
实际运行结果	$\theta_1 = 20^{\circ}, \theta_2 = 29.9798^{\circ}, \theta_{31} = 34.9556^{\circ}, \theta_{32} = 325.0444^{\circ}(\text{去掉}), \theta_4 = 34.9556^{\circ}$	$\theta_{11} = 20.0004^{\circ}, \theta_{12} = -159.9996^{\circ}(\text{去掉}), \theta_{21} = 30.0043^{\circ}, \theta_{22} = -149.9957^{\circ}(\text{去掉}), \theta_{31} = 9.9986^{\circ}, \theta_{32} = -170.0014^{\circ}(\text{去掉}), \theta_{41} = 34.9901^{\circ}, \theta_{42} = 145.0099^{\circ}(\text{去掉}), \theta_4 = 29.9943^{\circ}$
运行误差	$\Delta\theta_1 = 0^{\circ}, \Delta\theta_2 = 0.0202^{\circ}, \Delta\theta_3 = 0.0444^{\circ}, \Delta\theta_4 = 0.0444^{\circ}$	$\Delta\theta_1 = 0.0004^{\circ}, \Delta\theta_2 = 0.0043^{\circ}, \Delta\theta_3 = -0.0014^{\circ}, \Delta\theta_4 = -0.0099^{\circ}, \Delta\theta_4 = -0.0057^{\circ}$

表3 旋量理论与D-H方法所得逆解
Tab.3 Inverse kinematics solution between screw theory and D-H method

手指	旋量理论		D-H方法	
	食指	拇指	食指	拇指
求解情况	解析解	θ_5 为数值解，其他角度为解析解	θ_3 为数值解，其他角度为解析解	θ_3 和 θ_5 为数值解，其他角度为解析解
运行时间(ms)	2.603	4.388	4.428	8.152

4 结语

应用旋量理论建立了Shadow三指(拇指、食指、无名指)灵巧手各指的运动学模型，针对各手

指不同的结构,提出采用 Paden-Kahan 子问题与代数解结合求解食指(无名指)的逆解,采用数值法与 Paden-Kahan 子问题相结合求解拇指逆解,这两种求解算法,整体计算量小,提高了计算效率;拇指和食指求逆的过程利用了 Paden-Kahan 几何算法,并利用了轴的交点、轴外点等几何量进行计算,几何特征明显;通过实例计算,验证了该逆解算法的可行性与有效性。

参考文献:

- [1] DENAVIT J, HARTENBERG R S. A Kinematics Notation for Lower Pair Mechanisms Based on Matrices [J]. Journal of Applied Mechanics, 1995, 21(5): 215-221.
- [2] LEE R, YAN Honglin. Development of Universal Environment for Constructing 5-axis Virtual Machine Tool Based on Modified D-H Notation and OpenGL [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2010, 26(3): 253-262.
- [3] ROCHA C R, TONETTO C P, DIAS A. A Comparison between the Denavit-Hartenberg and the Screw-based Methods Used in Kinematic Modeling of Robot Manipulators [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2011, 27(4): 723-728.
- [4] 张玉茹, 李继婷, 李剑锋. 机器人灵巧手—建模、规划与仿真 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2007.
ZHANG Yuru, LI Jiting, LI Jianfeng. Dexterous Robot Hand—model Planning and Simulation [M]. Beijing: China Machine Press, 2007.
- [5] SARIYILDIZ E, TEMELTAS H. Solution of Inverse Kinematic Problem for Serial Robot Using Quaternion [C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Changchun: IEEE, 2009: 26-31.
- [6] TAN Yuesheng, XIAO Aiping. Extension of the Second Paden-Kahan Sub-problem and Its' Application Kinematics of a Manipulator [C]// Proceedings in the Inverse of the International Mechatronics Conference on Robotics Automation. Chengdu: IEEE, 2008: 379-381.
- [7] 钱东海, 王新峰, 赵伟, 等. 基于旋量理论和 Paden-Kahan 子问题的 6 自由度机器人逆解算法 [J]. 机械工程学报, 2009, 45(9): 72-76.
QIAN Donghai, WANG Xinfeng, ZHAO Wei, et al. Algorithm for the Inverse Kinematics Calculation of 6-DOF Robots Based on Screw Theory and Paden-Kahan Sub-problems [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(9): 72-76.
- [8] 陈庆诚, 朱世强, 王宣银, 等. 基于旋量理论的串联机器人逆解子问题求解算法 [J]. 浙江大学学报: (工学版), 2014, 48(1): 8-14.
CHEN Qingcheng, ZHU Shiqiang, WANG Xuanyin, et al. Inverse Kinematics Sub-problem Solution Algorithm for Serial Robot Based on Screw Theory [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2014, 48(1): 8-14.
- [9] 孙恒辉, 赵爱武, 李达, 等. 基于新旋量子问题改进一类 6R 串联机器人逆解算法 [J]. 机械工程学报, 2016, 52(1): 79-86.
SUN Henghui, ZHAO Aiwu, LI Da, et al. Improvement of the Algorithm of the Inverse Kinematics Calculation for 6R Series Robots Based on One Novel Paden-Kahan Sub-problem [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(1): 79-86.
- [10] 吕世增, 张大卫, 刘海年. 基于吴方法的 6R 机器人逆运动学旋量方程求解 [J]. 机械工程学报, 2010, 46(17): 35-41.
LYU Shizeng, ZHANG Dawei, LIU Hainian. Solution of Screw Equation for Inverse Kinematics of 6R Robot Based on Wu's Method [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(17): 35-41.
- [11] 李盛前, 谢小鹏. 基于旋量理论和 Sylvester 结式法的 6 自由度机器人逆运动学求解分析 [J]. 农业工程学报, 2015, 31(20): 48-54.
LI Shengqian, XIE Xiaopeng. Analysis of Inverse Kinematic Solution for 6R Robot Based on Screw Theory and Sylvester Resultant [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2015, 31(20): 48-54.
- [12] HUNT K H. Kinematic Geometry of Mechanisms [M]. New York: Oxford University Press, 1978.

(编辑 张 洋)

作者简介: 裴九芳, 女, 1980 年生。安徽工程大学机械与汽车工程学院副教授。主要研究方向为机器人灵巧手的抓取规划、机器人控制等。发表论文 15 篇。E-mail: jfpei@ahpu.edu.cn。
许德章, 男, 1964 年生。安徽工程大学机械与汽车工程学院教授。
王海, 男, 1976 年生。安徽工程大学机械与汽车工程学院教授。