

# Предисловие

Пособие составлено в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта и программы по алгебре для 9 класса общеобразовательной школы. В сборник включены задачи по всем разделам алгебры, изучаемым в 9 классе средней школы. Содержит более 500 задач трех уровней сложности. В уровень А включены простые задачи, предназначенные для отработки элементарных навыков решения задач. В уровне В представлены базовые задачи, соответствующие обязательному уровню программы. В уровень С входят задачи повышенной сложности, олимпиадные и конкурсные задачи.

Как правило, представлены парные задачи, позволяющие отрабатывать пройденный материал в школе и закреплять его дома. В конце пособия приведены ответы, к наиболее сложным задачам даны и методические указания.

Все задачи данного сборника сгруппированы по темам:

I. Квадратичная функция.

1. Функции и их свойства.
2. Квадратный трехчлен.
3. Квадратичная функция и ее график.
4. Степенная функция. Корень  $n$ -й степени.

II. Уравнения и неравенства с одной переменной.

5. Уравнения с одной переменной.
6. Неравенства с одной переменной.

III. Уравнения и неравенства с двумя переменными.

7. Уравнения с двумя переменными и их системы.
8. Неравенства с двумя переменными и их системы.

IV. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

9. Арифметическая прогрессия.
10. Геометрическая прогрессия.

V. Элементы комбинаторики и теории вероятностей.

11. Элементы комбинаторики.
12. Начальные сведения из теории вероятностей.

Задачник предназначен для учеников и учителей общеобразовательных и профильных школ. Наличие в пособии задач разного уровня сложности позволяет использовать его для классной и домашней работы, проведения самостоятельных, контрольных и зачетных работ, подготовки к олимпиадам и ОГЭ. Сборник задач апробирован в общеобразовательных классах и в классах с углубленным изучением математики.

# 1. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

## 1. Функции и их свойства

### Уровень А

1. Найдите  $f(-1)$ ,  $f(0)$  и  $f(2)$ , если:

а)  $f(x) = 2x + 3$ ;

г)  $f(x) = x^2 + 3x$ ;

б)  $f(x) = 2 - 3x$ ;

д)  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ;

в)  $f(x) = x^2 - 4$ ;

е)  $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ .

2. а) Даны функции  $f(x) = \frac{3}{x} - 4x$  и  $h(x) = 2x - 5$ . Сравните:

1)  $f(1)$  и  $h(1)$ ;

2)  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  и  $h(4)$ ;

3)  $f(-2)$  и  $h(1)$ .

б) Даны функции  $y(x) = 2x - \frac{6}{x}$  и  $z(x) = 4x - 3$ . Сравните:

1)  $y(-1)$  и  $z(0)$ ;

2)  $y(2)$  и  $z\left(-\frac{1}{2}\right)$ ;

3)  $y(3)$  и  $z(2)$ .

3. а) Найдите значение  $x$ , при котором функция, заданная формулой  $f(x) = 5 - 3x$ , принимает значение:

1) 2;

2) -1;

3) 8.

б) Найдите значение  $x$ , при котором функция, заданная формулой  $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ , принимает значение:

1) -1;

2) 3;

3) 0.

4. Определите, существует ли значение  $x$ , при котором значение функции равно 2; 1; 0.

а)  $g(x) = \frac{3}{x+1}$ ;

б)  $g(x) = \frac{5}{2+x}$ .

5. Найдите значение  $x$ , при котором  $h(x) = 0$ :

а)  $h(x) = -3(x+1)(x-2)$ ;

в)  $h(x) = \frac{x+2}{5-x}$ ;

б)  $h(x) = 2(x-3)(x-5)$ ;

г)  $h(x) = \frac{4-2x}{x+1}$ .

6. а) Из множества чисел  $\{-3; -1; 0; 2; 3; 7\}$  выпишите числа:

1) входящие в область определения функции  $f(x) = \sqrt{2x-3}$ ;

2) не входящие в область определения функции  $g(x) = \sqrt{2-3x}$ .

б) Из множества чисел  $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$  выпишите числа:

1) входящие в область определения функции  $f(x) = \sqrt{3x+4}$ ;

2) не входящие в область определения функции  $g(x) = \sqrt{-4x-3}$ .

7. Постройте график функции, заданной формулой:

а)  $y = 2x - 4$ ;

в)  $y = \frac{2}{x}$ ;

б)  $y = 6 - 2x$ ;

г)  $y = -\frac{3}{x}$ .

8. Найдите область определения функции:

а)  $y = 3x - 6$ ;

д)  $y = \frac{2x+3}{2-x}$ ;

б)  $y = 1 - 2x$ ;

е)  $y = \frac{7x+10}{x+1}$ ;

в)  $y = 2x^2 + 3x - 1$ ;

ж)  $y = \sqrt{x-11}$ ;

г)  $y = -x^2 + 7x + 2$ ;

з)  $y = \sqrt{10-x}$ .

9. а) Найдите область определения и множество значений функции  $y = f(x)$ , график которой изображен на рисунке 1. Чему равно  $f(1)$ ;  $f(2)$ ;  $f(4)$ ?

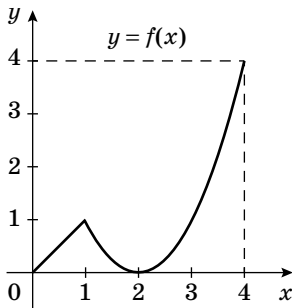


Рис. 1

б) Найдите область определения и множество значений функции  $y = g(x)$ , график которой изображен на рисунке 2. Чему равно  $g(1)$ ;  $g(2)$ ;  $g(4)$ ?

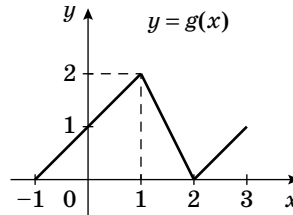


Рис. 2

10. Не выполняя построения, найдите точки пересечения графика функции с осями координат:

а)  $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$ ;

в)  $f(x) = \frac{2-x}{x-1}$ ;

б)  $f(x) = 3x + 15$ ;

г)  $f(x) = \frac{x+3}{3-2x}$ .

11. а) Постройте график функции  $f(x) = 2x - 4$  на отрезке  $[-2; 3]$ . Пользуясь графиком, найдите:

- 1) множество значений функции;
- 2) нули функции;
- 3) промежутки, в которых функция принимает отрицательные значения;

4) промежутки, в которых функция принимает положительные значения;

5) наибольшее и наименьшее значения функции;

6) промежутков возрастания функции.

б) Постройте график функции  $g(x) = 6 - 3x$  на отрезке  $[-1; 3]$ . Пользуясь графиком, найдите:

1) множество значений функции;

2) нули функции;

3) промежутки, в которых функция принимает отрицательные значения;

4) промежутки, в которых функция принимает положительные значения;

5) наибольшее и наименьшее значения функции;

6) промежутки убывания функции.

12. а) На рисунке 3 изображен график функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[-5; 5]$ .

Пользуясь графиком, найдите:

1) область определения функции;

2) множество значений функции;

3) наименьшее и наибольшее значения функции;

4) нули функции;

5) промежутки, в которых функция принимает положительные значения;

6) промежутки, в которых функция принимает отрицательные значения;

7) промежутки, на которых функция возрастает;

8) промежутки, на которых функция убывает.

б) На рисунке 4 изображен график функции  $y = h(x)$  на отрезке  $[-1; 4]$ .

Пользуясь графиком, найдите:

1) область определения функции;

2) множество значений функции;

3) наименьшее и наибольшее значения функции;

4) нули функции;

5) промежутки, в которых функция принимает положительные значения;

6) промежутки, в которых функция принимает отрицательные значения;

7) промежутки, на которых функция возрастает;

8) промежутки, на которых функция убывает.

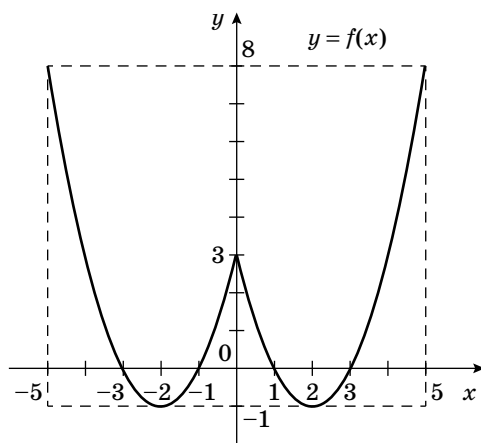


Рис. 3

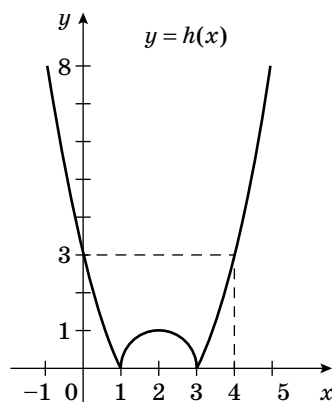


Рис. 4

13. а) Из следующего набора функций:  $y = 2x - 3$ ;  $y = 3 - 7x$ ;  $y = \frac{1}{2}x + 3$ ;

$y = 3$ ;  $y = -10x + 1$ ;  $y = 0,01x + 1$  выпишите:

1) возрастающие функции;

2) убывающие функции.

б) Из следующего набора функций:  $y = 5x + 8$ ;  $y = -2$ ;  $y = 10 - 3x$ ;  
 $y = 0,001x + 2$ ;  $y = -100x - 3$ ;  $y = -x + 1$  выпишите:

1) возрастающие функции;

2) убывающие функции.

14. Установите соответствие между функциями и множествами, являющимися их областями определения.

а) А)  $f(x) = 3 - 2x$       Б)  $g(x) = \sqrt{2x - 3}$       В)  $h(x) = \sqrt{-2x - 3}$

1)  $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$       2)  $(-\infty; +\infty)$       3)  $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right]$

б) А)  $f(x) = 4x - 10$       Б)  $g(x) = \sqrt{4x + 10}$       В)  $h(x) = \sqrt{10 - 4x}$

1)  $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right]$       2)  $\left[-\frac{5}{2}; +\infty\right)$       3)  $(-\infty; +\infty)$

15. Найдите нули функции (если они существуют):

а)  $y = \frac{1}{2}x - 10$ ;

г)  $y = (x - 1)(x - 5)$ ;

б)  $y = -0,4x + 8$ ;

д)  $y = -15$ ;

в)  $y = x(x + 2)$ ;

е)  $y = 12$ .

16. Опишите свойства функций:

а)  $y(x) = -0,5x + 3$ ;

г)  $y(x) = -\frac{3}{x}$ ;

б)  $y(x) = 0,2x - 4$ ;

д)  $y(x) = \sqrt{x - 1}$ ;

в)  $y(x) = \frac{2}{x}$ ;

е)  $y(x) = \sqrt{x + 2}$ .

17. Задайте формулой какую-нибудь функцию, нулями которой являются числа:

а)  $-5$ ;

б)  $4$ ;

в)  $-3$ ;  $2$ ;

г)  $-1$ ;  $4$ .

18. Задайте формулой какую-нибудь функцию, областью определения которой является:

а) множество всех чисел;

б) множество всех чисел, кроме  $-1$ ;

в) множество всех чисел, кроме  $3$ ;

г) множество  $[2; +\infty)$ ;

д) множество  $(-\infty; -3]$ .

19. Найдите все значения  $x$ , при которых функция  $f(x)$ :

а)  $f(x) = 2x - 7$ ;

в)  $f(x) = \frac{7}{x}$ ;

б)  $f(x) = 5x + 9$ ;

г)  $f(x) = -\frac{5}{x}$

1) принимает отрицательные значения;

2) принимает положительные значения.

20. а) Дана функция  $f(x) = -3x + 1$ , где  $-2 \leq x \leq 3$ . Найдите область значений функции.

б) Дана функция  $f(x) = 2x - 3$ , где  $-3 \leq x \leq 2$ . Найдите область значений функции.

21. а) Дана функция  $y = 4x - 3$ . Найдите зависимость переменной  $x$  от величины  $y$ .

б) Дана функция  $y = -3x + 2$ . Найдите зависимость переменной  $x$  от величины  $y$ .

22. Высота подъема  $h$  (м) тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$  (м/с), вычисляется по формуле  $h = \frac{v_0^2}{2g}$

( $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). Определите, при какой скорости  $v_0$  высота подъема  $h$  равна:

а) 20 м;

б) 80 м.

### Уровень В

23. Найдите  $f(1) - f(-2)$ , если:

а)  $f(x) = \frac{3x - x^2}{x + 1}$ ;

в)  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2}$ ;

б)  $f(x) = \frac{2x + x^2}{x + 3}$ ;

г)  $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 4}$ .

24. Найдите область определения функции:

а)  $f(x) = 1 + \frac{1}{4 - \frac{1}{x}}$ ;

г)  $f(x) = 5 + \frac{2}{2x - \frac{8}{x}}$ ;

б)  $f(x) = 2 + \frac{1}{5 - \frac{2}{x}}$ ;

д)  $f(x) = \frac{\sqrt{x-5}}{x^2 - 14x + 48}$ ;

в)  $f(x) = 4 + \frac{3}{x - \frac{1}{x}}$ ;

е)  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{x^2 + 5x + 6}$ .

25. Найдите нули функций (если они есть):

а)  $f(x) = \frac{3(x+5)(x-4)}{x^2 - 16}$ ;

в)  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 3}$ ;

б)  $f(x) = \frac{3x^2(1-x)}{2x - 4x^2}$ ;

г)  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - x - 2}$ .

26. Укажите промежутки возрастания и убывания для следующих функций:

а)  $f(x) = \frac{4x - 3}{x - 1}$ ;

в)  $f(x) = 2|x| - 1$ ;

б)  $f(x) = \frac{2x + 3}{x + 1}$ ;

г)  $f(x) = 3 - 2|x|$ .

27. Найдите множество значений функции:

а)  $f(x) = \frac{5}{6x - 2} - 3$ ;

б)  $f(x) = \frac{7}{2x - 5} + 2$ ;

$$\text{в) } f(x) = 3 - \frac{x}{2-x};$$

$$\text{д) } f(x) = \sqrt{4-x^2};$$

$$\text{г) } f(x) = 1 - \frac{x}{5-x};$$

$$\text{е) } f(x) = \sqrt{9-x^2}.$$

**28.** Найдите наибольшее значение функции:

$$\text{а) } f(x) = 5 - |x-1|;$$

$$\text{в) } f(x) = 6 - \sqrt{x-4};$$

$$\text{б) } f(x) = 4 - |x+3|;$$

$$\text{г) } f(x) = 3 - \sqrt{x+1}.$$

**29.** Найдите наименьшее значение функции:

$$\text{а) } f(x) = |x-2| - 3;$$

$$\text{в) } f(x) = 3\sqrt{x-1} + 5;$$

$$\text{б) } f(x) = 2|x+1| + 4;$$

$$\text{г) } f(x) = 10\sqrt{x+2} + 15.$$

**30.** Найдите значение  $x$ , при которых функция:

$$\text{а) } f(x) = |x-1| - 2;$$

$$\text{в) } f(x) = \sqrt{x-1} - 1;$$

$$\text{б) } f(x) = -|x+1| + 3;$$

$$\text{г) } f(x) = 2 - \sqrt{x+1}$$

1) принимает положительные значения;

2) принимает отрицательные значения.

**31.** Найдите области определения и значений функции:

$$\text{а) } y = \sqrt{2x-4} + 3;$$

$$\text{б) } y = \sqrt{6-3x} - 4.$$

**32.** а) Дана функция  $f(x) = x^2 + 3$ , где  $-2 \leq x \leq 3$ . Найдите область значений функции.

б) Дана функция  $f(x) = 1 - x^2$ , где  $-3 \leq x \leq 2$ . Найдите область значений функции.

**33.** а) Дана функция  $y = \frac{x+3}{1-x}$ . Найдите зависимость переменной  $x$  от величины  $y$ .

б) Дана функция  $y = \frac{3-x}{x+1}$ . Найдите зависимость  $x$  от величины  $y$ .

**34.** а) Поезд сначала ехал 2 ч со скоростью 50 км/ч, а затем еще 3 ч со скоростью 70 км/ч. Задайте зависимость пройденного пути  $S$  (км) от времени движения  $t$  (ч) (где  $0 \leq t \leq 5$ ).

б) Поезд сначала ехал 3 ч со скоростью 50 км/ч, а затем еще 2 ч со скоростью 70 км/ч. Задайте зависимость пройденного пути  $S$  (км) от времени движения  $t$  (ч) (где  $0 \leq t \leq 5$ ).

**35.** Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и прямой:

$$\text{а) } y = 3x - 6;$$

$$\text{б) } y = 4 - 2x.$$

**36.** Найдите площадь треугольника, ограниченного осью абсцисс и графиком функции:

$$\text{а) } y = 4 - |x|;$$

$$\text{б) } y = |x| - 2.$$

**37.** Найдите  $f(f(x))$ , если:

$$\text{а) } f(x) = x + 2;$$

$$\text{в) } f(x) = 3 - 2x;$$

$$\text{б) } f(x) = 3 - x;$$

$$\text{г) } f(x) = 3x - 2.$$

**38.** Найдите  $f(x)$ , если:

$$\text{а) } f(x+3) = 2x - 1;$$

$$\text{в) } f(2x-1) = 3x + 2;$$

$$\text{б) } f(2-x) = 2 - 3x;$$

$$\text{г) } f(2-3x) = 4 - 5x.$$

**39. Постройте график функции:**

а)  $y = \frac{3x^2 + 2x}{x}$ ;

з)  $y = \frac{4 - x^2}{x - 2}$ ;

б)  $y = \frac{3x - 2x^2}{x}$ ;

и)  $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$ ;

в)  $y = \frac{x^3}{|x|}$ ;

к)  $y = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x - 2}$ ;

г)  $y = -\frac{x^3}{|x|}$ ;

л)  $y = \frac{x - 3}{3x - x^2}$ ;

д)  $y = 2x + |x| + 1$ ;

м)  $y = \frac{x + 2}{x^2 + 2x}$ ;

е)  $y = -2x + |x| - 1$ ;

н)  $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{|x - 3|}$ ;

ж)  $y = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$ ;

о)  $y = \frac{4x - x^2 - 4}{|x - 2|}$ .

### Уровень С

**40. а)** Найдите значение выражения  $\frac{f(-6) + f(-1)}{f(3)}$ , если

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x}, & \text{если } x \leq -2, \\ 5x - 7, & \text{если } -2 < x \leq 0, \\ 7 - x^2, & \text{если } x > 0; \end{cases}$$

**б)** найдите значение выражения  $\frac{g(-2) + g(0)}{g(5) - 0,6}$ , если

$$g(x) = \begin{cases} -x^2 - 1, & \text{если } x < -1, \\ -\frac{4}{x^2 + 1}, & \text{если } -1 \leq x < 3, \\ 2x - 6,4, & \text{если } x \geq 3; \end{cases}$$

**в)** найдите значение  $h(a^2 - 1)$  при  $a \in (-1; 1)$ , если  $h(x) = x + |x|$ ;

**г)** найдите значение  $s(a^2 - 4a + 3)$  при  $a \in (1; 3)$ , если  $s(x) = \frac{|x|}{x}$ .

**41.** Найдите количество целых чисел, входящих в область определения функции:

а)  $f(x) = \sqrt{5 - |3 - x|}$ ;

в)  $f(x) = \sqrt{\frac{1 - |x - 3|}{|x + 2| - 2}}$ ;

б)  $f(x) = \sqrt{2 - |5 - x|}$ ;

г)  $f(x) = \sqrt{\frac{2 - |x - 5|}{|x + 1| - 3}}$ .

**42.** Найдите множество значений функции:

а)  $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 3}$ ;

б)  $y = \frac{x^2 + x - 5}{x - 2}$ .



43. а) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 + 4x + 4}$  на отрезке  $[-3; 4]$ ;

б) найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} + 2\sqrt{x^2 + 10x + 25}$  на отрезке  $[-6; 1]$ .

44. Постройте график функции:

а)  $y = x + |x - 2|$ ;

е)  $y = \frac{4 - x^2}{x + 2} + 3x - 1$ ;

б)  $y = 2x - |x - 3|$ ;

ж)  $\frac{y + x - 1}{x + 2} = 3$ ;

в)  $y = |x - 1| + |x + 2|$ ;

з)  $\frac{2y - x - 2}{y + x} = 1$ ;

г)  $y = |x - 1| - |x + 2|$ ;

и)  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + 2x$ ;

д)  $y = \frac{x^2 - 9}{3 - x} + 2x + 1$ ;

к)  $y = 3x - \sqrt{x^2 + 4x + 4}$ .

45. Найдите функцию  $y(x)$ , если известно значение:

а)  $y(6 - x) = 5 + x$ ;

г)  $y(6 - x) = 2 - |x + 3|$ ;

б)  $y(6 - x) = \frac{2x + 1}{3x - 2}$ ;

д)  $y(6 - x) = \frac{3|x - 1| + 2}{2x - 1}$ .

в)  $y(6 - x) = 2x^2 - 3x + 4$ ;

46. Найдите функцию  $y(x)$ , если известно значение:

а)  $y(2x - 4) = 3 - 2x$ ;

г)  $y(2x - 4) = 4x - 2|x + 1|$ ;

б)  $y(2x - 4) = \frac{2x - 1}{4x + 2}$ ;

д)  $y(2x - 4) = \frac{2|x + 1| + 3}{4|x| - 8}$ .

в)  $y(2x - 4) = 4x^2 + 2x - 7$ ;

47. Найдите функцию  $y(x)$ , если выполнено равенство:

а)  $2y(x) + 3y(-x) = 4x^2 - 7x + 5$ ;

б)  $3y(x) - 2y(-x) = -x^2 + 8x + 3$ ;

в)  $2y(x - 3) - 5y(3 - x) = x^2 - 3x + 1$ ;

г)  $y(x - 5) - 2y(5 - x) = -x^2 + 2x - 1$ ;

д)  $2y(x) - 3y\left(\frac{1}{x}\right) = 5x^2 - \frac{3}{x^2}$ ;

е)  $y(x) + 2y\left(\frac{1}{x}\right) = -x + \frac{7}{x} + 1$ .

48. Найдите  $f(f(x))$ , если:

а)  $f(x) = -3x + 5$ ;

г)  $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 1}$ ;

б)  $f(x) = 2x - 1$ ;

д)  $f(x) = x^2 + x$ ;

в)  $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$ ;

е)  $f(x) = 3x - x^2$ .

49. Найдите  $y_1 = f(h(x))$  и  $y_2 = h(f(x))$ , если:

а)  $f(x) = 3x - 2$ ,  $h(x) = 1 - 2x$ ;

г)  $f(x) = x - x^2$ ,  $h(x) = x^2 + 2x$ ;

б)  $f(x) = 2x + 1$ ,  $h(x) = 2 - 3x$ ;

д)  $f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$ ,  $h(x) = x^2 + x$ ;

в)  $f(x) = x^2 + x$ ,  $h(x) = 2x - x^2$ ;

е)  $f(x) = 2x - x^2$ ,  $h(x) = \frac{x + 1}{1 - x}$ .

**50.** Постройте график функции  $g(x) = f(|x|)$  и опишите свойства функции  $y = g(x)$ , если:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} 1 - x, & \text{если } x \in [0; 3], \\ x - 5, & \text{если } x \in (3; 4], \\ 2x - 9, & \text{если } x \in (4; +\infty); \end{cases}$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{если } x \in [0; 2], \\ -2x + 7, & \text{если } x \in (2; 5), \\ x - 8, & \text{если } x \in [5; +\infty). \end{cases}$$

## 2. Квадратный трехчлен

### Уровень А

**51.** Из каждого набора многочленов выпишите квадратные трехчлены:

а)  $x^2 - 4x^4 + 3$ ;  $x - x^2 + 6$ ;  $-x^2 + 2x$ ;  $x^2 - 5$ ;  $x - x^3$ ;  $x^2 + 1 - x^2$ ;

б)  $x^2 - 6x + 9$ ;  $x^2 - 3x - x^2$ ;  $x^2 - 3x^5 + x$ ;  $2x + x^2$ ;  $x^2 + 9$ ;  $3x + 1 + x^2$ .

**52.** а) Какие из чисел  $-3$ ;  $-1$ ;  $1$ ;  $2$ ;  $3$  являются корнями многочлена  $x^2 - 4x + 3$ ?

б) Какие из чисел  $-5$ ;  $-1$ ;  $1$ ;  $3$ ;  $5$  являются корнями многочлена  $x^2 - 6x + 5$ ?

в) Какие из чисел  $-2$ ;  $-\frac{1}{2}$ ;  $1$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $2$  являются корнями многочлена  $2x^2 - 5x + 2$ ?

г) Какие из чисел  $-3$ ;  $-1$ ;  $-\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{3}$ ;  $3$  являются корнями многочлена  $3x^2 + 10x + 3$ ?

**53.** Установите соответствие между многочленом и его корнями.

а)      А)  $x - x^2$                       Б)  $x^2 - 6x + 8$                       В)  $x^2 - 9$

          1)  $-3$ ;  $3$                       2)  $0$ ;  $1$                       3)  $2$ ;  $4$

б)      А)  $x^2 + 5x + 6$                       Б)  $x^2 - 16$                       В)  $4x + 2x^2$

          1)  $0$ ;  $-2$                       2)  $-4$ ;  $4$                       3)  $-2$ ;  $-3$

**54.** Определите количество корней у квадратного трехчлена:

а)  $2x^2 + 5x + 4$ ;

г)  $3x^2 - 10x + 3$ ;

б)  $3x^2 - 2x + 4$ ;

д)  $2x^2 + 8x + 8$ ;

в)  $2x^2 + 5x + 2$ ;

е)  $3x^2 - 6x + 3$ .

**55.** Найдите корни квадратного трехчлена:

а)  $2x^2 - 7x + 3$ ;

г)  $x^2 - 3x - 4$ ;

б)  $3x^2 - 7x + 2$ ;

д)  $4x^2 - 36$ ;

в)  $x^2 - 2x - 3$ ;

е)  $5x^2 - 80$ .

**56.** Из каждого набора квадратных трехчленов выпишите те, которые можно разложить на множители:

а)  $2x^2 + 7x + 10$ ;  $x^2 - 7x + 12$ ;  $x^2 + 4$ ;  $3x^2 + 12x + 12$ ;  $2x^2 - 2x - 12$ ;  
 $x^2 + 2x - 2$ ;

б)  $x^2 - 4x + 1$ ;  $3x^2 - 5x + 4$ ;  $x^2 + 8x + 12$ ;  $2x^2 + 10$ ;  $2x^2 + 8x + 8$ ;  
 $3x^2 + 3x - 18$ .

57. Установите соответствие между квадратными трехчленами и их разложениями на множители.

- |    |                     |                     |                     |
|----|---------------------|---------------------|---------------------|
| а) | А) $x^2 - 3x + 2$   | Б) $x^2 + 3x + 2$   | В) $-x^2 + 3x - 2$  |
|    | 1) $(x + 1)(x + 2)$ | 2) $(1 - x)(x - 2)$ | 3) $(x - 1)(x - 2)$ |
| б) | А) $x^2 - 4x + 3$   | Б) $-x^2 + 4x - 3$  | В) $x^2 + 4x + 3$   |
|    | 1) $(3 - x)(x - 1)$ | 2) $(x - 1)(x - 3)$ | 3) $(x + 1)(x + 3)$ |

58. Разложите на множители квадратный трехчлен:

- |                       |                      |
|-----------------------|----------------------|
| а) $x^2 - 10x + 21$ ; | г) $x^2 - x - 30$ ;  |
| б) $x^2 - 9x + 18$ ;  | д) $2x^2 - 7x + 3$ ; |
| в) $x^2 + x - 12$ ;   | е) $3x^2 - 7x + 2$ . |

59. Запишите разложение приведенного квадратного трехчлена на множители, если корни этого квадратного трехчлена равны:

- |                       |                                     |
|-----------------------|-------------------------------------|
| а) 3 и 5;             | д) -3 и -2;                         |
| б) 2 и 4;             | е) -5 и -1;                         |
| в) $\frac{1}{2}$ и 2; | ж) $-\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$ ; |
| г) $\frac{1}{3}$ и 3; | з) $-\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{2}$ . |

60. Какое выражение надо подставить вместо многоточия, чтобы получилось верное равенство?

- |                                     |                                       |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| а) $x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(...)$ ;  | г) $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(...)$ ;   |
| б) $x^2 - 7x + 12 = (x - 4)(...)$ ; | д) $2x^2 - 5x + 2 = (2x - 1)(...)$ ;  |
| в) $x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(...)$ ;  | е) $3x^2 - 10x + 3 = (3x - 1)(...)$ . |

61. Сократите дробь:

- |                                    |                                    |
|------------------------------------|------------------------------------|
| а) $\frac{x^2 - 7x + 10}{x - 2}$ ; | в) $\frac{x + 1}{x^2 - 6x - 7}$ ;  |
| б) $\frac{x^2 - 9x + 18}{x - 6}$ ; | г) $\frac{x + 2}{x^2 - 3x - 10}$ . |

62. а) Найдите значение дроби  $\frac{x^2 - 11x - 26}{9x + 18}$  при  $x = 9013$ .

б) Найдите значение дроби  $\frac{x^2 - 8x - 33}{10x + 30}$  при  $x = 10\,011$ .

63. Выделите квадрат двучлена из квадратного трехчлена:

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| а) $x^2 - 4x + 5$ ;  | в) $x^2 + 8x - 1$ ;  |
| б) $x^2 - 6x + 10$ ; | г) $x^2 + 10x - 3$ . |

64. а) Докажите, что квадратный трехчлен:

- 1)  $x^2 - 12x + 37$  принимает только положительные значения;
- 2)  $x^2 - 10x + 27$  принимает только положительные значения.

б) Докажите, что квадратный трехчлен:

- 1)  $-x^2 - 8x - 20$  принимает только отрицательные значения;
- 2)  $-x^2 - 14x - 55$  принимает только отрицательные значения.

## Уровень В

**65.** Найдите корни квадратного трехчлена:

а)  $10x^2 - 7\sqrt{3}x + 3$ ;

в)  $x^2 - (3 - 2\sqrt{3})x + 5 - 3\sqrt{3}$ ;

б)  $6x^2 - 5\sqrt{5}x + 5$ ;

г)  $x^2 - (5 - 2\sqrt{5})x + 11 - 5\sqrt{5}$ .

**66.** Определите, при каких значениях параметра  $a$  можно разложить на множители квадратный трехчлен:

а)  $2x^2 + 7x - a$ ;

в)  $ax^2 + 4x + 8$ ;

б)  $3x^2 + 5x + 2a$ ;

г)  $ax^2 - 3x + 3$ .

**67.** Сократите дробь:

а)  $\frac{x^2 + 2x - 15}{4x - x^2 - 3}$ ;

в)  $\frac{4x^2 - 7x - 2}{11x - 4x^2 + 3}$ ;

б)  $\frac{6 - x - x^2}{x^2 - 7x + 10}$ ;

г)  $\frac{2x^2 + 3x - 2}{7x - 2x^2 - 3}$ .

**68.** Постройте график функции:

а)  $y = \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2}$ ;

в)  $y = \frac{5x^2 + 4x - 1}{x + 1} - \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ ;

б)  $y = \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2}$ ;

г)  $y = \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1} - \frac{x^2 - 4}{x + 2}$ .

**69.** а) При каком значении  $x$  квадратный трехчлен  $2x^2 - 4x - 5$  принимает наименьшее значение? Чему оно равно?

б) При каком значении  $x$  квадратный трехчлен  $-3x^2 + 6x - 7$  принимает наибольшее значение? Чему оно равно?

**70.** Определите, при каком наименьшем значении параметра  $a$  можно сократить дробь:

а)  $\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - a}$ ;

б)  $\frac{x^2 + 2x - 48}{x^2 - a}$ .

**71.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых можно сократить дробь:

а)  $\frac{x^2 + 3x - 28}{x^2 + ax + 16}$ ;

б)  $\frac{x^2 + 5x - 14}{x^2 + ax + 4}$ .

**72.** Запишите многочлен  $P(x)$  по степеням величины  $x - 3$ :

а)  $P(x) = 3x^2 - 7x - 1$ ;

б)  $P(x) = -2x^2 + 5x + 3$ .

**73.** Запишите многочлен  $P(x)$  по степеням величины  $5 - 2x$ :

а)  $P(x) = 4x^2 - 6x + 1$ ;

б)  $P(x) = -8x^2 + 2x - 7$ .

**74.** Напишите квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, который имеет корни:

а)  $-\frac{1}{2}$  и  $\frac{2}{3}$ ;

б)  $-\frac{2}{3}$  и  $\frac{1}{4}$ .

**75.** Квадратный трехчлен  $3x^2 + 5x - 4$  имеет корни  $x_1$  и  $x_2$ . Напишите квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, который имеет корни:

а)  $2x_1$  и  $2x_2$ ;

в)  $x_1 + 1$  и  $x_2 + 1$ ;

б)  $-3x_1$  и  $-3x_2$ ;

г)  $x_1 - 2$  и  $x_2 - 2$ .

**76.** Найдите связь между переменными  $x$  и  $y$ , если выполнено равенство:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 2x^2 + 3xy - 20y^2 = 0; & \text{в) } \frac{10x^2 - 13xy + 3y^2}{2x^2 - 3y^2} = 4; \\ \text{б) } 3x^2 - 13xy + 4y^2 = 0; & \text{г) } \frac{9x^2 - 8xy - 3y^2}{2x^2 - 3y^2} = 2. \end{array}$$

**77.** Разложите на множители многочлен:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } x^9 - 5x^8 + 6x^7; & \text{г) } x^4 - 13x^2 + 36; \\ \text{б) } x^7 + 9x^6 + 20x^5; & \text{д) } 5x^2 - 2ax - 3a^2; \\ \text{в) } x^4 - 5x^2 + 4; & \text{е) } 7x^2 + 3ax - 10a^2. \end{array}$$

**78.** Найдите наибольшее значение выражения  $A$ . При каких значениях  $x$  и  $y$  оно достигается?

$$\begin{array}{ll} \text{а) } A = \frac{7}{(x-2)^2 + (y+3)^2 + 1}; & \text{в) } A = \frac{10}{x^2 + y^2 + 4x - 6y + 14}; \\ \text{б) } A = \frac{5}{2(x-1)^2 + 3(y+2)^2 + 5}; & \text{г) } A = \frac{8}{x^2 + y^2 - 2x - 10y + 30}. \end{array}$$

**79.** Постройте график функции:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } y = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}; & \text{б) } y = \frac{x^2 - 2x - 8}{x + 2}. \end{array}$$

**80. а)** Периметр прямоугольника равен 48 см. Найдите его площадь, если она наибольшая из всех возможных.

**б)** Периметр прямоугольника равен 56 см. Найдите его площадь, если она наибольшая из всех возможных.

**81.** Упростите выражение:

$$\begin{array}{l} \text{а) } \left( \frac{2}{x-2} + \frac{3x-21}{x^2+x-6} + \frac{2x}{x+3} \right) \cdot \frac{x}{2x-5}; \\ \text{б) } \left( \frac{3}{x-4} + \frac{4x-6}{x^2-3x-4} + \frac{2x}{x+1} \right) \cdot \frac{x}{2x-3}. \end{array}$$

**82. а)** При каких значениях параметра  $a$  трехчлен  $3x^2 + (2a - 1)x + 12 - 6a$  имеет корни противоположных знаков?

**б)** При каких значениях параметра  $a$  трехчлен  $2x^2 - (a - 3)x + 12 + 4a$  имеет корни противоположных знаков?

## Уровень С

**83.** Найдите наибольшее значение выражения  $A$ . При каких значениях  $x$  и  $y$  оно достигается?

$$\begin{array}{l} \text{а) } A = 6y - 4x - x^2 - y^2; \\ \text{б) } A = 10x - 2y - x^2 - y^2 + 3; \\ \text{в) } A = 4x + 5 - 3x^2 - y^2 - 2xy; \\ \text{г) } A = 6 + 4y + 2xy - x^2 - 2y^2. \end{array}$$

**84. а)** Найдите наибольшее значение выражения  $A = 5x^2 + 4xy - 5y^2$ , если  $2x - y = 1$ .

**б)** Найдите наибольшее значение выражения  $A = x^2 - 4xy + y^2$ , если  $x - y = 3$ .

**85.** При каких значениях  $x$  выражение  $A$  принимает наименьшее значение?

а)  $A = x^2(3x - 2)^2 - 2x(3x - 2) - 3$ ; б)  $A = x^2(2x - 5)^2 - 6x(2x - 5) - 5$ .

**86.** а) Стороны прямоугольника равны 11 см и 7 см. Большую его сторону уменьшили на  $a$  см, меньшую – увеличили на такое же число сантиметров. Найдите площадь полученного прямоугольника, если она наибольшая из всех возможных.

б) Стороны прямоугольника равны 13 см и 9 см. Большую его сторону уменьшили на  $a$  см, меньшую – увеличили на такое же число сантиметров. Найдите площадь полученного прямоугольника, если она наибольшая из всех возможных.

**87.** Постройте график функции:

а)  $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{2 - x}$ ;

г)  $y = \frac{-x^3 + 3x^2 - 2x}{x^2 - 2x}$ ;

б)  $y = \frac{-x^2 + 6x - 8}{2 - x}$ ;

д)  $y = \frac{(x - 1)(x^2 - x - 6)}{x^2 + x - 2}$ ;

в)  $y = \frac{x^3 - x^2 - 2x}{2x - x^2}$ ;

е)  $y = \frac{(x + 3)(x^2 - 3x + 2)}{x^2 + x - 6}$ .

**88.** Разложите на множители выражение:

а)  $x^2 - (2a + 1)x + a^2 + a - 2$ ;

е)  $x^2 - 2ax - 2x - 6a - 15$ ;

б)  $x^2 - 2ax - 3a^2 + 4a - 1$ ;

ж)  $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) - 15$ ;

в)  $2a^2 - x^2 - ax - a + x$ ;

з)  $(x + 3)(x - 2)(x + 1)x + 8$ ;

г)  $x^2 - 2a^2 - ax - x - a$ ;

и)  $x^4 + 4$ ;

д)  $x^2 + 3ax + 4x - 6a - 12$ ;

к)  $4x^4 + 1$ .

**89.** Сократите дробь:

а)  $\frac{2x^2 + xy - 6y^2}{3y - 2x}$ ;

в)  $\frac{10y^2 + 9y - 9}{6y^2 + 11y + 3}$ ;

б)  $\frac{3y^2 + 2xy - 8x^2}{4x - 3y}$ ;

г)  $\frac{9y^2 - 6y - 8}{6y^2 - 5y - 4}$ .

**90.** а) Сократите дробь  $\frac{x^2 + 3xy - 4y^2}{x^2 - 9xy + 8y^2}$  и вычислите ее значение при  $\frac{x}{y} = 2$ .

б) Сократите дробь  $\frac{x^2 + 3xy + y^2}{2x^2 - 5xy + 2x^2}$  и вычислите ее значение при  $\frac{x}{y} = 3$ .

**91.** Найдите значение выражения  $\frac{x}{y}$ , если:

а)  $\frac{10x^2 - 13xy + 3y^2}{2x^2 - 3y^2} = 4$ ;

в)  $\frac{7x - y}{6x + 5y} = \frac{6x + 5y}{7x - y}$  и  $xy < 0$ ;

б)  $\frac{9x^2 - 8xy - 3y^2}{2x^2 - 3y^2} = 2$ ;

г)  $\frac{5x - 3y}{3x + 5y} = \frac{3x + 5y}{5x - 3y}$  и  $xy < 0$ .

**92.** Найдите значение выражения:

а)  $16a^2 - 24ab + 9b^2 - 4a + 3b$ , если  $a = \frac{3}{4}b$ ;

б)  $9a^2 + 30ab + 25b^2 + 3a + 5b$ , если  $a = -\frac{5}{3}b$ ;

в)  $25a^2 - 40ab + 16b^2 + 5a - 4b$ , если  $a = \frac{4b-1}{5}$ ;

г)  $9a^2 + 12ab + 4b^2 + 9a + 6b$ , если  $a = -\frac{2b+3}{3}$ .

**93.** Упростите выражение:

а)  $\left(\frac{4x}{x^2-3x+2} + \frac{2}{x^2-1}\right) : \frac{2x+4}{x^2-x-2} - \frac{x}{x-1}$ ;

б)  $\left(\frac{6x}{x^2-x-2} + \frac{9}{x^2-4}\right) : \frac{2x+1}{x^2+3x+2} - \frac{x+13}{x-2}$ .

**94.** Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :

а)  $(a^2 - a - 56)x = a^2 - 64$ ;

б)  $(a^2 + 2a - 8)x = a^2 - 4$ ;

в)  $(a^2 + 5a - 24)x = 2a^2 - 5a - 3$ ;

г)  $(2a^2 - 5a - 3)x = 3a^2 - 10a + 3$ .

**95.** Пусть  $x_1$  и  $x_2$  – корни квадратного трехчлена  $2x^2 + 5x + 1$ . Найдите значение выражения:

а)  $x_1 + x_2$ ;

б)  $x_1x_2$ ;

в)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ;

г)  $x_1^2 + x_2^2$ ;

д)  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ ;

е)  $x_1^3 + x_2^3$ ;

ж)  $|x_1 - x_2|$ .

**96.** Решите предыдущую задачу для квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c$ .

**97.** Пусть  $x_1$  и  $x_2$  – корни квадратного трехчлена  $3x^2 - 5x + 1$ . Напишите квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, корни которого равны:

а)  $2x_1$  и  $2x_2$ ;

б)  $x_1 + 2$  и  $x_2 + 2$ ;

в)  $x_1 + x_2$  и  $x_1x_2$ .

**98.** Решите предыдущую задачу для квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c$  (где  $a, b, c$  – целые числа).

**99.** а) Найдите сумму корней многочлена  $A(x) = 5p^2(x) + 4p(x)q(x) - q^2(x)$ , если  $p(x) = \frac{x^2}{6} + \frac{x}{6} - \frac{29}{6}$ ,  $q(x) = -\frac{x^2}{6} + \frac{5x}{6} + \frac{71}{6}$ .

б) Найдите сумму корней многочлена  $A(x) = 8p^2(x) + 7p(x)q(x) - q^2(x)$ , если  $p(x) = \frac{x^2}{9} + \frac{x}{9} - \frac{13}{9}$ ,  $q(x) = -\frac{x^2}{9} + \frac{8x}{9} + \frac{40}{9}$ .

**100.** а) Найдите произведение корней многочлена  $A(x) = 12p^2(x) - 11p(x)q(x) - q^2(x)$ , если  $p(x) = \frac{x^2}{13} + \frac{x}{13} - \frac{3}{13}$ ,  $q(x) = \frac{x^2}{13} - \frac{12x}{13} - \frac{81}{13}$ .

б) Найдите произведение корней многочлена  $A(x) = 10p^2(x) + 9p(x)q(x) - q^2(x)$ , если  $p(x) = \frac{x^2}{11} + \frac{x}{11} - \frac{41}{11}$ ,  $q(x) = -\frac{x^2}{11} + \frac{10x}{11} - \frac{14}{11}$ .

**101. а)** Найдите все значения, которые может принимать выражение  $A = 9x^2 - 12xy + 4y^2 - 12x + 8y - 4$  при произвольных значениях  $x$  и  $y$ .

**б)** Найдите все значения, которые может принимать выражение  $A = 4x^2 + 12xy + 9y^2 - 12x - 18y - 3$  при произвольных значениях  $x$  и  $y$ .

**102.** Найдите все значения, которые может принимать выражение  $A = x^2 + y^2$ , если:

а)  $x - y = 1$ ;

б)  $x + y = 2$ .

**103. а)** Найдите все значения параметра  $p$ , при которых квадратные трехчлены  $2x^2 - (3p + 2)x + 12$  и  $14x^2 - (9p - 2)x + 36$  имеют хотя бы один общий корень.

**б)** Найдите все значения параметра  $p$ , при которых квадратные трехчлены  $(1 - 2p)x^2 - 6px - 1$  и  $px^2 - x + 1$  имеют хотя бы один общий корень.

### 3. Квадратичная функция и ее график

#### Уровень А

**104. а)** Дана функция  $y = \frac{1}{5}x^2$ . Заполните таблицу.

$x$	0	$\pm 1$	$\pm 2$	$\pm 3$	$\pm 4$	$\pm 5$
$y$						

Постройте график этой функции. Найдите наименьшее значение этой функции, а также промежутки ее возрастания и убывания.

**б)** Дана функция  $y = -\frac{1}{4}x^2$ . Заполните таблицу.

$x$	0	$\pm 1$	$\pm 2$	$\pm 3$	$\pm 4$
$y$					

Постройте график этой функции. Найдите наибольшее значение этой функции, а также промежутки ее возрастания и убывания.

**105. а)** Постройте в одной системе координат графики функций  $y = x^2$ ;  $y = \frac{1}{2}x^2$  и  $y = 2x^2$  и сравните значения этих функций при  $x = -2$  и  $x = 2$ .

Каково множество значений каждой из этих функций?

**б)** Постройте в одной системе координат графики функций  $y = -x^2$ ;  $y = -\frac{1}{3}x^2$  и  $y = -3x^2$  и сравните значения этих функций при  $x = -3$  и  $x = 3$ . Каково множество значений каждой из этих функций?

**106. а)** Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = \frac{1}{2}x^2$  и прямой:

1)  $y = 8$ ;

3)  $y = 2x - 2$ ;

2)  $y = 50$ ;

4)  $y = \frac{1}{2}x + 1$ .



б) Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = -\frac{1}{3}x^2$  и прямой:

1)  $y = -27$ ;

3)  $y = 2x + 3$ ;

2)  $y = -75$ ;

4)  $y = \frac{1}{3}x - 2$ .

107. а) Определите, принадлежит ли графику функции  $y = -5x^2$  точка:

1)  $(2; -20)$ ;

4)  $(-0,2; 0,2)$ ;

2)  $(0,4; -0,8)$ ;

5)  $(-3; -45)$ ;

3)  $(-3; 45)$ ;

6)  $(-0,2; -0,2)$ .

б) Определите, принадлежит ли графику функции  $y = -10x^2$  точка:

1)  $(3; -90)$ ;

4)  $(-0,5; 2,5)$ ;

2)  $(0,1; -0,1)$ ;

5)  $(-2; -40)$ ;

3)  $(-2; -40)$ ;

6)  $(-0,5; -2,5)$ .

108. а) С помощью параллельного переноса графика функции  $y = x^2$  вдоль оси  $Oy$  постройте графики функций:

1)  $y = x^2 - 4$ ;

3)  $y = x^2 + 1$ ;

2)  $y = x^2 - 1$ ;

4)  $y = x^2 + 3$ .

б) С помощью параллельного переноса графика функции  $y = -x^2$  вдоль оси  $Oy$  постройте графики функций:

1)  $y = 2 - x^2$ ;

3)  $y = -x^2 - 1$ ;

2)  $y = -x^2 + 3$ ;

4)  $y = -x^2 - 4$ .

109. а) С помощью параллельного переноса графика функции  $y = x^2$  вдоль оси  $Ox$  постройте графики функций:

1)  $y = (x + 2)^2$ ;

3)  $y = (x - 1)^2$ ;

2)  $y = (x + 3)^2$ ;

4)  $y = (x - 4)^2$ .

б) С помощью параллельного переноса графика функции  $y = -x^2$  вдоль оси  $Ox$  постройте графики функций:

1)  $y = -(x + 4)^2$ ;

3)  $y = -(x - 2)^2$ ;

2)  $y = -(x + 3)^2$ ;

4)  $y = -(x - 1)^2$ .

110. а) С помощью двух параллельных переносов графика функции  $y = \frac{1}{3}x^2$  постройте графики функций:

1)  $y = \frac{1}{3}(x - 3)^2 - 1$ ;

3)  $y = \frac{1}{3}(x + 3)^2 - 2$ ;

2)  $y = \frac{1}{3}(x + 3)^2 + 1$ ;

4)  $y = \frac{1}{3}(x - 3)^2 + 2$ .

б) С помощью двух параллельных переносов графика функции  $y = 2x^2$  постройте графики функций:

1)  $y = 2(x - 1)^2 - 3$ ;

3)  $y = 2(x + 1)^2 - 2$ ;

2)  $y = 2(x + 1)^2 + 1$ ;

4)  $y = 2(x - 1)^2 + 4$ .

111. Определите, в каких координатных четвертях расположен график функции:

а)  $y = -(x - 1)^2 + 1$ ;

в)  $y = -(x + 2)^2 + 3$ ;

б)  $y = (x - 3)^2 - 1$ ;

г)  $y = (x + 2)^2 - 2$ .

**112.** Определите координаты вершины параболы:

а)  $y = x^2 - 10x + 20$ ;

в)  $y = -x^2 + 4x + 15$ ;

б)  $y = x^2 + 6x - 11$ ;

г)  $y = -x^2 + 8x + 3$ .

**113.** Напишите уравнение оси симметрии параболы:

а)  $y = x^2 - 6x + 5$ ;

в)  $y = -x^2 + 2x + 8$ ;

б)  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 8$ ;

г)  $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$ .

**114.** Постройте схематически график функции:

а)  $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ;

в)  $f(x) = 6x - 2x^2$ ;

б)  $f(x) = x^2 - 4x - 12$ ;

г)  $f(x) = 4x - 2x^2$ .

Найдите:

1) нули функции;

2) промежутки знакопостоянства;

3) множество значений функции;

4) наибольшее и наименьшее значения функции;

5) промежутки возрастания и убывания.

**115.** Найдите точки пересечения параболы с осями координат:

а)  $y = -x^2 - 2x + 3$ ;

в)  $y = 2x^2 - 3x + 1$ ;

б)  $y = x^2 + 4x + 3$ ;

г)  $y = -x^2 + 5x - 6$ .

## Уровень В

**116.** Постройте параболу с вершиной в точке  $A(x_0, y_0)$  и проходящую через точку  $B(x_1, y_1)$ , если:

а)  $A(0; -3); B(3; 24)$ ;

б)  $A(0; 4); B(-5; -46)$ .

**117.** а) Постройте график функции  $y = 3x^2 - 6x + a$ , если наименьшее значение этой функции равно:

1)  $-2$ ;

2)  $10$ .

б) Постройте график функции  $y = -2x^2 - 4x + a$ , если наибольшее значение этой функции равно:

1)  $-5$ ;

2)  $7$ .

**118.** а) Постройте график функции  $y = -x^2 - x + 6$  при  $x \in [-2; 3]$  и найдите, используя график, наибольшее и наименьшее значения функции на этом отрезке.

б) Постройте график функции  $y = x^2 - 2x + 3$  при  $x \in [0; 3]$  и найдите, используя график, наибольшее и наименьшее значения функции на этом отрезке.

**119.** Постройте график функции:

а)  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 3, & -4 < x < 2, \\ 5, & x \leq -4; x \geq 2; \end{cases}$

б)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 5, & 0 < x < 4, \\ -5, & x \leq 0; x \geq 4. \end{cases}$

**120.** а) Найдите, при каких значениях параметра  $a$  график функции  $y = f(x)$  расположен в первой и второй координатных четвертях:

1)  $y = 2x^2 - 3x + a$ ;

2)  $y = 0,4x^2 + 5x - a$ .

б) Найдите, при каких значениях параметра  $a$  график функции  $y = f(x)$  расположен в третьей и четвертой координатных четвертях:

1)  $y = -2x^2 - 5x - a$ ;

2)  $y = -0,5x^2 + 3x + a$ .

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно  
в интернет-магазине «Электронный универс»  
([e-Univers.ru](http://e-Univers.ru))