**Odsetkami -** nazywa się kwotę, którą należy zapłacić za prawo użytkowania określonego kapitału. Odsetki są zatem ceną płaconą za wypożyczenie kapitału. Ustala się je w odniesieniu do pewnego ustalonego okresu. Stosunek odsetek do kapitału, który je wygenerował w ustalonym okresie, nazywa się **okresową stopą procentową.**

W praktyce najczęściej mamy do czynienia ze stopami procentowymi ustalonymi dla okresy rocznego. Mówimy wtedy o **rocznej stopie procentowej.**

*Jeżeli np. odsetki za.1 rok od pożyczonego kapitału 60k wynoszą 1,5k, to roczna stopa procentowa jest równa r = 1 500 / 60 000 = 2,5%.*

Powiększenie kapitału o odsetki, które zostały przez niego wygenerowane, nazywa się **kapitalizacją odsetek.** Czas, w którym odsetki są generowane, nazywa się okresem kapitalizacji. W dalszym ciągu rozważań ograniczymy się do przypadku, gdy odsetki są dopisywane na końcu okresów kapitalizacji. Mówimy wtedy o kapitalizacji z dołu.

Wyróżniamy dwa podstawowe rodzaje kapitalizacji: **prostą i złożoną.**

# Kapitalizacja prosta

W przypadku kapitalizacji prostej odsetki od kapitału oblicza się od kapitału początkowego proporcjonalnie od długości kresu oprocentowania. Oznaczamy przez *W* początkową wartość kapitału, przez *r* roczną stopę procentową, przez *In*należne za czas *n*, zaś przez *Wn* oznaczamy końcową wartość kapitału w czasie *n (w latach).*

**Reguła bankowa** – każdy rok ma 360 dni, zaś każdy miesiąc ma 30 dni.

*In = Wnr (1)*

Natomiast wartość końcowa kapitału:

*Wn = W(1+nr) (2)*

**Przykład 1**

Przy kapitalizacji prostej i rocznej stopie procentowej r = 4% wyznaczyć odsetki i końcową wartość kapitału 25 000 PLN po upływie a: 3lat, b 142dni.

a)

In = 25 000 \* 3 \* 0.04 =3000 PLN

Wn = 25000(1+3\*0.04) = 28 000 PLN

b)

In = 25 000 \* (142/360) \* 0.04 = 394,44 PLN

Wn = 25 000(1 + (142/360) + 0.04) = 25 394,44 PLN

Załóżmy że czas trwania inwestycji wynosi *n* lat i składa się z *m* następujących po sobie okresów o długości n1, …., nm. Przyjmijmy że w każdym z nich obowiązuje roczna stopa procentowa, odpowiednio, r1, …., rm. Wtedy wartość kapitału początkowego *W* po pierwszym okresie wyniesie.

*Wn = W(1 + )* (3)

*In = W*  (4)

**Przeciętną roczną stopą procentową oprocentowania kapitału** W w czasie n nazywa się roczną stopę, przy której kapitał W generuje w czasie n odsetki o takiej samej wartości jak przy stopach zmiennych.Definicja ta dotyczy zarówno kapitalizacji prostej i złożonej.

Oznaczając przez r(z kreską na górze) przeciętną roczną stopą oprocen, na podstawie wzorów (1) i (4) mamy

*r = (5)*

Gdyby wszystkie okresy miały jednakową długość to wzór:

*r = (6)*

**Przykład 2**

*Przez początkowe 4 miesiąca trwania obowiązywała roczna stopa procentowa 6%, przez następnych 5 miesięcy 7%, przez ostatnie 3 miesiące 7,5%.*

*Dane:*

*N1 = 4/12*

*N2 = 5/12*

*N3 = 3/12*

*R1 = 0.06*

*R2 = 0.07*

*R3 = 0.075*

*W = 20 000PLN*

1. *Wyznaczyć wartość lokaty na koniec roku, jeżeli jej początkowa wartość wynosi 20 000PLN.*

*Korzystając ze wzoru (3) mamy W3 = 20000(1 + 0.06\*4/12 + 0.07\*5/12 + 0.075\*3/12) = 21 358,40 PLN*

1. Obliczyć wysokość przeciętnej rocznej stopy oprocentowania

Korzystając ze wzory (5) mamy: r = 0.06\*4/12 + 0.07\*5/12 + 0.075\*3/12 = 6,79%

Często zdarza się, że stopa procentowa, przy której należy obliczyć odsetki nie jest stopa roczną lecz np. miesięczną lub kwartalną. Okres, po którym odsetki podlegają kapitalizacji nazywa się **podokresem kapitalizacji**. Stopa procentowa ustalona dla podokresu kapitalizacji nazywa się **stopą pod okresową**. **Częstotliwość kapitalizacji** oznacza ile razy odsetki są kapitalizowane w ciągu roku.

W dalszym ciągu zakładamy że częstotliwość kapitalizacji wynosi m. Wobec tego każdy rok jest podzielony na m równych podokresów kapitalizacji.

m=1 – kapitalizacja roczna

m=2 – kapitalizacja półroczna

m=4 – kapitalizacja kwartalna

m=12 – kapitalizacja miesięczna

m=360 – kapitalizacja dobowa(dzienna)

Jeżeli rokr jest stopą pod okresową, to zgodnie z zasadą oprocentowania prostego odsetki od kapitału W po upływie k pod okrsów wyznacza się ze wzoru

*Ik = W\*k\* rokr (7)*

Natomast końcowa wartość kapitału W po upływie k:

Wk = W(1 + k\* *rokr*) (8)

Załóżmy że r1 i r2 są pod okresowymi stopami procentowymi, zaś m1 i m2 są odpowiadającymi im częstotliwościami kapitalizacji. Stopy r1 i r2 nazywamy **równoważnymi w czasie n**, jeżeli przy każdej z nich odsetki od ustalonego kapitału po czasie n są równe.

Korzystająć z (7) mamy:

m1 \* r1 = m2 \* r2 (9)

Z (9) stopy pod okresowe są ⬄ ich stosunek jest równy stosunkowi długości odpowiadających im po okresów. Takie stopy pod okresowe nazywają się **proporcjonalnymi**.

**Przykład 3**

Kwartalna stopa oprocentowania prostego wynosi 6%. Wyznaczyć następujące równoważne stopy oprocentowania prostego:

1. Roczną

6 \* 4 = 24%

1. Miesięczną

6 / 3 = 2%

1. Tygodniowa

6/12 = 0.5%