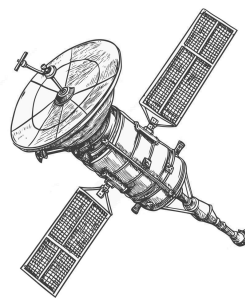


Úloha č. 3

Satelit



Zamysli se!

10 b

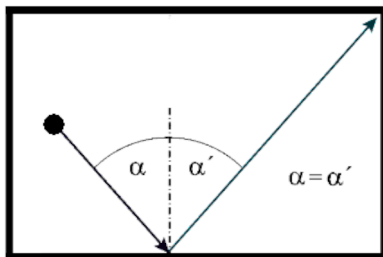
Tato úloha je čistě teoretická, tvým úkolem zde není napsat program. Namísto toho si dej záležet na kvalitním slovním popisu, kde mimo jiné jasně zdůvodníš, proč tvůj postup skutečně bude fungovat. Více informací najdeš na webových stránkách FIKSu pod záložkou „Jak řešit FIKS“.

Před samotnou cestou na výběrové řízení je potřeba zajistit ještě jednu věc, a to čisté nebe pro start. Bohužel se nám nad hlavami potlouká mnoho vesmírného odpadu. Po podrobném zkoumání ti nejvíce začne vadit jeden CubeSat¹ z předchozích ČVUTích vesmírných programů nezřídka končících padajícími pilinami přímo doprostřed dejvického kampusu, který se chová skutečně podivně. Pravděpodobně chyba z přetečení proměnných pro ukládání aktuální pozice umožňuje pozorovat, jak na obloze tento satelit nepřekročí jakési pomyslné hranice jistého obdélníkového prostoru. Ty ale potřebuješ odclonit satelit pryč z trasy, která však vede přímo středem tohoto obdélníku!

Po troše bádání narážíš na zajímavou informaci. Pokud se satelit zastaví právě v rohu obdélníku, spadne (do bezpečných plání u Suchdola).

Zadání

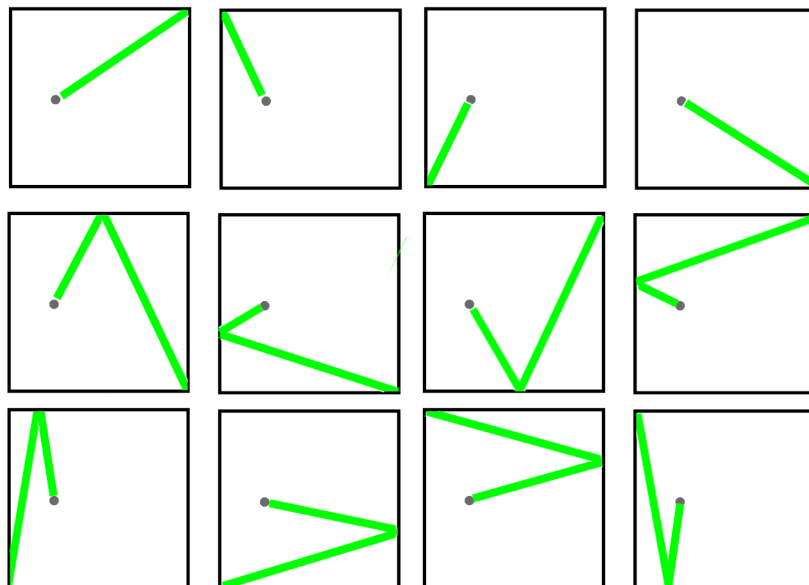
Máme obdélník o rozměrech $m \times n$ metrů, na jehož ploše se na výchozí pozici se souřadnicemi (x, y) nachází satelit (kde výchozí pozice není na žádném z krajů obdélníku). Ten se může pohybovat po vnitřku obdélníku a odrážet se od jeho stěn (viz obrázek). Předpokládejme, že satelit má zanedbatelné rozměry, a uvažujme úhel α v rozmezí $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$.



1. Máme zadanou maximální vzdálenost D , kterou satelit může urazit. V závislosti na D určete, kolik existuje různých dvojic (d, α) , kde $d \leq D$ označuje vzdálenost, kterou satelit urazí, a α úhel, pod kterým se začne pohybovat, takových, že se satelit zastaví přesně v nějakém z rohů obdélníku?
2. Máme zadaný maximální počet odrazů satelitu N . Počítejme, že odraz o roh obdélníka se počítá za dva odrazy. Kolik existuje různých dvojic (n, α) , kde $n \leq N$ označuje počet odrazů satelitu o kraj obdélníku a α úhel, pod kterým se začne pohybovat, takových, že se satelit po právě n odrazech zastaví právě v rohu obdélníku?

¹<https://cs.wikipedia.org/wiki/CubeSat>

Jak lze vidět na obrázku níže, máme-li čtverec o rozměrech 3×3 kilometrů, výchozí pozici jako na obrázku a dovolený maximálně jeden odraz, existuje 12 různých řešení. Odpověď v tomto případě je tedy 12.



Tato úloha je čistě teoretická, kromě správnosti řešení si tedy dej záležet na postupu a zdůvodnění, proč je tvůj postup správný – proč se model dá nějak popsat, proč platí nějaká vlastnost nebo algebraická úprava apod. Bez řádného vysvětlení důležitých netriviálních kroků ti nebudou uděleny plné body.