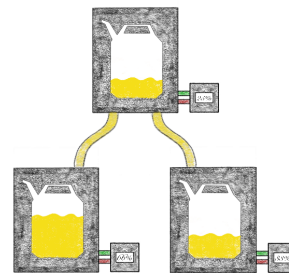


## Úloha č. 3

### Nádrže



Rozmysli, popiš a naprogramuj!

10 b

*Tato úloha se skládá ze dvou částí. Tvým úkolem je napsat program a zároveň zdůvodnit, proč funguje. Více informací najdeš na webových stránkách FIKSu pod záložkou „Jak řešit FIKS“. **Pozor! V 11. ročníku byly aktualizovány podmínky pro odevzdávání úlohy typu Rozmysli, popiš a naprogramuj! Přečti si pozorně web!***

Uběhl pracovní týden, než se povedlo odladit veškerou komunikaci na velině našeho vesmírného pravidla, a čas v rámci kterého je nutné odstartovat (abychom nemuseli obléhat celou Sluneční soustavu a šetřili palivem)<sup>1</sup>, se už také blíží mílovými kroky.

Nicméně ani tak nemá naše loď dostatečné zásobníky na palivo, aby na tak dlouhou misi mohla odletět, a aniž bys měl možnost si jakkoli oddáchnout, bylo potřeba znovu začít pracovat na dalším subprojektu na celé této vesmírné výpravě. Kolegové ze strojárny už nádrže přivařují k raketě. Tvým úkolem je vytvořit systém, který zvládne monitorovat složitý proces čerpání paliva z nádrží.

Nádrže tvoří následující systém. V raketě se nachází  $n$  nádrží číselované  $0, 1, \dots, n-1$  a každá z nich má nějakou naplněnost  $w_i$ . Každá z nádrží může mít nějaké své *přímé podnádrže*. Je zaručeno, že každá nádrž je přímou podnádrží právě jedné nádrže, kromě nádrže 0, ta není přímou podnádrží žádné jiné nádrže. Dále řekneme, že nádrž  $j$  je *podnádrží*  $i$  pokud existuje sekvence nádrží  $i_0, i_1, \dots, i_k$  pro  $k \geq 0$  taková, že  $i = i_0, j = i_k$  a pro každé  $\ell \in \{0, \dots, k-1\}$  je  $i_{\ell+1}$  přímá podnádrž nádrže  $i_\ell$ . Speciálně tedy každá nádrž je podnádrží sama sobě.

Je zaručeno, že má-li  $i$  jako podnádrž  $j$  pak  $j$  nemá  $i$  jako podnádrž.

Z nádrží bude raketa čerpat palivo následovně. Chceme-li čerpat z nádrže  $i$ , ve které je aktuálně  $w_i$  paliva, pak se ze všech podnádrží<sup>2</sup>  $j$  nádrže  $i$  vyčerpá přesně  $\lceil \frac{w_j}{2} \rceil$  paliva, kde  $w_j$  je množství paliva v dané nádrži  $j$ . Tedy to, kolik se vyčerpá z nádrže  $j$  závisí jen na naplněnosti nádrže  $j$ . Nové množství paliva v nádrži s naplněností  $w$  po čerpání je  $w - \lceil \frac{w}{2} \rceil$ .

Během čerpání nás také bude zajímat, kolik je ještě v dané nádrži paliva a také kolik lze skrz nádrž  $i$  celkem vyčerpát. Tedy číslo  $\sum_j w_j$ , kde suma běží přes všechny podnádrže  $j$  nádrže  $i$ .

## Specifikace vstupu

Vstup začíná kladným celým číslem  $t$  ( $t \leq 15$ ), které udává počet zadání. Každé zadání začíná číslem  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ) udávající počet nádrží. Následuje  $n$  řádků a na  $i$ -tém z nich (indexováno od 0) celé číslo  $w_i$  ( $0 \leq w_i \leq 10^{12}$ ) udávající počáteční naplněnost  $i$ -té nádrže. Následuje  $n$  řádků,  $i$ -tý z nich začíná číslem  $c_i$  ( $0 \leq c_i \leq n-1$ ), které udává počet nádrží, které jsou přímou podnádrží nádrže  $i$ . Na tom stejném řádku pak následuje  $c_i$  čísel – identifikátory přímých podnádrží nádrže  $i$ . Na dalším řádku je číslo  $q$  ( $0 \leq q \leq 10^5$ ) udávající počet dotazů. Následuje  $q$  řádků a na každém je dotaz. Dotaz sestává ze znaku  $b$  a čísla  $i$  oddělených mezerou, kde  $b \in \{!, ?, \#\}$  a  $0 \leq i \leq n-1$  je identifikátor dotazované nádrže. Dotaz  $!$  znamená čerpání z nádrže  $i$  (a tedy i ze všech její podnádrží),  $?$  znamená dotaz na aktuální množství paliva v nádrži  $i$ . Dotaz  $\#$  znamená dotaz na množství paliva, které lze vyčerpát skrz tuto nádrž - tedy  $\sum_j w_j$ , kde suma běží přes všechny podnádrže  $j$  nádrže  $i$ .

<sup>1</sup>Odborný termín: Startovací okno

<sup>2</sup>tedy i z nádrže  $i$

# Výstup

Pro každý z dotazů typu ? a # vypište na samostatný řádek jediné číslo – kolik je v dané nádrži paliva (v případě ?) a nebo kolik lze skrz danou nádrž vyčerpat paliva (v případě #).

## Vstup

1
7
12 19 13 15 26 25 22
2 1 2 2 3 4 1 5 0 1 6 0 0
20 ! 1 ? 1 ? 6 ! 4 ? 6 # 1 ? 5 ! 0 # 0 ? 5 ? 1 ! 0 ! 3 # 3 ? 3 # 2 ! 2 # 2 ? 5 ? 0

## Výstup

9 11 5 27 25 36 12 4 0 0 9 4 3 3
---

## Vysvětlení části ukázkového vstupu

První dotaz ! vyčerpá polovinu paliva z nádrží 1, 3, 4 a 6. V nádrži 1 tedy bude  $19 - \lceil \frac{19}{2} \rceil = 9$  paliva (první řádek výstupu). Podobně v nádrži 6 bude  $22 - \lceil \frac{22}{2} \rceil = 11$  (druhý řádek výstupu). Dále ještě čerpáme z nádrže 4, to vyčerpá nádrž 4 a 6. Na dotaz # 1 je pak odpověď 27, protože to je součet množství paliva v nádržích 1, 3, 4, 6 po provedení předchozích operací čerpání (!).

## Bodové podmínky

V ostrých datech obsahuje každý vstup přesně  $t = 15$  zadání rozdělených do 3 obtížností. V prvních 5 vstupech je  $n, q \leq 10^3$  a dotazy jsou jen typu ? a ! (tedy není zde dotaz typu #). V dalších pěti vstupech je  $n, q \leq 10^5$  a dotazy jsou stále jen typu ? a !. V posledních pěti vstupech je  $n, q \leq 10^5$  a dotazy jsou všech tří typů.

- Pro zisk 3 bodů je třeba zvládnout prvních 5 vstupů a stačí zvládnout první dva typy dotazů.
- Pro zisk 7 bodů je třeba zvládnout prvních 10 vstupů a první dva typy dotazů. Algoritmus musí zvládnout každý z  $q$  dotazů v čase lepším než lineárním vzhledem k  $n$
- Pro zisk 10 bodů je třeba zvládnout všech 15 vstupů a všechny tři typy dotazů. Algoritmus musí zvládnout každý z  $q$  dotazů v čase lepším než lineárním vzhledem k  $n$