Laboratorul 3

1. (Estimarea probabilităţii condiţionate) Dacă $\mathbf{A}$ şi $\mathbf{B}$ sunt două evenimente astfel încât $P(\mathbf{A}) > 0$, atunci probabilitatea condiţionată a evenimentului $\mathbf{B}$ condiţionat de evenimentul $\mathbf{A}$ este

$$P(\mathbf{B}|\mathbf{A}) = \frac{P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B})}{P(\mathbf{A})}.$$

Într-o urnă sunt 5 bile roşii, 3 bile albastre şi 2 bile verzi. Se extrag aleator, pe rând, 3 bile din urnă, fără repunerea bilei extrase înapoi în urnă înaintea următoarei extrageri. Se consideră următoarele evenimente asociate acestui experiment: $\mathbf{A}$:“cel puţin o bilă extrasă este roşie” şi $\mathbf{B}$:“toate bilele extrase au aceeaşi culoare.”

i) Folosind funcţia `randsample`, scrieţi o funcţie care simulează de 5000 de ori experimentul de mai sus şi returnează proporţia de simulări în care a avut loc evenimentul $\mathbf{A}$.

ii) Scrieţi o funcţie care simulează de 5000 de ori experimentul de mai sus şi returnează proporţia de simulări în care a avut loc evenimentul $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$.

iii) Folosind rezultatele obţinute la **i)** şi **ii)**, estimaţi probabilitatea $P(\mathbf{B}|\mathbf{A})$. Comparaţi această estimare cu valoarea exactă a probabilităţii.

iv) Scrieţi o funcţie care simulează de 5000 de ori experimentul de mai sus şi returnează proporţia de simulări în care a avut loc evenimentul $\mathbf{B}$ după ce s-a observat anterior apariţia evenimentului $\mathbf{A}$, relativă la numărul de apariţii ale evenimentului $\mathbf{A}$. Comparaţi valoarea obţinută cu valorile obţinute la **iii)**.

2. Pentru $p \in (0,1)$, $n, m \in \mathbb{N}^*$ şi o variabilă aleatoare $X \sim Bino(n,p)$, i.e.

$$X \sim \begin{pmatrix} k \\ C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \end{pmatrix}_{k=\overline{0,n}},$$

să se genereze un vector x de m valori ale lui X, folosind funcţia `binornd`. Comparaţi datele obţinute cu cele date de distribuţie, folosind funcţiile: `bar`, `binopdf` şi `histc`:

```
>>pkg load statistics
clf; grid on; hold on;
p=...; n=...; m=...;
x=binornd(n,p,1,m);
N=histc(x,0:n);
bar(0:n,N/m,'hist','FaceColor','b');
bar(0:n,binopdf(0:n,n,p),'FaceColor','y');
legend('estimated probabilities','theoretical probabilities');
```

3. Un jucător de “Loto 6/49” îşi cumpără câte un bilet pentru fiecare extrage efectuată de loteria română până când reuşeşte să aibă un bilet cu cel puţin 2 numere câştigătoare. Simulaţi de $m \in \mathbb{N}^*$ ori experimentul de mai sus, generând un vector x care conţine, pentru fiecare simulare, numărul de bilete cu cel mult un număr câştigător până la primul bilet care are cel puţin două numere câştigătoare. Comparaţi datele obţinute în x cu cele date de distribuţia unei variabile aleatore $X \sim Geo(p)$, i.e. $X \sim \begin{pmatrix} k \\ p(1-p)^k \end{pmatrix}_{k \in \mathbb{N}}$, unde p este probabilitatea ca un bilet să aibă cel puţin 2 numere câştigătoare, la fel ca pentru problema **2**.

Funcţii pe care le puteţi folosi: `hygernd`, `hygepdf`, `geopdf`.

Temă: Folosind funcţia `binornd` în 5000 de simulări, estimaţi estimaţi probabilitatea ca exact 2 zaruri din 5 zaruri aruncate să arate numere divizibile cu 3. Comparaţi valoarea obţinută cu probabilitatea teoretică corespunzătoare, folosind funcţia `binopdf`.