Analiza 3 - definicije, trditve in izreki

Oskar Vavtar

2020/21

Kazalo

1 PARAMETRIČNO PODANE KRIVULJE

Trditev 1. Če je $\vec{r}$ *odvedljiva* vektorska funkcija (njene komponente x, y in z so odvedljive funkcije spremenljivke t), potem je

$$\dot{\vec{r}}(t_0) = (\dot{x}(t_0), \dot{y}(t_0), \dot{z}(t_0))$$

tangentni vektor na krivuljo $t \mapsto \vec{r}(t)$ v točki $\vec{r}(t_0)$, če velja $\dot{\vec{r}}(t_0) \neq 0$.

Trditev 2. Če je $\vec{r}$ *zvezno odvedljiva* vektorska funkcija na intervalu $[a, b]$ (za $a < b$), je potem *dolžina* krivulje, ki jo določa, enaka

$$s = \int_a^b \|\dot{\vec{r}}(t)\| dt.$$

To velja tudi za funkcijo, ki so le *odsekoma zvezne.* Opazimo tudi, da je zgornja dolžina neodvisna od parametrizacije krivulje.

Trditev 3. Naj bo $\vec{r}$ *zvezno odvedljiva* vektorska funkcija, definirana na intervalu $[a, b]$ (za $a < b$) in naj bo $\psi : [a, b] \to [\alpha, \beta]$ *zvezno odvedljiva bijekcija*, tako da $t = \psi(\tau)$ preteče interval $[a, b]$, ko τ preteče interval $[\alpha, \beta]$ (za $\alpha < \beta$). Potem je

$$\int_a^b \|\dot{\vec{r}}(t)\| dt = \int_\alpha^\beta \|\frac{d}{d\tau}\vec{r}(\psi(\tau))\| d\tau.$$